



Influence des défauts de forme sur les performances d'assemblages : application aux prothèses totales de hanche

Julien Grandjean

► To cite this version:

Julien Grandjean. Influence des défauts de forme sur les performances d'assemblages : application aux prothèses totales de hanche. Autre. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : 2013GRENA022 . tel-00944735

HAL Id: tel-00944735

<https://theses.hal.science/tel-00944735>

Submitted on 11 Feb 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Sciences Pour l'Ingénieur**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Julien GRANDJEAN

Thèse dirigée par **Serge SAMPER**
et codirigée par **Yann LEDOUX**

préparée au sein du **Laboratoire SYMME**
et de l'**École Doctorale SISEO**

Influence des défauts de forme sur les performances d'assemblages

Application aux prothèses totales de hanche

Thèse soutenue publiquement le **29 octobre 2013**,
devant le jury composé de :

Luc MATHIEU

Professeur des Universités, Université Paris-Sud XI, Président, Rapporteur

Jean-Marc LINARES

Professeur des Universités, Aix-Marseille Université, Rapporteur

Maxence BIGERELLE

Professeur des Universités, Université de Valenciennes, Examineur

Éric VITTECOQ

Professeur des Universités, École d'Ingénieurs de Genève, Examineur

Laure DEVUN

Docteur en biomécanique, Laboratoire Tural, Examinatrice

Serge SAMPER

Professeur des Universités, Université de Savoie, Directeur de thèse

Yann LEDOUX

Maître de conférences, Université de Bordeaux1, Co-Directeur de thèse



À ma Famille,

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma sincère gratitude envers mes deux encadrants de thèse, Serge Samper, Professeur à l'Université de Savoie et Yann Ledoux, Maître de conférences à l'Université de Bordeaux, pour la confiance qu'ils m'ont accordée, et pour leurs précieux conseils tout au long de ces trois années. Serge, ton expérience et ta créativité furent cruciales dans le bon déroulement de ce projet. Yann, ta rigueur et ta disponibilité ont été une aide précieuse pour le mener à bien. J'espère de tout cœur avoir de nouveau l'occasion de travailler avec vous.

Toute ma reconnaissance va également à nos partenaires industriels, Thomas Gradel, gérant de la société TURAL, et Laure Devun, docteur en biomécanique, qui fut notre collaboratrice privilégiée durant ces trois années. Votre ouverture et votre implication ont permis à cette thèse de se dérouler dans de très bonnes conditions.

Travailler avec vous quatre durant ces trois années fut un véritable plaisir. Votre implication, vos approches et vos méthodes complémentaires ont été fondamentales pour l'enrichissement des travaux développés dans ce manuscrit. Au delà du domaine scientifique, ce fut surtout une chance de travailler dans une équipe animée par la confiance mutuelle et la bonne humeur. Grâce à vous, je conserve un excellent souvenir de ces trois années.

Je voudrais remercier également toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à ces travaux. En particulier, Cyril Brun, qui fut associé à ce projet dans le cadre d'un stage ingénieur du CNAM et dont l'aide fut précieuse. Au même titre, merci aux quatre élèves DUT, Sylvain Chareyron, Jim Favre, Alban Miazza et Pierre De Tuoni pour leur contribution efficace.

J'exprime également ma gratitude envers les membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'évaluer mon travail. J'ai été extrêmement touché par la reconnaissance qu'ils ont bien voulu m'accorder.

Je remercie l'ensemble des membres des laboratoires SYMME et I2M pour leur accueil chaleureux qui a permis à cette collaboration de se dérouler dans une ambiance conviviale. Merci également aux doctorants et ex-doctorants pour tous nos moments d'échanges et pour leurs encouragements.

Enfin, je tiens à adresser un immense merci à l'ensemble de ma Famille, pour leur présence et leurs encouragements tout au long de ces trois années. Plus particulièrement, je souhaite exprimer ma sincère reconnaissance à mes parents dont le soutien sans faille s'étend bien au delà de ces travaux de thèse. Le mérite de ces travaux leur revient en grande partie.

"Et bien ! sur le juste et l'injuste, sur l'honnête et le deshonnête, sur le bien et le mal, qui font présentement la matière de notre entretien, nous en rapporterons-nous à l'opinion du peuple ou à celle d'un seul homme, si nous en trouvions un qui fût habile en ces matières, et ne devrions-nous pas avoir plus de respect et plus de déférence pour lui, que pour tout le reste du monde ensemble ? Et si nous refusons de nous conformer à ses avis, ne ruinerons-nous pas cette partie de nous-mêmes que la justice fortifie, et que l'injustice dégrade ? Ou tout cela n'a-t-il pas d'importance ?"

Socrate (470–399 av. J.-C.) dans Criton, Platon.

Avant-propos

Le projet **IDEFORA** (**I**nfluence des **DE**fauts de **FOR**me sur les performances des **As**semblages) est le fruit d'une collaboration entre deux laboratoires publics de recherche : le laboratoire *SYMME* localisé à Annecy (74), le laboratoire *I2M-IMC* à Bordeaux-Talence (33), et un laboratoire privé de recherche orthopédique : la société *TURAL* située à Marignier (74).

Le laboratoire **SYMME** (**SY**stèmes et **Ma**tériaux pour la **MÉ**catronique) est l'un des quatre laboratoires de l'école Polytech Annecy-Chambéry de l'Université de Savoie. Créé en 2006, ce laboratoire développe des compétences dans les domaines de la qualité des produits, des phases de conception, d'instrumentation et de contrôle de systèmes ainsi que dans la recherche sur les matériaux de structures et les matériaux fonctionnels.

L'"Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux", **I2M**, est le résultat de la fusion de quatre laboratoires mise en place en 2007. Le département **IMC**, Ingénierie Mécanique et Conception regroupe une communauté scientifique du domaine de la conception mécanique. Il a pour objectif scientifique de proposer des analyses, des modèles, des méthodes et des outils permettant d'optimiser, dans une vision conception robuste, le processus global d'industrialisation de produits, de l'expression du besoin jusqu'à la fin de vie, en prenant en compte les stades intermédiaires de mise en œuvre des matériaux, d'assemblage, de maintenance, de retour d'expérience, de désassemblage, de recyclage, etc.

Enfin, le laboratoire **TURAL**, créé en 2008, est une société spécialisée dans la recherche orthopédique. Elle regroupe plusieurs domaines d'activité de sous-traitance, de capitalisation des connaissances et de savoir-faire. Ce laboratoire est équipé pour proposer différents type de prestations en recherche et développement sur les implants orthopédiques (influence des matériaux, étude des processus de fabrication, essais d'usure...). Un de ses principaux partenaires est l'entreprise *ATF*, fabricant de prothèses totales de hanche et bénéficiaire indirecte de cette étude.

Table des matières

Introduction	1
Préambule	1
Contexte de l'étude	1
Objectifs et enjeux	2
Démarche	3
1 La Prothèse Totale de Hanche et le squeaking	5
1.1 Contexte industriel : La Prothèse Totale de Hanche (PTH)	6
1.1.1 Anatomie de la hanche naturelle	6
1.1.2 Remplacement de l'articulation	7
1.1.3 Composants d'une prothèse	8
1.1.3.1 Les parties fixantes	9
1.1.3.2 Les parties frottantes	10
1.2 Le problème du squeaking	12
1.2.1 Historique	13
1.2.2 Les causes du squeaking	15
1.2.2.1 Présence de particules de troisième corps	17
1.2.2.2 Concentrations locales des efforts	20
1.2.2.3 Lubrification et surfaces de contact	20
1.2.3 Bilan	22
1.3 Analogie entre la prothèse et un instrument de musique	23
1.3.1 Analyse du résonateur	24
1.3.1.1 Méthodes d'analyses utilisées	25
1.3.1.2 Approche numérique	25
1.3.1.3 Approche expérimentale	27
1.3.1.4 Bilan	30
1.3.2 Analyse de l'excitateur	30
1.4 Synthèse	32

2	Caractérisation du comportement des assemblages mécaniques	33
2.1	Introduction	34
2.2	Contact entre les pièces	34
2.2.1	Caractéristiques des surfaces des pièces	35
2.2.2	Action mécanique de contact	36
2.2.3	Contact ponctuel, définition et modèle associé	36
2.2.3.1	Définition	36
2.2.3.2	Contacts hertziens	36
2.2.4	Contact surfacique, définition et modèles associés	37
2.2.4.1	Définition	37
2.2.4.2	Surface de contact effective	38
2.2.4.3	Modélisation des contacts surfaciques	38
2.2.5	Bilan	39
2.3	Caractérisation des défauts des zones de contact	39
2.3.1	Représentation des surfaces dans les études tribologiques	39
2.3.1.1	Représentation statistique	39
2.3.1.2	Représentation déterministe	40
2.3.2	Représentation des surfaces dans d'autres types d'études	40
2.3.2.1	Les décompositions périodiques	41
2.3.2.2	La décomposition modale discrète	41
2.3.3	Bilan	43
2.4	Caractérisation des écarts de surface et intégration des spécifications géométriques	44
2.4.1	Distinction des ordres de défauts	44
2.4.2	Paramétrage des écarts de surface	44
2.5	Synthèse	48
3	Assemblage sans mobilité : la bride	49
3.1	Introduction	50
3.2	Spécification géométrique	51
3.2.1	Description	51
3.2.2	Exigence fonctionnelle	52
3.3	Caractérisation géométrique des défauts	54
3.3.1	Création de la base modale	54
3.3.1.1	Présentation	54
3.3.1.2	Application sur la bride	55
3.3.2	Utilisation de la méthode modale	55
3.3.2.1	La Décomposition Modale Discrète (DMD)	55
3.3.2.2	La Composition Modale Discrète (CMD)	57
3.3.3	Signature modale et troncature de base	57

3.3.4	Finesse du maillage	58
3.3.5	Génération des défauts de surface	60
3.3.5.1	Défaut de position	60
3.3.5.2	Défaut de forme	62
3.3.5.3	Composition des défauts	63
3.4	Procédure d'assemblage	63
3.4.1	Assemblage équivalent	64
3.4.2	Assemblage rigide	65
3.4.3	Assemblage avec érosion	67
3.4.3.1	Équilibre statique	67
3.4.3.2	Fonction d'optimisation	68
3.4.3.3	Résultats	70
3.4.4	Synthèse de la méthode	71
3.5	Exemples d'applications	72
3.5.1	Précision d'assemblage et validation expérimentale	73
3.5.1.1	Problématique	73
3.5.1.2	Mobilité d'assemblage	73
3.5.1.3	Dispositif expérimental	78
3.5.1.4	Bilan	84
3.5.2	Conformité d'assemblage	85
3.5.2.1	Problématique	85
3.5.2.2	Qualification de la conformité	85
3.5.2.3	Résultats	86
3.5.2.4	Bilan	89
3.5.3	Fonction d'étanchéité	90
3.5.3.1	Problématique	90
3.5.3.2	Qualification de l'étanchéité	91
3.5.3.3	Paramétrage des défauts cinématique et dynamiques	95
3.5.3.4	Procédure d'analyse	96
3.5.3.5	Résultats	98
3.5.3.6	Bilan	105
3.6	Synthèse	106
4	Assemblage avec mobilité : la prothèse totale de hanche	107
4.1	Introduction	108
4.2	Spécification géométrique	108
4.3	Caractérisation géométrique	109
4.4	Procédure d'assemblage	109
4.4.1	Mise en contact des surfaces	111

4.4.2	Assemblage équivalent	111
4.4.2.1	Projection radiale	111
4.4.2.2	Changement de repère	113
4.4.3	Assemblage rigide	115
4.4.4	Assemblage avec déformations	118
4.4.4.1	Équilibre statique	118
4.4.4.2	Calcul des déformations locales	118
4.4.4.3	Fonction d'optimisation	120
4.4.4.4	Résultats	121
4.4.4.5	Validation de la procédure	122
4.5	Prise en compte des mobilités par la cinématique de marche	123
4.5.1	La norme ISO-14242-1	124
4.5.2	Analyse des mouvements de sujets sains	125
4.5.3	Dispositif d'acquisition de la cinématique de marche	128
4.5.3.1	Présentation du "motion tracking"	128
4.5.3.2	Calibrage des caméras	129
4.5.3.3	Capture du mouvement	130
4.5.3.4	Reconstruction	131
4.5.3.5	Résultats	132
4.5.3.6	Bilan	132
4.6	Analyse des champs de pression d'une prothèse totale de hanche avec défauts	134
4.6.1	Qualification des défauts typiques	134
4.6.2	Procédure d'analyse	134
4.6.3	Résultats	135
4.7	Synthèse	136
5	Caractérisation expérimentale de la prothèse totale de hanche	137
5.1	Introduction	138
5.2	Essais sur simulateur de marche	138
5.2.1	Présentation du simulateur MTS 858 Mini Bionix II	138
5.2.2	Analyse métrologique	140
5.2.3	Analyse acoustique	143
5.2.4	Analyse vibratoire	144
5.2.5	Bilan	144
5.3	Le pendule pesant	145
5.3.1	Préambule	145
5.3.2	Composants du pendule	146
5.3.3	Analyse des déplacements	146
5.3.3.1	Déplacements de la zone de référence	147

5.3.3.2	Déplacements de la tête	147
5.3.3.3	Comparaison audio	149
5.3.4	Discussions	149
5.3.4.1	Particules de troisième corps	149
5.3.4.2	Stick-slip ou Sprag-slip ?	150
5.3.4.3	Fréquences du squeaking	152
5.3.5	Caractérisation du frottement	153
5.3.5.1	Pendule sans jeu	154
5.3.5.2	Pendule avec jeu	155
5.3.6	Bilan	156
5.4	La toupie	157
5.4.1	Principe d'analyse	157
5.4.2	Décélérations angulaires	158
5.4.3	Calcul des coefficients de frottement	159
5.4.4	Analyse fréquentielle	160
5.4.5	Bilan	160
5.5	Synthèse	161
Conclusion et perspectives		163
Bibliographie		182
Publications associées à ces travaux		183
Annexes		187
A	Quantification de l'écoulement	187
B	Modélisation du pendule avec contact ponctuel	189
C	Modélisation du pendule avec jeu et contact hertzien	193
D	Modèle cinématique de la toupie avec jeu	199
E	Ensemble des tests et calculs de la toupie	202

Table des figures

1	Exemple de liaison rotule : la Prothèse Totale de Hanche	2
2	Exemples industriels d'assemblages de type bride	4
1.1	La hanche et ses mobilités	6
1.2	Radiographie standard d'une hanche. On peut voir à gauche une hanche saine où le cartilage (invisible sur les radios) sépare les os tandis qu'à droite les os se touchent, signe d'une arthrose avancée.	7
1.3	Incidence de l'âge et du sexe pour la première prothèse de la hanche [TRIBOS, 07]	8
1.4	La Prothèse Totale de Hanche (PTH)	9
1.5	Différents couples de matériaux	10
1.6	Répartition des couples de matériaux implantés en 2008 [CERAMTEC, 08]	11
1.7	Durée post-opératoire avant l'apparition du squeaking [MAI <i>et al.</i> , 09]	14
1.8	Offset et orientation acétabulaire du cotyle	15
1.9	Étiologie du squeaking selon la littérature pour les prothèses de hanche de type Ce-Ce	16
1.10	Phénomène d'impingement et stripe wear	17
1.11	Stryker Trident	18
1.12	Phénomène de micro-séparation [NEVELOS <i>et al.</i> , 00]	19
1.13	Trois premiers modes propres d'une corde tendue	23
1.14	Modélisation du fonctionnement d'un instrument de musique	23
1.15	Modes propres de la table d'harmonie d'une guitare (figures de Chladni) [CHLADNI, 87]	24
1.16	Spectres de fréquences du squeaking in vivo pour deux patients [CURRIER <i>et al.</i> , 10]	25
1.17	Plage de fréquences des différents composants selon nos calculs avec Abaqus® (a) et la littérature (l)	27
1.18	Configuration d'assemblage des tiges fémorales pour l'enregistrement	28
1.19	Analyses modales expérimentales pour deux tiges fémorales	29
1.20	Quelques propositions de solutions pour supprimer le squeaking [PREUSS <i>et al.</i> , 08]	30
1.21	Modèles d'instabilité de contact (d'après [COUDEYRAS, 09])	31
1.22	Analogie d'une prothèse grinçante avec un instrument de musique	32

2.1	Paramètres influant dans le comportement de la liaison rotule	34
2.2	Classification des défauts de surfaces d'après [SPINNLER, 97]	35
2.3	Illustration de contact ponctuel d'une bille sur un plan, d'après [SPINNLER, 97] . . .	36
2.4	Contraintes dans une zone de contact chargée par une force normale et une force tangentielle, rendues visibles par photo-élastimétrie (Wikipédia)	37
2.5	Illustration de l'aire de contact A nominale et l'aire de contact réelle A_r ([SPINNLER, 97])	37
2.6	Modélisation du comportement par la mise en concurrence entre les déformations plastiques des aspérités et les déformations des solides, d'après [SPINNLER, 97]	38
2.9	Principe de la décomposition modale discrète	41
2.7	25 premiers descripteurs de la DCT	42
2.8	25 premiers modes propres d'un plan	42
2.10	Différentes approches d'analyse des tolérances (d'après [QURESHI, 11])	45
2.11	Modèles de tolérancement	45
2.12	Modèle variationnel et espace de faisabilité [TURNER et WOZNY, 87]	46
2.13	Torseurs d'un assemblage (d'après [MANSUY, 12]	47
2.14	Tolérance de localisation d'un plan	47
2.15	Domaine écart associé	48
3.1	Synoptique de la simulation d'assemblage	50
3.2	Exemples industriels d'assemblages de type bride	51
3.3	Représentation schématique du mécanisme	51
3.4	Détails de la spécification géométrique	52
3.5	Exigence fonctionnelle	53
3.6	Maillage de la surface annulaire	56
3.7	20 premiers modes propres d'une surface annulaire	56
3.8	Spectre modale : représentation spectrale de la projection vectorielle	56
3.9	Composition modale défauts de surface	57
3.10	Phénomène de repliement	58
3.11	Surface issue de la composition modale avec $n=400$ modes et $\lambda_{1:n} = 1$	59
3.12	Surface développée sous forme rectangulaire	59
3.13	Symétrie de la surface pour assurer la continuité des bords	59
3.14	Fréquences issues de la transformée de Fourier discrète sur l'image "symétrisée" . . .	60
3.15	Algorithme de génération des défauts	61
3.16	Surfaces à assembler	63
3.17	Assemblage équivalent avec le concept de surface écart	64
3.18	Détails des profils extérieurs pour le calcul de la surface somme	64
3.19	Détermination de la facette de contact de l'enveloppe convexe	65
3.20	Mise en position du plan de référence sur les 3 points de la facette de contact	66
3.21	Torseurs des petits déplacements rigides appliqués à la surface $C1$ initiale	66
3.22	Exemple des points de contact effectifs M_i et des zones de contact associées S_{eff} . . .	67

3.23	Mise en position du plan de référence avec le modèle d'érosion	70
3.24	Torseurs des petits déplacements appliqué à la surface $C1$ initiale	70
3.25	Synoptique détaillé de la simulation d'assemblage	71
3.26	Surfaces générées sans défauts de forme	74
3.27	SDT des surfaces planes dans le domaine écart	74
3.28	SDT des surfaces planes pour 30 configurations angulaires	75
3.29	Mesures des déviations locales associées au moyen de préhension d'un tour classique	76
3.30	Surfaces planes avec l'ajout des défauts de forme	76
3.31	SDT des surfaces avec défauts de forme pour 30 configurations angulaires	77
3.32	Configurations d'assemblage	77
3.33	Montage ouvert	78
3.34	Schéma du dispositif expérimental	79
3.35	Assemblage de la bride dans une machine de compression	80
3.36	Sillons d'usinage des surfaces $C1$ et $C2$	80
3.37	Mesures et DMD des surfaces du dispositif expérimental	82
3.38	Comparatif des résultats expérimentaux et numériques	83
3.39	Mécanisme de la bride	85
3.40	Graphique des taux de non-conformité en fonction de la valeur $t_{2(C_{\text{écart}})}$	86
3.41	Représentation des mises en position d'un lot de 10 000 assemblages avec $t_{1(C_{\text{écart}})} = 100\mu\text{m}$ et $t_{2(C_{\text{écart}})} = 0\mu\text{m}$ (sans défaut de forme)	87
3.42	Représentation des mises en position d'un lot de 10 000 assemblages avec $t_{1(C_{\text{écart}})} = 100\mu\text{m}$ et $t_{2(C_{\text{écart}})} = 25\mu\text{m}$, modèle rigide	87
3.43	Exemple de défaut de forme augmentant la rotation r_x	88
3.44	Représentation des mises en position d'un lot de 10 000 assemblages avec $t_{1(C_{\text{écart}})} = 100\mu\text{m}$ et $t_{2(C_{\text{écart}})} = 25\mu\text{m}$ avec le modèle d'érosion	88
3.45	Plan d'un clapet anti-retour [VALLET, 08]	90
3.46	Schéma du dispositif expérimental	91
3.47	Mise en position du saphir sur la surface d'étude suivant le modèle d'érosion	92
3.48	Surface développée sous forme de bande rectiligne	92
3.49	Étape de percolation	93
3.50	Comparaison entre les estimations numériques des transmissivités K_{xx} par rapport à la pression P de contact apparent et les données expérimentales provenant de deux échantillons différents (<i>Exp.1</i> et <i>Exp.2</i>)	94
3.51	Somme des défauts dynamiques et cinématique de la surface annulaire	95
3.52	Représentation d'un domaine d'étude bidimensionnel	96
3.53	Surface de réponse pour 2 paramètres (d'après [LEDOUX, 05])	97
3.54	Résultats du plan de criblage pour une pression de serrage de $P = 150\text{ MPa}$	99
3.55	Représentation des boîtes à moustaches des lots de résultats K_{xx} en fonction de la pression de serrage P	100
3.56	Modes ordonnés en fonction de la valeur absolue de leur coefficient d'influence a_i issu du modèle K_{xxlin} (équation 3.35)	101

3.57 Paramètres influents identifiés	101
3.58 Modes influents pour une pression de serrage P allant de 50 MPa à 200 MPa	102
3.59 Dispersion des sensibilités de $K_{xx_{quad}}$ des n^0 modes influents	104
4.1 Exemple d'assemblage par rotule : Prothèse Totale de Hanche	108
4.2 Mécanisme de la rotule	108
4.3 Maillage de la surface hémisphérique	109
4.4 20 premiers modes propres d'une surface hémisphérique	110
4.5 Rotule numérique d'exemple	110
4.6 Première étape de l'assemblage d'une rotule	112
4.7 Calcul des distances radiales pour chaque nœud de la tête T avec l'insert I	112
4.8 Coordonnées sphériques	113
4.9 Transformation d'un assemblage sans défaut en coordonnées sphériques	113
4.10 Conversion de l'assemblage d'exemple en coordonnées sphériques	114
4.11 Identification des points les plus proches des points de contact	115
4.12 Positions de la tête T pour quelques itérations	116
4.13 Évolution de la norme du vecteur de translation au fil des itérations	117
4.14 Zone de contact délimitée par le regroupement de points interpénétrés	119
4.15 Efforts $\overrightarrow{F(N_j)}$ calculés aux trois zones de contact pour l'assemblage d'exemple (enfoncement de la tête de 0,05 mm)	120
4.16 Efforts $\overrightarrow{F(N_j)}$ calculés aux trois zones de contact pour l'assemblage d'exemple en équilibre (enfoncement de la tête de 1,55 μm)	121
4.17 Validation avec modèle éléments finis	122
4.18 Cinématique de marche	123
4.19 Variation angulaire et charge à appliquer au composant fémoral [ISO-14242-1, 12]	124
4.20 Cinématique issue de la base Sesobel et de la norme ISO-14242-1	126
4.21 Effort et puissance dans l'articulation de la hanche durant la marche	126
4.22 Calibrage des caméras	129
4.23 Suivi des mires du patient	130
4.24 Reconstruction 3D de la cinématique de marche de la jambe gauche	131
4.25 Linéarisation des déplacements calculés	131
4.26 Cinématique de marche du patient superposée aux données de la base Sesobel et de la norme ISO-14242-1	132
4.27 Les cinq défauts modaux caractéristiques issus des mesures de têtes et d'inserts	134
4.28 Quelques positions angulaires du cycle de marche	135
4.29 Évolution de la pression maximale de contact pour 25 assemblages	135
5.1 Simulateur de marche MTS 858 Mini Bionix II	139
5.2 Mesure des surfaces de l'implant avant et après l'essai	141
5.3 Profil de rugosité de la ligne rouge sur la surface de la figure 5.2d	141

5.4	Agrandissements locaux de la figure 5.2d	142
5.5	Comparaison des fréquences du squeaking, de la tige libre et de la tige encastrée dans le bol du simulateur	143
5.6	Système expérimental du pendule	145
5.7	Mouchetis et reconstruction associée de la tête	147
5.8	Tests 1 et 2 : Translations de la zone de référence	148
5.9	Test 1 : Déplacements de la tête prothétique après le nettoyage à l'éthanol (sans squeaking)	148
5.10	Test 2 : Déplacements de la tête prothétique après 10 minutes d'oscillations (avec squeaking)	148
5.11	Test 2 : Décomposition spectrale du son produit par le squeaking sur le pendule . . .	149
5.12	Traces de peinture à l'interface	150
5.13	Cinématique du squeaking suivant une instabilité de type stick-slip	151
5.14	Cinématique du squeaking suivant une instabilité de type sprag-slip	151
5.15	Simulation du comportement pendulaire avec un appui ponctuel	152
5.16	Évolution de la fréquence du stick-slip en fonction du jeu radial ($f=0,07$)	152
5.17	Variations angulaires des oscillations libres du pendule	154
5.18	Calcul de la pression normale et déduction des champs de moment	155
5.19	Mécanisme de la toupie	157
5.20	Surfaces de réponses des décélérations angulaires pour les différents couples (tête/insert)	158
5.21	Mécanisme de la toupie	159
B.1	Pendule rigide sans jeu	189
B.2	Oscillations du pendule en fonction du temps selon les données d'un essai	191
C.1	Pendule rigide avec jeu	193
C.2	Pression normale et système de coordonnées	195
C.3	Densité de moments dM_x pour un mouvement de rotation autour de l'axe \vec{x}	196
D.1	Pressions normales et tangentielles	199
D.2	Densité de moments dM_z pour un mouvement de rotation autour de l'axe \vec{z}	200

Liste des tableaux

1.1	Avantages et inconvénients des différents couples de matériaux	11
1.2	Incidence du squeaking dans la littérature	13
1.3	Paramètres de calcul des modes propres des composants	26
1.4	1 ^{ère} fréquence propre des composants de PTH	26
3.1	Valeurs extrêmes autorisées des différents paramètres géométriques r_x , r_y et t_z . . .	53
3.2	Définition des paramètres relatifs à la répartition uniforme de r_x , r_y et t_z	62
3.3	Valeur des SDT des surfaces planes	74
3.4	Taux de non-conformité en fonction de la valeur $t_2(C_{\text{écart}})$	86
3.5	Extrait du plan d'expériences de criblage et des résultats pour l'étude de 50 modes .	99
3.6	Valeurs médianes et déciles des K_{xx} calculés pour P allant de 50 MPa à 200 MPa . .	100
3.7	Précision de la surface de réponse estimée par R_{adj}^2 pour P allant de 50 MPa à 200 MPa.	102
3.8	Valeurs de niveau des modes n^0 conduisant à des minimums de K_{xx} pour les quatre valeurs de pression 50, 100, 150 et 200 MPa	105
4.1	Paramètres de déplacements pour respecter l'équilibre statique avec le modèle de Hertz	121
4.2	Valeurs des efforts et pressions des zones de contact	122
5.1	Paramètres de surface selon la norme ISO-25178 [ISO-25178-2, 12]	140
5.2	Calcul des coefficients de frottement apparents avec le modèle ponctuel (annexe B) .	155
5.3	Calcul des coefficient apparents de frottement avec le modèle hertzien (annexe C) . .	156

Préambule

La maîtrise géométrique des produits correspond à un enjeu majeur pour la maîtrise du comportement des assemblages, pour la standardisation des pièces qui les composent, pour les problèmes de montage ou encore pour la performance des mécanismes. Les études liées au tolérancement permettent d'apporter des éléments de réponse méthodologique pour quantifier l'influence des défauts des pièces sur le respect des exigences fonctionnelles. Au regard de la complexité de l'étude des mécanismes, la plupart des approches reposent sur les hypothèses suivantes :

1. les éléments tolérancés sont considérés comme idéaux (i.e. sans défauts de forme) ;
2. les pièces sont considérées infiniment rigides.

Or, pour garantir des fonctions d'assemblages spécifiques (montage, étanchéité, guidage, usure, entrefer...) dans des conditions d'efforts parfois importantes, ces hypothèses doivent être remises en cause. Sous ces conditions, il est alors primordial d'étudier à la fois l'influence des défauts de forme des surfaces fonctionnelles pour garantir le respect des conditions fonctionnelles des mécanismes mais aussi d'intégrer les déformations locales des surfaces dans les études de tolérancement. Ces déformations, tant locales qu'à l'échelle de la structure, peuvent engendrer des conséquences dramatiques sur le comportement des liaisons et des mécanismes.

Contexte de l'étude

Ces travaux de recherche sont nés de la collaboration entre deux laboratoires publics de recherche : le laboratoire *I2M-IMC* à Bordeaux-Talence (33) et le laboratoire *SYMME* à Annecy (74), ainsi qu'un laboratoire privé de recherche orthopédique : la société *TURAL* à Marignier (74) pour répondre à un problème industriel dans le domaine de l'arthroplastie¹ lié à l'utilisation des prothèses totales de hanche (figure 1).

Ces prothèses sont des rotules mécaniques qui reprennent la fonction articulaire naturelle d'une hanche défaillante (arthrose, rupture du col du fémur...) et qui permettent au patient de reprendre une "vie normale". Dans les années 70, l'utilisation de matériaux céramiques pour réduire l'usure des composants frottants de la prothèse a fait surgir de nouvelles problématiques mécaniques comme celle du *squeaking*. Le *squeaking* est un bruit aigu, souvent associé à celui d'un grincement de porte, provoqué par la prothèse lors de mouvements des membres inférieurs. Pour quelques cas

¹L'arthroplastie est une intervention chirurgicale ayant pour but de remplacer une articulation, le plus souvent par l'implantation d'une prothèse.



Fig. 1 – Exemple de liaison rotule : la Prothèse Totale de Hanche

rares (inférieurs à 1%), ce phénomène sonore est produit quotidiennement. La prothèse devient alors très difficile à supporter pour le patient et son entourage et nécessite d'être changée. Bien qu'aujourd'hui parfaitement maîtrisée, l'opération de la hanche est un événement éprouvant pour le corps du patient souvent âgé. Cette seconde intervention est donc un facteur à risque pour la santé du patient, en plus des frais supplémentaires engagés et des risques judiciaires encourus si le patient envisage des poursuites.

Objectifs et enjeux

Un des enjeux principaux de ce sujet de thèse est l'identification des causes du squeaking. Ce type d'étude est difficile pour deux raisons principales. Premièrement, la prothèse totale de hanche est utilisée dans un environnement biologique vivant, le corps humain, qui limite considérablement les possibilités de mesures directes du phénomène. D'autre part, les caractéristiques des tissus biologiques environnant la prothèse présentent de fortes variabilités en fonction des patients, mais aussi pour un même patient aux cours du temps. Par conséquent, les modèles de comportement sont donc difficiles à formuler et les hypothèses associées peuvent être remises en cause.

De multiples études ont tenté d'expliquer ce phénomène mais aucune n'a encore pu cerner les causes avec certitude. Toutes les études publiées s'accordent néanmoins sur un point : le squeaking est un phénomène complexe lié à un couplage multifactoriel entre le patient, l'implant et le chirurgien.

Selon nous, les défauts de forme des composants frottants de la prothèse, même s'ils sont très faibles, ont une influence majeure sur les pressions locales que subissent les surfaces de liaison. Ils influencent directement son fonctionnement et pourraient être responsable de l'apparition du squeaking. Cette hypothèse n'a pas été soulevée dans la littérature en raison de la qualité perçue comme "parfaite" des composants.

Les objectifs de ces travaux de thèse sont doubles :

- D'un point de vue recherche, ils concernent la compréhension des phénomènes mis en jeu lors des assemblages de surfaces complexes avec défauts de forme. Cela repose sur le développement et la mise en place d'une méthodologie et des outils qui permettent, en fonction des conditions fonctionnelles de l'assemblage, de prédire quels sont les défauts qui vont optimiser, ou au contraire pénaliser, son fonctionnement.
- D'un point de vue industriel, ils doivent permettre de comprendre le comportement des prothèses de hanche en fonction des défauts de forme des composants de la prothèse, de la cinématique, du type de lubrification et des champs de pression. L'enjeu est de concevoir la future génération de prothèses de hanche en céramique qui garantisse un fonctionnement sans squeaking.

Démarche

L'intégration des défauts de forme dans les assemblages nécessite de repenser les approches classiques de tolérancement. Notre démarche repose sur une approche numérique qui consiste à modéliser des pièces avec défauts pour ensuite simuler l'assemblage dans différentes conditions.

Cette approche considère dans un premier temps la simulation d'assemblage de composants considérés rigides pour définir leur mise en position respective et définir les points de contact. Comme les défauts de forme peuvent induire des zones locales de contact, nous intégrons ensuite les déformations de surface en fonction des efforts extérieurs. Au final, le modèle numérique permet de prédire, en fonction des défauts de forme, de position, et des conditions d'utilisation, le comportement d'assemblage. L'influence des défauts de forme est quantifiée par diverses approches en comparant leurs effets sur une fonction objectif de l'assemblage (étanchéité, précision, guidage...).

Trois problématiques principales sont abordées pour cette approche :

1. la qualification et la simulation des différents types de défauts de forme ;
2. l'assemblage de composants en fonction des défauts et la prise en compte des déformations locales ;
3. l'analyse de l'influence des défauts.

Pour mettre en place les outils et méthodes qui répondent de manière optimale à ces problématiques, le premier support d'étude est un assemblage simple de type appui plan, centrage court, appelé bride. Selon une approche similaire la liaison rotule de la prothèse totale de hanche est étudiée dans un second temps.

Le premier chapitre introduit le contexte industriel de cette étude : la prothèse totale de hanche. À partir d'une brève présentation de la hanche naturelle et de son environnement, nous présentons les techniques qui permettent de remplacer des composants biologiques défectueux par des composants mécaniques et quelles sont les conditions à respecter pour garantir leur bon fonctionnement et leur tenue dans le temps. Par la suite le problème du squeaking et les principales approches proposées dans la littérature pour l'étudier sont détaillées. Par l'analyse des phénomènes physiques mis en jeu, nous montrons que les défauts de forme et les pressions de contact font partie des paramètres clés qui favorisent l'apparition du squeaking.

Le chapitre 2 propose un état de l'art sur les outils et méthodes qui permettent l'analyse des comportements des assemblages mécaniques. En premier lieu sont présentés les différents modèles de contact utilisés dans la littérature pour prendre en compte les déformations locales des surfaces en fonction des efforts extérieurs. Ensuite, on détaille les différents outils existants pour spécifier ces défauts géométriques en considérant les défauts de forme. Enfin on présente l'étude du comportement des mécanisme à partir d'une démarche de tolérancement.

Les chapitres 3 et 4 développent la méthode d'analyse de l'influence des défauts de forme sur deux types de mécanisme, la liaison appui-plan de la bride qui est un assemblage statique et la liaison rotule de la prothèse totale de hanche qui nécessite l'intégration de mobilités de liaison.

L'assemblage de type bride (figure 2) sert de support pour mettre en place et valider les procédures de simulation d'assemblage. Cela permet d'estimer les déformations locales des surfaces de contact en fonction des conditions extérieures de chargement. Il est également proposé plusieurs approches pour qualifier l'influence des défauts de forme sur des fonctions d'assemblages comme la précision de positionnement, la conformité ou l'étanchéité. Ce modèle autorise par ailleurs différentes positions angulaires d'une pièce par rapport à l'autre, ce qui peut être assimilé à une pseudo-mobilité.

Cette caractéristique est exploitée de manière approfondie dans le chapitre 4 où nous analysons la liaison rotule utilisée dans les prothèses totales de hanche (figure 1). Cet assemblage présente trois mobilités en rotation qu'il est indispensable de prendre en compte dans la démarche d'analyse des défauts de forme puisqu'elles modifient les zones de contact. Les outils mis en place dans le

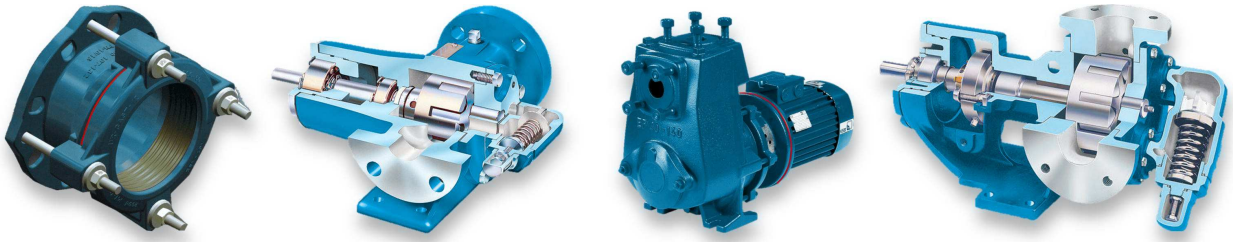


Fig. 2 – Exemples industriels d'assemblages de type bride

chapitre 3 sont utilisés pour simuler l'assemblage de la liaison rotule en fonction de sa configuration angulaire et les champs de pression sont calculés en fonction des efforts et des défauts de forme. Dans la réalité, la cinématique et les efforts dans la liaison rotule sont liés au patient porteur de la prothèse. À cet effet, ce chapitre détaillera les méthodes utilisées pour caractériser la cinématique du mouvement de marche et les efforts associés.

Pour terminer, le chapitre 5 présente trois dispositifs expérimentaux différents pour analyser le comportement de la prothèse avec ou sans squeaking dans des conditions *in vitro*². Le but est d'obtenir une analyse plus fine du comportement de la prothèse pour qualifier et enrichir nos modèles. Le premier dispositif correspond à un simulateur de marche qui permet de tester la prothèse dans des conditions de mouvements et d'efforts similaires à ceux subis *in vivo*³. Les caractéristiques mesurées avant et après les essais donnent des éléments d'analyse de l'évolution des surfaces de contact. De plus, des analyses fréquentielles permettent d'identifier la signature vibratoire du squeaking. Les deux autres dispositifs sont conçus pour analyser le comportement de la prothèse en oscillations libres. Des mesures optiques donnent accès à la cinématique de la prothèse avec ou sans présence de squeaking. À partir des mesures de dissipation énergétique, on propose de quantifier le travail des efforts de frottement. Par comparaison, il est alors possible de qualifier les modèles de contact.

²In vitro : du latin : "dans le verre", signifie d'un test qu'il est réalisé en dehors de l'organisme vivant dans lequel il devrait normalement évoluer.

³In vivo : du latin "au sein du vivant", par opposition à in vitro. Ce terme signifie que le test est réalisé à l'intérieur de l'organisme vivant dans lequel il devrait normalement évoluer (ici le corps humain).

La Prothèse Totale de Hanche et le squeaking

Objectifs du chapitre

Ce premier chapitre commence par une brève présentation de la hanche naturelle et son environnement. Les différentes causes qui peuvent amener le dysfonctionnement de cette articulation sont ensuite introduites et nous allons voir comment la hanche peut être remplacée au moyen d'une prothèse totale de hanche. Ce chapitre décrit ensuite le problème de squeaking et les approches proposées dans la littérature pour étudier ce phénomène. Par l'analyse des phénomènes physiques mis en jeux, nous montrons que les défauts de forme font partie des paramètres clés à prendre en compte concernant son apparition.

Sommaire

1.1	Contexte industriel : La Prothèse Totale de Hanche (PTH)	6
1.1.1	Anatomie de la hanche naturelle	6
1.1.2	Remplacement de l'articulation	7
1.1.3	Composants d'une prothèse	8
1.2	Le problème du squeaking	12
1.2.1	Historique	13
1.2.2	Les causes du squeaking	15
1.2.3	Bilan	22
1.3	Analogie entre la prothèse et un instrument de musique	23
1.3.1	Analyse du résonateur	24
1.3.2	Analyse de l'excitateur	30
1.4	Synthèse	32

1.1 Contexte industriel : La Prothèse Totale de Hanche (PTH)

1.1.1 Anatomie de la hanche naturelle

La hanche est l'articulation qui relie la cavité articulaire du bassin (le cotyle) à la tête du fémur (extrémité hémisphérique de l'os de la cuisse), elle est représentée sur la figure 1.1. C'est une articulation très sollicitée qui doit supporter le poids du haut du corps et assurer la locomotion. La hanche se comporte comme une liaison rotule, elle autorise trois degrés de liberté en rotation correspondant aux trois mouvements anatomiques classiquement définis dans les trois plans de référence anatomique par (figure 1.1) :

- *Flexion-Extension* : Le mouvement de flexion de hanche s'effectue dans le *plan sagittal* et approche la cuisse du haut du corps, tandis que l'extension provoque son éloignement.
- *Abduction-Adduction* : Durant l'abduction, le membre inférieur s'éloigne latéralement dans le *plan frontal*, durant l'adduction il s'en rapproche.
- *Rotations interne-externe* : Ce mouvement correspond à la rotation du membre inférieur autour de l'axe vertical, lorsque la pointe du pied se déplace dans le *plan transversal*. Vers l'extérieur, on parle de rotation externe et vers l'intérieur de rotation interne.

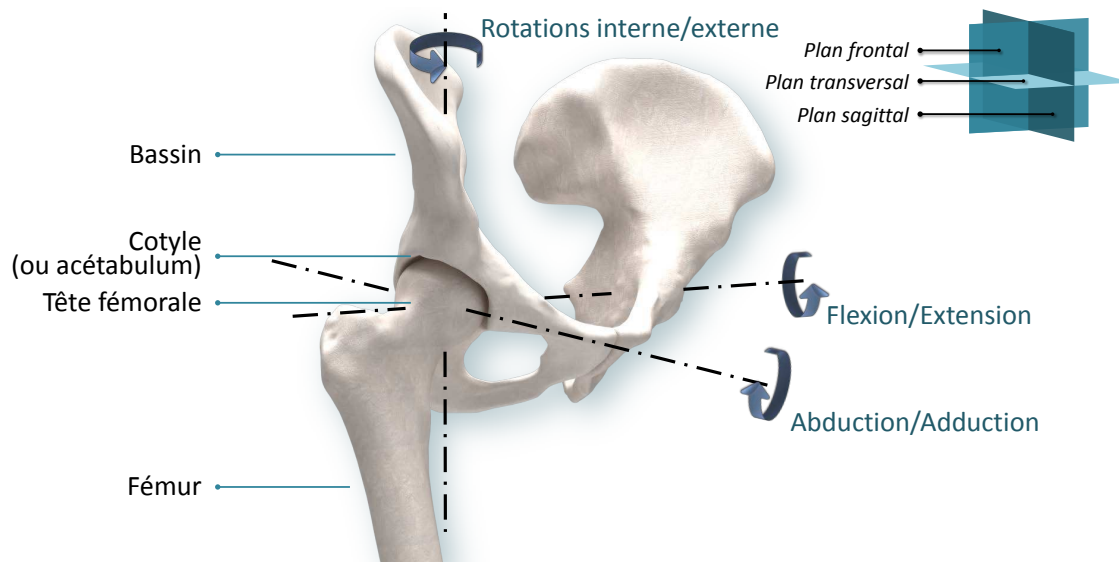


Fig. 1.1 – La hanche et ses mobilités

Les excellentes caractéristiques mécaniques de cette liaison reposent essentiellement sur la présence du cartilage articulaire à la surface des structures osseuses et de son association avec le liquide synovial. Le liquide synovial est un dérivé du plasma sanguin. Ce liquide visqueux est naturellement sécrété au sein de chacune des articulations du corps humain pour les lubrifier [ATESHIAN, 09]. C'est également un liquide nourricier pour les cellules du cartilage [JAY *et al.*, 07].

Lors de la marche, le cartilage joue le rôle d'amortisseur lors des chocs du pied sur le sol qui se répercutent sur l'ensemble des articulations inférieures dont celle de la hanche, de plus il répartit les efforts dans l'articulation. Le cartilage absorbe par ailleurs une partie du liquide synovial qu'il libère lors du mouvement pour lubrifier l'articulation permettant ainsi le glissement des os les uns sur les autres sous des chargements importants. Les tissus du cartilage et les os qui composent l'articulation ont la capacité de se régénérer au cours du temps pour palier l'usure et la fatigue dues aux différents mouvements. Cependant cette capacité tend à se réduire avec l'âge, plus ou moins rapidement selon les patients, ce qui altère progressivement le comportement de la hanche.

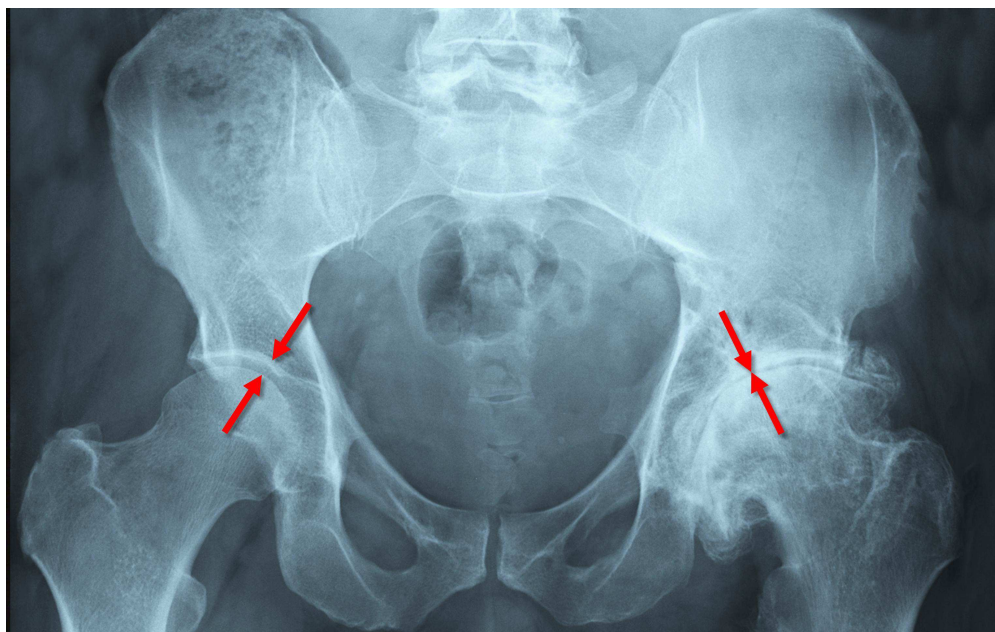


Fig. 1.2 – Radiographie standard d'une hanche. On peut voir à gauche une hanche saine où le cartilage (invisible sur les radios) sépare les os tandis qu'à droite les os se touchent, signe d'une arthrose avancée.

Plusieurs causes pouvant provoquer ces dégradations ont été recensées :

- *Arthrose* (figure 1.2) : dégénérescence du cartilage, liée à l'âge des articulations mais pouvant être aggravée par l'activité physique, le surpoids, l'alimentation, l'alignement articulaire etc. Cette maladie peut produire des changements des propriétés de l'os sous-jacent.
- *Polyarthrite rhumatoïde* (et autres maladies inflammatoires) : maladie indépendante de l'âge qui provoque une inflammation de la membrane entourant les articulations (la membrane synoviale qui sécrète le liquide synovial) accélérant l'usure du cartilage (arthrose).
- *Nécrose* : modification morphologique survenant à la suite d'un traumatisme de l'articulation, provoquant une interférence de vascularisation et la mort des cellules dans les articulations touchées.
- *Traumatisme* : destruction de la structure osseuse de façon irréversible (comme par exemple la rupture du col du fémur). Ce traumatisme est souvent le résultat de la maladie d'ostéoporose caractérisée par la diminution de la densité osseuse et de la qualité des os.

1.1.2 Remplacement de l'articulation

L'altération de la fonction de la hanche se manifeste généralement par l'apparition de douleurs et par la réduction des fonctions motrices chez le patient. Lorsque le traitement médical ne permet plus de soulager l'état du patient, le médecin a alors recours à une intervention chirurgicale visant à remplacer l'articulation par une Prothèse Totale de Hanche (PTH).

La première tentative de remplacement de la hanche eut lieu en 1890 par Thomas Glück, qui a confectionné la première prothèse totale de hanche en ivoire. De nombreux essais ont par la suite été réalisés avec différents matériaux, formes et méthodes d'implantations. Toutes les tentatives furent généralement catastrophiques pour trois raisons. Premièrement, les matériaux utilisés n'étaient pas suffisamment biocompatibles¹. Ensuite, les fixations des prothèses aux os n'étaient pas efficaces. Enfin, l'usure de la prothèse était très rapide.

¹Capacité d'un matériau à ne pas interférer ou dégrader le milieu biologique dans lequel il est utilisé.

Il faudra attendre les années 1950 pour obtenir une prothèse totale susceptible de redonner à la hanche une articulation performante. Aujourd'hui, les techniques opératoires sont maîtrisées de telle sorte que la majorité des prothèses posées permettent aux patients de marcher à nouveau sans ressentir de douleurs ou même de gêne, et avec les mêmes amplitudes de mouvements. On parle alors de prothèse "oubliée" où, comme son nom l'indique, le patient reprend une vie normale comme avec une hanche naturelle oubliant que celle-ci a été remplacée.

L'implantation de PTH est actuellement une des interventions les plus fréquemment pratiquées en chirurgie orthopédique. En 2004, d'après l'institut Avicenne, on dénombre 730 000 poses en Europe dont 160 000 en France [AVICENNE, 05]. Ce nombre est en constante augmentation en raison du vieillissement de la population mais aussi à cause de la croissance du nombre d'individus en surpoids.

Parmi l'ensemble des implantations, près de 85% sont des interventions dites "de première intention", c'est à dire du premier remplacement de la hanche naturelle par une PTH, tandis que les autres sont des opérations de *révisions* qui consistent à changer une prothèse défectueuse [SKUTEK *et al.*, 06, MAHOMED *et al.*, 03]. Comme le montre la figure 1.3, l'âge moyen d'une opération de première intention est de 75 ans et les femmes sont deux fois plus concernées que les hommes.

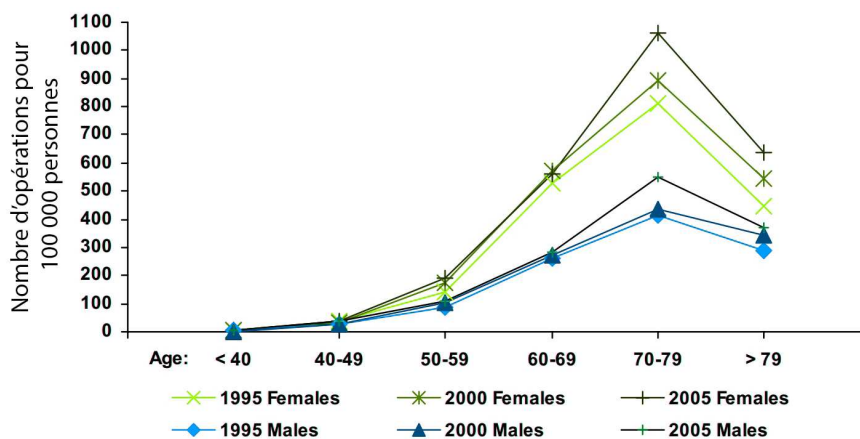


Fig. 1.3 – Incidence de l'âge et du sexe pour la première prothèse de la hanche [TRIBOS, 07]

Le taux moyen de décès dans les 90 jours après une opération est de 0,4% pour les opérations de première intention, il est de 1,3% pour les opérations de révision. Toutefois ces moyennes cachent des disparités notamment par rapport à l'âge du patient qui est un des facteurs prépondérants quant à son espérance de survie à l'opération. Les sujets de moins de 65 ans au moment de l'intervention ont un taux de décès de 0,03% tandis que les plus de 85 ans ont un taux de 6,25% [SHAH, 13, AYNARDI *et al.*, 09]).

1.1.3 Composants d'une prothèse

Une PTH est composée d'une cupule et d'un ensemble fémoral. Chacun de ces sous-ensembles peut-être soit monobloc soit modulaire. Les prothèses étudiées dans cette étude sont les plus utilisées, avec une cupule composée d'un metal-back et d'un insert, et l'ensemble fémoral d'une tête prothétique et d'une tige fémorale (figure 1.4). Le metal-back est une demi-sphère de métal encastrée dans le cotyle du bassin. À l'intérieur, est logée une garniture en polyéthylène, métal ou céramique, appelée insert. Cet ensemble metal-back-insert est également appelé cotyle. La tige fémorale est la partie métallique insérée dans l'extrémité supérieure du fémur auquel le chirurgien aura retranché la tête. Cette tige supporte à son extrémité la tête prothétique (en céramique, inox ou cobalt-chrome) logée dans l'insert. Comme on peut le voir sur la figure 1.4, la tête prothétique est encastrée sur le col de la tige fémorale par une fixation conique appelée "cône morse". De la même manière l'insert

possède une surface conique qui permet son maintien dans le metal-back. Cette fixation permet le centrage et la tenue des composants entre eux par un phénomène d'arc-boutement.

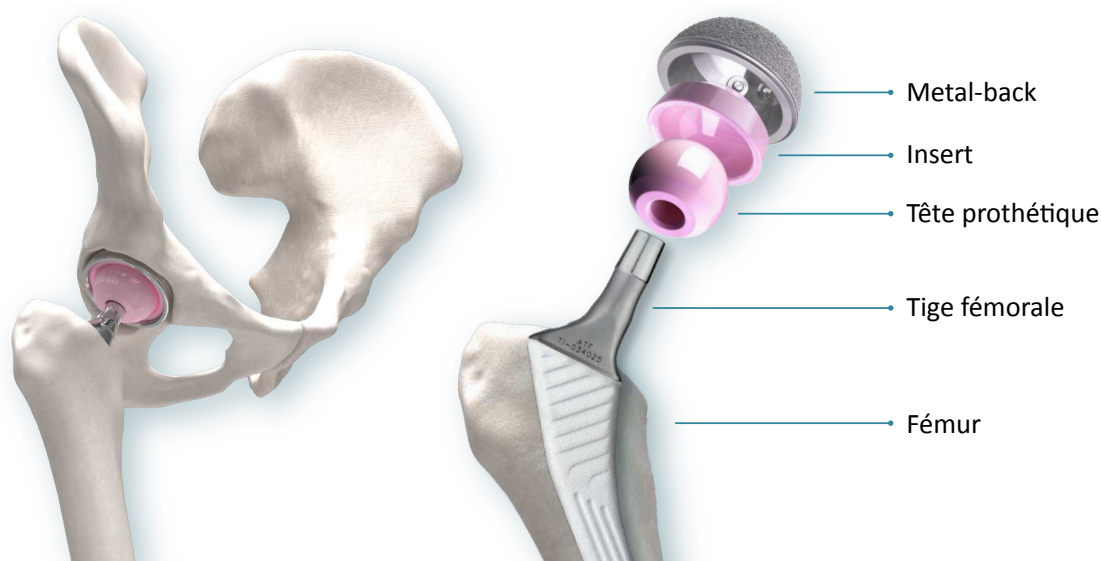


Fig. 1.4 – La Prothèse Totale de Hanche (PTH)

La tête prothétique et l'insert constituent les *parties frottantes* de la prothèse. Les éléments métalliques, tige fémorale et metal-back ont pour fonction de maintenir les parties frottantes, et de les solidariser aux os du corps humain par leur fixation sur le fémur et le bassin. Ce sont les *parties fixantes* de la prothèse. Elles sont le plus souvent en acier inoxydable austénitique (316L ou 316LN), en alliage de titane ($\text{Ti}_6\text{Al}_4\text{V}$) ou cobalt-chrome (CoCr).

1.1.3.1 Les parties fixantes

La réussite d'une arthroplastie de la hanche repose en grande partie sur les conditions d'implantation des éléments de la prothèse à l'interface os/implant. Actuellement, deux modes d'intégration sont utilisés.

Le premier consiste à encastrer directement les éléments dans l'os par compression, cette méthode est appelée *fixation par impaction* ou *fixation "press-fit"*. La tige fémorale et le metal-back, sont impactés (enfoncés par une succession d'impacts, comme un clou) dans la cavité du fémur ou du bassin de manière à maximiser la surface de contact os/implant mais aussi pour obtenir un assemblage précontraint. Ce type d'assemblage se stabilise dans un délai de six à douze semaines par un phénomène de repousse osseuse. Pour favoriser la repousse osseuse, les fabricants ont le plus souvent recours à un revêtement de surface ostéoconducteur sur les prothèses : l'hydroxyapatite (couche blanche d'environ $150\ \mu\text{m}$ d'épaisseur, visible sur la tige fémorale de la figure 1.4). En effet, l'os identifie l'hydroxyapatite comme un de ses constituants minéraux (le phosphate de calcium) ce qui favorise sa repousse sur le revêtement et donc sur la prothèse [WOPENKA et PASTERIS, 05]. Le deuxième mode d'intégration consiste à utiliser un ciment chirurgical, introduit dans la cavité osseuse à l'état pâteux avant l'insertion des prothèses. Le durcissement est obtenu en une dizaine de minutes par polymérisation, ancrant ainsi les composants prothétiques au squelette. Ce moyen de fixation a l'avantage de minimiser le traumatisme osseux et autorise rapidement la marche.

Le choix entre prothèse cimentée et prothèse sans ciment dépend pour une large part des tendances individuelles des chirurgiens et de leur école. Quelque soit le mode de fixation utilisé, s'il est imparfait, les implants vont présenter une "micro-mobilité parasite" qui entraîne des douleurs lors de l'appui. Parfois la prothèse se recale et finit par se fixer, parfois une opération de révision est nécessaire. Les revêtements ostéoconducteurs apparaissent comme le procédé de fixation pouvant

tenir le plus longtemps avant descellement de prothèse [GEESINK et HOEFNAGELS, 95]. Mais ils ne sont possibles que pour une opération de première intention et impliquent une bonne qualité osseuse en raison de la fixation par impaction.

1.1.3.2 Les parties frottantes

La durée de vie des PTH dépend fortement de leur comportement face à la fatigue et à l'usure. Il existe différents couples de matériaux de l'ensemble tête prothétique/insert pour garantir un glissement relatif des surfaces avec un faible coefficient de frottement et un faible taux d'usure.

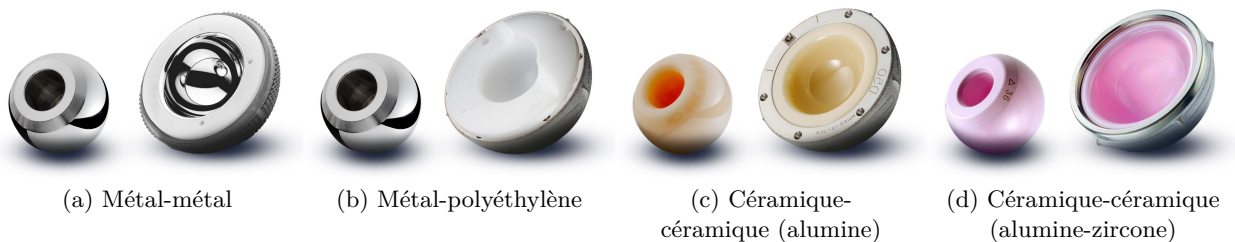


Fig. 1.5 – Différents couples de matériaux

On distingue parmi les couples utilisés (figure 1.5) :

- métal-métal (Me-Me)
- métal-polyéthylène (Me-Pe)
- céramique-polyéthylène (Ce-Pe)
- céramique-céramique (Ce-Ce)

Dans les années 1960, le couple métal-métal fut un des premiers utilisés à grande échelle en raison de sa résistance à l'usure. Néanmoins, il est apparu par la suite que cette usure, liée au frottement des matériaux (alliage cobalt-chrome), engendre des particules de métal et un relargage d'ions métalliques dans le sang. Ceci provoque des nécroses, de la *métallose* et de l'*ostéolyse*. La métallose est un phénomène comprenant des réactions inflammatoires des tissus biologiques imprégnés de débris métalliques accompagnée d'un taux élevé de métal sanguin pouvant provoquer des pseudotumeurs. L'ostéolyse est provoquée par des cellules (les macrophages) que l'organisme produit pour éliminer les particules étrangères. L'inconvénient majeur est que ces cellules s'attaquent aussi au tissu osseux environnant. Comme les particules étrangères sont générées de manière continue, l'os est progressivement rongé ce qui aboutit au descellement² de la prothèse. Ce couple est de moins en moins utilisé en raison de son caractère dangereux. Des recherches sont toujours en cours pour améliorer la qualité des alliages, notamment avec l'alliage cobalt-chrome-nickel, mais ces matériaux sont toujours suspectés d'induire des réactions inflammatoires [WILLIAMS, 09].

Le couple métal-polyéthylène a progressivement remplacé le couple métal-métal, notamment grâce aux améliorations du polyéthylène comme le polyéthylène à haute densité UHMWPE (Ultra High Molecular Weight Polyethylene) [HALL et UNSWORTH, 97]. Le polyéthylène reprend la fonction d'amortissement des chocs du cartilage naturel. De plus ce matériau protège de la métallose en s'usant à la place du métal. Cependant cette usure libère des particules de polyéthylène qui, pour les mêmes raisons que précédemment (macrophage), aboutit à l'ostéolyse.

Les améliorations technologiques ont permis de développer en parallèle de nouveaux matériaux comme la céramique d'alumine. Utilisée dès 1975 pour remplacer les têtes en métal, le couple céramique-polyéthylène permet de diminuer de 50% le taux d'usure du polyéthylène par rapport au couple métal-polyéthylène [TIPPER *et al.*, 01].

²Le descellement correspond à une perte de fixation entre l'os et la prothèse, c'est à dire que la prothèse initialement fixée à l'os se décroche, ce qui nécessite le remplacement partiel ou complet de la PTH.

Une des plus grandes innovations technologiques a été l'introduction du couple de matériaux céramique-céramique qui concurrence aujourd'hui le couple métal-polyéthylène. Ce couple a été développé en 1970 par Pierre Boutin en France, mais son utilisation a été longtemps limitée à cause de la fragilité de la céramique pouvant engendrer des fractures d'implants [BOUTIN, 00, BOUTIN, 72, SEDEL, 00]. Ce problème a été en partie résolu par le développement de nouvelles céramiques plus denses avec un grain plus fin pour aboutir en 1995, à la céramique composite alumine-zircone. Le risque fracturaire est aujourd'hui très limité. Il est estimé entre 0,005 à 0,02% pour la céramique d'alumine, voir encore plus faible avec la céramique composite alumine-zircone [CHEVILLOTTE *et al.*, 08, HANNOUCHE *et al.*, 03]. De plus, de récentes innovations sur les méthodes d'implantation, qui consistent à implanter la prothèse pré-assemblées dans le patient, ont permis de diminuer encore ce taux. À ce jour aucune fracture n'est recensée avec cette méthode [BEYA *et al.*, 12].

Le principal avantage du couple céramique-céramique est qu'il présente un taux d'usure jusqu'à 4000 fois inférieur à celui du couple métal-polyéthylène [CHEVILLOTTE *et al.*, 08, BOUTIN, 00, DORLOT *et al.*, 89]. Les phénomènes d'ostéolyses sont ainsi nettement inférieurs à ceux produits avec l'utilisation de polymères [BÖHLER *et al.*, 00, JAZRAWI *et al.*, 99]. Le prix d'une prothèse Ce-Ce est toutefois élevé, ce couple de matériaux est donc réservé aux patients jeunes, pour qui la prothèse doit fonctionner a priori plus longtemps.

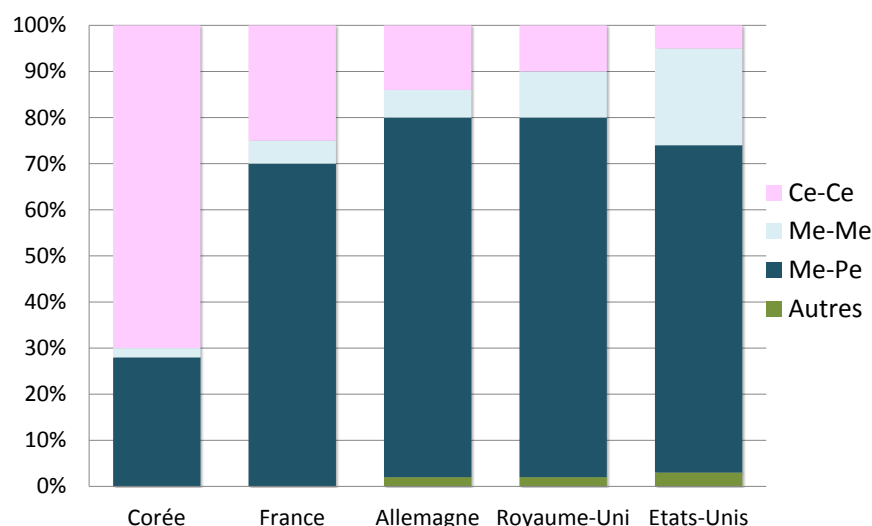


Fig. 1.6 – Répartition des couples de matériaux implantés en 2008 [CERAMTEC, 08]

L'implantation des prothèses Ce-Ce s'est démocratisée en France en 1995 et en 2003 aux États-Unis. La figure 1.6 montre les différentes répartitions des couples de matériaux en fonction des pays pour l'année 2008. On peut voir que pour les pays d'Europe et États-Unis, le couple Me-Pe compte pour environ 70% des PTH posées. Seule la Corée se démarque avec une composition de 70% du couple Ce-Ce. Par ailleurs si les Coréens ont rapidement accepté ces matériaux pour en faire un de leur standard, en 2008 l'Europe implantait 25% de PTH Ce-Ce et les États-Unis en posaient 5 fois moins et conservait 20% de leurs implantations en Me-Me.

Couples	Me-Me	Me-Pe	Ce-Pe	Ce-Ce
Taux d'usure	4,2 µm/an	200 µm/an	100 µm/an	<1 µm/an
Durée de vie estimée	10-15 ans	10-15 ans	10-20 ans	20 ans et plus
Prix	2000€	1200€	1500€	3000€

Tab. 1.1 – Avantages et inconvénients des différents couples de matériaux

Le tableau 1.1 synthétise les principaux avantages et inconvénients des différents couples de matériaux, on peut voir leur taux d'usure linéaire par année (une année de fonctionnement équivaut à un million de cycles) [CERAMTEC, 12], leur tenue dans le temps [POURREYRON *et al.*, 08, HAMADOUCHE *et al.*, 02], et leur prix (moyenne du prix de la PTH complète, sur une base de remboursement de l'article L165-1 du code de la sécurité sociale). Le choix du couple de matériaux implanté est établi par le chirurgien en fonction du patient, de son âge, de ses maladies, de son activité et de son espérance de vie.

Actuellement les PTH Me-Pe et Me-Me ont une durée de vie de l'ordre de 10 à 15 ans. D'après Harris, le descellement reste la complication la plus fréquente associée à leur implantation [HARRIS, 95]. Concernant les couples Ce-Ce, leur très faible taux d'usure a permis de réduire fortement le phénomène d'ostéolyse. Bien que ces prothèses présentent de nombreux intérêts, notamment concernant leur longévité, il subsiste un problème : le *squeaking*.

1.2 Le problème du squeaking

Dans certains cas, il peut arriver que les PTH en céramique émettent un bruit lors de mouvements du patient, comme la marche, la montée des escaliers, le relèvement à partir d'une position assise ou encore lorsque le patient se penche en avant. Ce bruit caractéristique, souvent associé à celui d'un grincement de porte, s'appelle le *squeaking*. Ce phénomène est complètement indolore pour le patient, il était déjà connu pour les couples de matériaux Me-Me mais avait la réputation de disparaître avec le temps [CHARNLEY, 79, HING *et al.*, 07, ESPOSITO *et al.*, 10, HOLLOWAY *et al.*, 09, BACK *et al.*, 05]. Pour certains cas rares, il est produit quotidiennement, pour chaque mouvement du patient. La prothèse devient alors très difficile à supporter pour le patient et son entourage, et nécessite une intervention chirurgicale, appelée *révision*, pour remplacer l'implant. Bien qu'aujourd'hui parfaitement maîtrisée, l'opération de la hanche est un événement éprouvant pour le corps du patient, souvent âgé. Cette seconde intervention est donc un facteur à risque pour la santé du patient (1,3% de risque de décès dans les 90 jours après une révision contre 0,4% après une opération de première intention [SHAH, 13, AYNARDI *et al.*, 09]). De plus, des frais supplémentaires doivent être engagés (on estime le coût d'une opération de la hanche à 10 000 euros) et des risques judiciaires sont encourus si le patient envisage des poursuites.

Le domaine du biomédical est un domaine très sensible et très contrôlé. Chaque produit est évalué par des organismes de surveillance nationaux comme l'ANSM³, qui régulent la mise sur le marché des différents produits de santé. Ces organismes sont habilités, en vertu du principe de précaution, à demander le retrait de certains produits du marché.

On peut citer l'exemple du retrait définitif de certaines têtes de prothèses de hanches en céramique de zircone produites par la société Saint-Gobain, en raison du "nombre anormal de ruptures" constaté chez les patients [AFSSAPS, 02]. Ces restrictions peuvent être de plus accompagnées de poursuites judiciaires pouvant mettre en péril la pérennité des entreprises comme pour le scandale récent des prothèses mammaires PIP qui a abouti à la liquidation de l'entreprise [BERRY *et* STANEK, 12]. On peut encore mentionner le modèle de prothèse totale de hanche Stryker Trident qui a été retiré du marché en 2008 par l'organisme américain Food and Drug Administration (FDA), notamment à cause du nombre important de patients se plaignant du squeaking.

Ainsi, face à ces enjeux sanitaires et économiques, il est crucial de comprendre les causes d'apparition du squeaking. Cette compréhension permettra à moyen terme d'envisager la conception de nouvelles générations de prothèses ne présentant plus ce phénomène.

³ANSM : Agence Nationale de Sécurité du Médicament et des produits de santé (anciennement Afssaps)

1.2.1 Historique

Le premier cas de squeaking recensé dans la littérature date de 2003, soit 33 ans après la première introduction du couple Ce-Ce [EICKMANN *et al.*, 03]. Cependant cette publication reste la seule qui aborde ce sujet jusqu'en 2007 où le squeaking commence à être un champ d'étude scientifique. Dès lors, le nombre de cas cités et les études sur ce phénomène ont commencé à croître dans la littérature scientifique mais aussi dans la presse publique comme le journal du *New York Times* qui exposa en 2008 un cas grave de squeaking permanent, fortement audible et nécessitant une révision [FEDER, 08].

L'apparition soudaine de ce phénomène dans les couples Ce-Ce et sa brusque popularité est étonnante. S'agit-il d'un phénomène de mode ? D'une stratégie de décrédibilisation des prothèses en céramique ? Ou bien d'un phénomène réellement inquiétant ?

Le phénomène de mode peut s'expliquer par les enquêtes menées par les chirurgiens sur le sujet, attisant la sensibilité des patients. On peut aussi penser que l'exigence de ceux-ci a augmenté avec le temps : pour les premiers patients expérimentateurs de prothèse, un grincement était une gêne toute relative au regard des bienfaits apportés par la prothèse. Quant à la stratégie de décrédibilisation, elle peut prendre sa source chez les fabricants de prothèses en métal ou chez les chirurgiens ayant eu une mauvaise expérience avec les prothèses en céramique. Enfin, si ce phénomène est réellement apparu dans les années 2003-2006, quel changement a pu contribuer à cette apparition ? On songe naturellement aux nouveaux matériaux comme la céramique, mais aussi aux revêtements d'hydroxyapatite, aux nouvelles méthodes de fabrications et d'implantations, ou encore aux nouvelles conceptions d'implants.

Auteurs	Année	Nombre de prothèses	Incidence
Lusty <i>et al.</i> [LUSTY <i>et al.</i> , 07]	2007	301	0,3%
Walter <i>et al.</i> [WALTER <i>et al.</i> , 07]	2007	2397	0,5%
Jarrett <i>et al.</i> [JARRETT <i>et al.</i> , 07]	2007	159	7%
Restrepo <i>et al.</i> [RESTREPO <i>et al.</i> , 08]	2008	999	2,7%
Capello <i>et al.</i> [CAPELLO <i>et al.</i> , 08]	2008	380	0,8%
Baek <i>et al.</i> [BAEK et KIM, 08]	2008	60	1,7%
Keurentjes <i>et al.</i> [KEURENTJES <i>et al.</i> , 08]	2008	43	20,9%
Jarrett <i>et al.</i> [JARRETT <i>et al.</i> , 09]	2009	131	10,7%
Mai <i>et al.</i> [MAI <i>et al.</i> , 09]	2009	320	10%
Choi <i>et al.</i> [CHOI <i>et al.</i> , 10]	2010	173	5%
Restrepo <i>et al.</i> [RESTREPO <i>et al.</i> , 10b]	2010	152	2,6%
Restrepo <i>et al.</i> [RESTREPO <i>et al.</i> , 10a]	2010	1486	6,4%
Schroder <i>et al.</i> [SCHRODER <i>et al.</i> , 10]	2010	436	1,9%
Swanson <i>et al.</i> [SWANSON <i>et al.</i> , 10]	2010	270	8,8%
Mesko <i>et al.</i> [MESKO <i>et al.</i> , 11]	2011	848	1%
Essig <i>et al.</i> [ESSIG <i>et al.</i> , 12]	2012	265	2,1%
Chen <i>et al.</i> [CHEN <i>et al.</i> , 12]	2012	413	0%
Kiyama <i>et al.</i> [KIYAMA <i>et al.</i> , 13]	2013	183	12%

Tab. 1.2 – Incidence du squeaking dans la littérature

Pour évaluer l'impact réel du phénomène, plusieurs chirurgiens ont établi des études statistiques sur leurs patients (tableau 1.2). Toutefois, ces statistiques sont évaluées au travers de questionnaires différents où la sévérité du squeaking n'est pas clairement définie. Les études présentent ainsi un caractère subjectif ce qui explique le caractère alarmant de certaines d'entre elles. En effet, certains chirurgiens ont seulement comptabilisé les grincements qui étaient quotidiens tandis

que d'autres retenaient aussi les squeaking occasionnels et peu audibles. D'ailleurs, la plupart des chirurgiens mentionnent qu'aucune révision n'a été nécessaire pour cause de squeaking. Devant une telle variabilité des résultats, Swanson propose en 2010 des classes de fréquence et d'intensité du squeaking [SWANSON *et al.*, 10] :

Classes de fréquence du squeaking :

- Grade I étant inférieur à la semaine
- Grade II survenant 1 à 4 fois par semaine
- Grade III supérieur à 4 fois par semaine mais pas tous les jours
- Grade IV quotidien

Classes d'intensité sonore du squeaking :

- Grade A perceptible seulement par le patient
- Grade B parfois audible par l'entourage du patient
- Grade C toujours audible par l'entourage du patient
- Grade D assez fort pour créer un problème social pour le patient, généralement de l'embarras ou la crainte d'attirer l'attention.

D'après cette échelle, le squeaking devient un problème si l'intensité est toujours audible par l'entourage du patient (grade C ou D) avec une fréquence d'au moins une fois par semaine (Grade II ou plus). Sur cette base, alors que ce phénomène sonore touche 8,8% de ses patients, Swanson conclut que le squeaking n'est, en réalité, un problème que pour 2,2% des patients. On note cependant que, parmi les prothèses grinçantes de cette étude, 83% étaient composées des modèles *Trident* de la marque *Stryker* [SWANSON *et al.*, 10]. Sachant que ce modèle est réputé pour grincer (explication page 18), on le retire des statistiques de Swanson, le problème du squeaking correspond alors à 0,3% des prothèses implantées. Cette analyse converge ainsi avec les études de Walter et Ecker qui montrent que le nombre de révisions dû au squeaking est respectivement de 0,48% et 0,4% [WALTER *et al.*, 07, ECKER *et al.*, 08].

Par ailleurs, des études ont été menées pour quantifier la durée post-opératoire avant l'apparition du squeaking. Les résultats semblent très variables, dans les études réalisées par Mai, Matar ou Lusty, le squeaking apparaît en moyenne dans les deux années qui suivent l'implantation de la PTH (1 à 48 mois) [MAI *et al.*, 09, MATAR *et al.*, 10, LUSTY et WALTER, 07]. Swanson et Restrepo comptabilisent quant à eux 19,6 mois (8 à 72 mois) et Walter 14 mois (4 à 50 mois) [SWANSON *et al.*, 10, RESTREPO *et al.*, 10b, WALTER *et al.*, 07]. Ces valeurs moyennes sont en réalité peu représentatives en raison des disparités importantes, la figure 1.7 réalisée par Mai reflète bien cette variabilité.

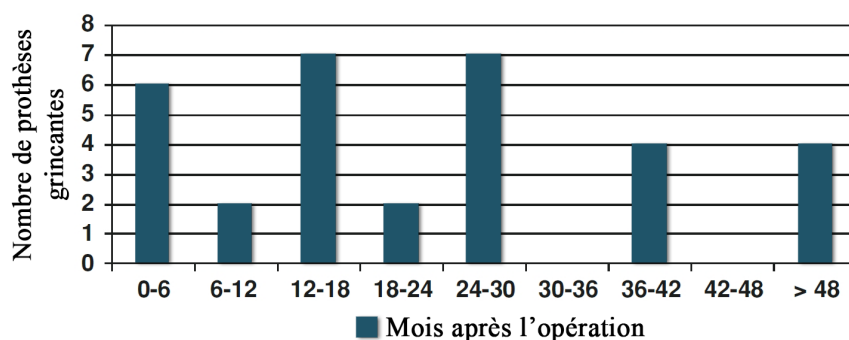


Fig. 1.7 – Durée post-opératoire avant l'apparition du squeaking [MAI *et al.*, 09]

De la même manière que pour les prothèses Me-Me, il arrive que le squeaking des couples céramiques disparaisse. Essig rapporte que sur 16 prothèses grinçantes, 10 ont vu le squeaking disparaître avec le temps et aucune n'a nécessité de révision [ESSIG *et al.*, 12]. Cette disparition n'est cependant pas systématique.

1.2.2 Les causes du squeaking

Il demeure une incompréhension de la part des chirurgiens liée au fait qu'un modèle identique de prothèse peut grincer sur un patient et pas sur un autre. Quelles sont les raisons qui expliquent l'apparition de ce phénomène ? Pourquoi certaines prothèses vont grincer et d'autres non ?

La recherche des causes du squeaking est difficile pour deux raisons principales. Premièrement, la prothèse totale de hanche est utilisée dans un environnement biologique vivant, le corps humain, ce qui limite son étude dans des conditions réelles. D'autre part, les caractéristiques des tissus biologiques environnant la prothèse peuvent varier de manière importante au cours du temps ou selon les patients. Les hypothèses et les modèles de comportement sont donc difficiles à formuler, très sensibles, et leur fiabilité est facilement remise en question. Actuellement, le seul retour d'expérience possible sur des prothèses grinçantes est obtenu par des procédés d'imageries médicales comme l'imagerie par résonance magnétique (IRM) ou plus classiquement la radiographie par rayons X. Il existe également la possibilité d'étudier des explants prothétiques qui sont des prothèses récupérées sur un patient suite à son décès ou après une révision.

La littérature incrimine de nombreux facteurs pouvant provoquer le squeaking. Les premières études statistiques ont par ailleurs été menées "à l'aveugle" en testant aléatoirement l'influence de différents facteurs. On peut citer Choi qui a montré que la taille de la tête prothétique avait une influence dans l'apparition du squeaking [CHOI *et al.*, 10], mais cette conclusion est infirmée par Mai pour qui cette caractéristique n'est statistiquement pas significative [MAI *et al.*, 09]. De la même manière Walter trouve une différence statistique par rapport à l'âge (jeune), la taille (grand) et poids (lourd) du patient [WALTER *et al.*, 07], mais cette influence n'apparaît pas dans les statistiques de Swanson qui montre que le squeaking n'est ni associé à l'âge, à la taille, au poids, à l'IMC (Indice de Masse Corporelle), au sexe, au niveau d'activité, à la taille de l'insert, au diamètre de la tête fémorale, à l'offset fémoral (distance entre l'axe de l'os fémoral et le centre de la tête (figure 1.8a)) ou à l'orientation acétabulaire (orientation du cotyle dans le bassin (figure 1.8b)) [SWANSON *et al.*, 10]. On retrouve ainsi des études contradictoires concernant l'implication ou non de ces phénomènes.

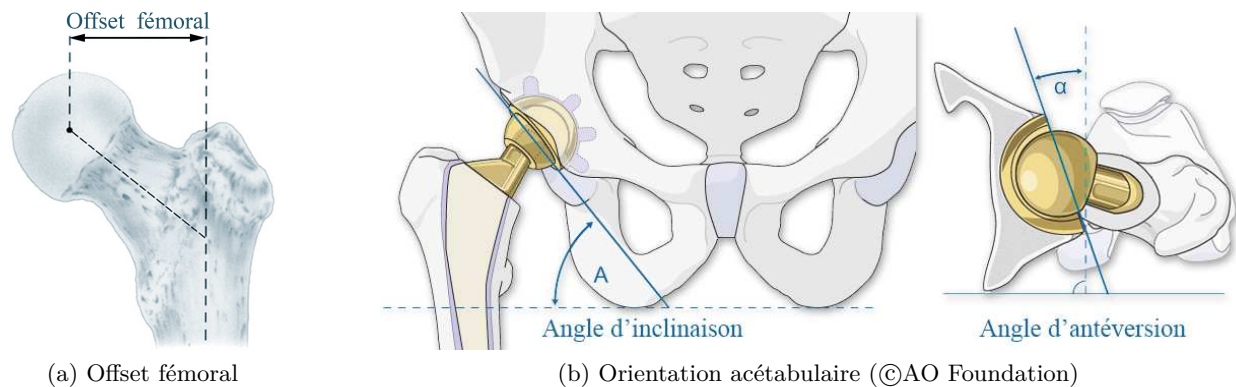


Fig. 1.8 – Offset et orientation acétabulaire du cotyle

La littérature s'accorde néanmoins sur un point : le squeaking serait provoqué par une condition de frottement particulière entre l'insert et la tête en céramique : le *stick-slip* qui signifie "collé-glissé". C'est un mouvement non linéaire généré par une succession de phases d'adhérence et de glissement entre deux surfaces frottées. Le comportement vibratoire lié à ce phénomène est détaillé dans la partie §1.3.2 page 30.

Afin de mieux comprendre l'imbrication des phénomènes et hypothèses émises, un arbre causal est proposé sur la figure 1.9. Selon la littérature, trois raisons principales sont directement liées à l'apparition du squeaking : la présence de *particules de troisième corps*, les *concentrations locales des efforts*, et les mauvaises *conditions de lubrification*. D'un point de vue mécanique, il existe des

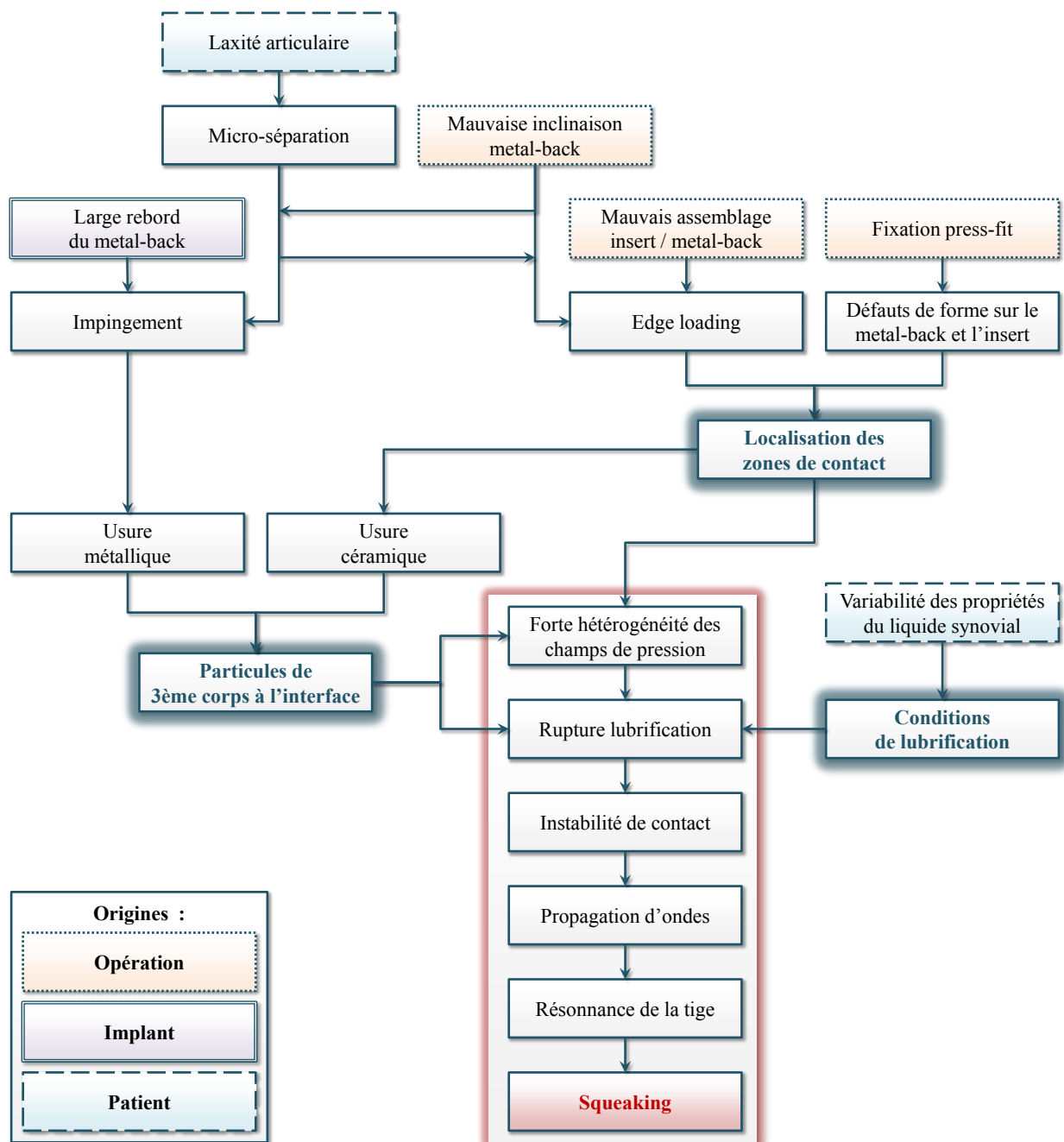


Fig. 1.9 – Étiologie du squeaking selon la littérature pour les prothèses de hanche de type Ce-Ce

interactions entre l'influence de chacun de ces paramètres par rapport aux deux autres. Par exemple la concentration locale des efforts dépend de la présence ou non de particules de 3^{ème} corps et des conditions de lubrification. De la même manière la génération de particules de 3^{ème} corps par l'usure va dépendre des concentrations locales des efforts et des conditions de lubrification, etc.

1.2.2.1 Présence de particules de troisième corps

En tribologie, le troisième corps désigne les particules piégées à l'interface de deux surfaces en frottement. Dans les prothèses de hanche, deux types de particules ont pu être détectées sur des explants : les particules métalliques et les particules céramiques. Elles sont liées à des phénomènes d'usures.

1.2.2.1.1 L'usure métallique

La présence de particules métalliques dans les prothèses n'a pas été une surprise pour les couples de matériau Me-Me. Ces particules sont d'ailleurs responsables du phénomène de métallose (cf. §1.1.3.2 page 10). Esposito affirme que le squeaking sur ce couple est temporaire et l'on peut penser qu'il survient pendant la phase de rodage de la prothèse métallique [ESPOSITO *et al.*, 10].

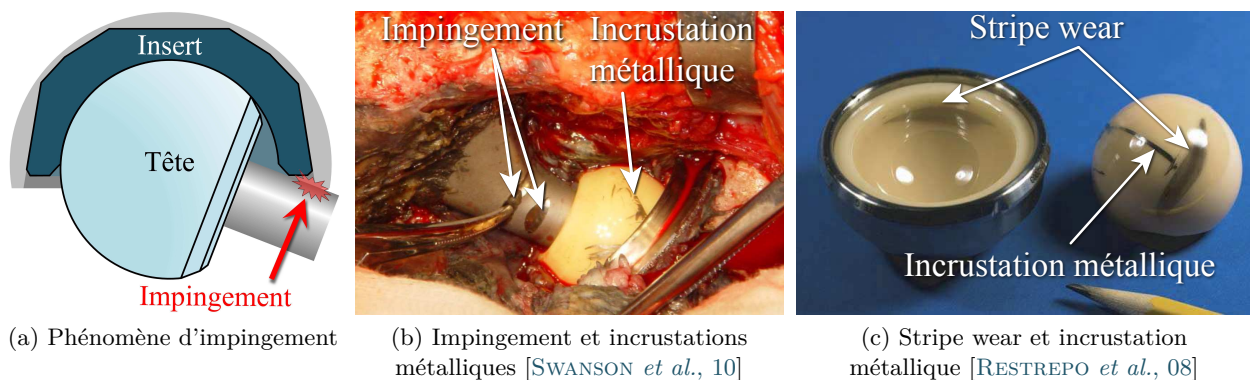


Fig. 1.10 – Phénomène d'impingement et stripe wear

En revanche, la présence de traces métalliques sur les couples céramiques est plus surprenante dans la mesure où aucune partie métallique n'est censée être en contact. En effet, les chirurgiens retrouvent parfois sur des explants des marques d'incrustations d'alliages sur l'insert ou la tête prothétique. Ces incrustations de troisième corps peuvent être fines et très localisées ou à l'inverse se présenter sous forme de larges bandes (figure 1.10b-c). Ces incrustations métalliques peuvent avoir diverses origines. La principale raison est celle de l'*impingement* métallique, ou conflit prothétique "fémoro-acétabulaire". Ce phénomène se caractérise par le contact entre le col de la tige fémorale et le rebord du metal-back (figure 1.10a). Cette collision est courante, elle a lieu lorsque la hanche réalise des mouvements d'amplitude importante comme par exemple la montée d'escalier ou lors du passage de la position assise à debout. Shon rapporte que 56% des inserts présentent des usures dues à l'impingement (sur des couples Me-Pe) [SHON *et al.*, 05]. Ce contact métal/métal use à la fois le metal-back et la tige. Cela aboutit à la création de débris métalliques qui viennent polluer le liquide synovial, provoquer le phénomène d'incrustations métalliques et qui peuvent même engendrer le squeaking. Cette hypothèse a été confirmée par Stewart, Sariali et Chevillotte qui ont montré *in vitro*⁴ que le squeaking apparaît lorsque des particules métalliques sont présentes entre les pièces céramiques même en présence de lubrification [STEWART *et al.*, 03, SARIALI *et al.*, 10a, CHEVILLOTTE *et al.*, 08]. Ce bruit disparaît après

⁴In vitro : du latin : "dans le verre", signifie d'un test qu'il est réalisé en dehors de l'organisme vivant dans lequel il devrait normalement évoluer.

un nettoyage de l'assemblage et le changement du liquide de lubrification. Restrepo et Jarret ont montré que les cotyles à large rebord et l'inclinaison du metal-back pourraient être un facteur aggravant sur la génération de particules métalliques [RESTREPO *et al.*, 10b, JARRETT *et al.*, 09]. L'influence de l'orientation acétabulaire du metal-back a également été relevée par Walter pour qui 16 prothèses sur 17 grinçantes étaient mal orientées [WALTER *et al.*, 07].

L'implant *Trident* de la société *Stryker* est un modèle de metal-back présentant un fort taux de squeaking. Matar explique que sur 7 explants de prothèses Stryker Trident grinçantes, 7 présentaient du stripe wear (usure céramique) et des transferts métalliques et 5 metal-back avaient des usures d'impingement [MATAR *et al.*, 10]. Cet implant a la particularité d'avoir un double metal-back et un large rebord métallique sur l'un d'eux (figure 1.11a). Le Stryker Trident est responsable de l'augmentation du taux de squeaking des PTH en céramiques souligné par la littérature. On peut citer dans le tableau 1.2 : Sawnsen dont l'incidence de 8,8% compte 83% de Stryker Trident [SWANSON *et al.*, 10], Restrepo où les 6,5% de squeaking en comptent 90% [RESTREPO *et al.*, 10a] et encore Mai, Jarrett, Keurentjes et Kiyama dont les 10%, 10,7%, 20,9% et 12% de squeaking ont tous des Stryker Trident [MAI *et al.*, 09, JARRETT *et al.*, 09, KEURENTJES *et al.*, 08, KIYAMA *et al.*, 13]. Lancé en 1999, cet implant fut retiré du marché en janvier 2008 en partie pour cette raison.

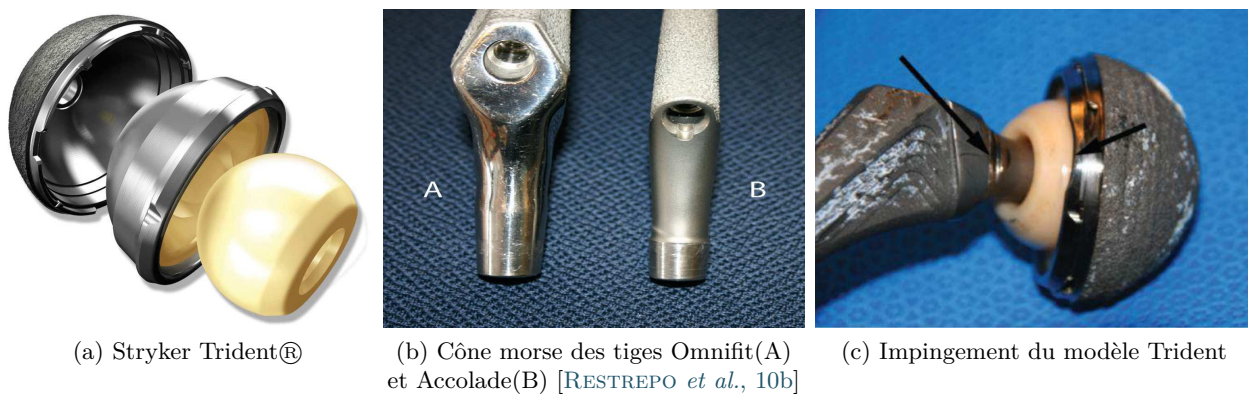
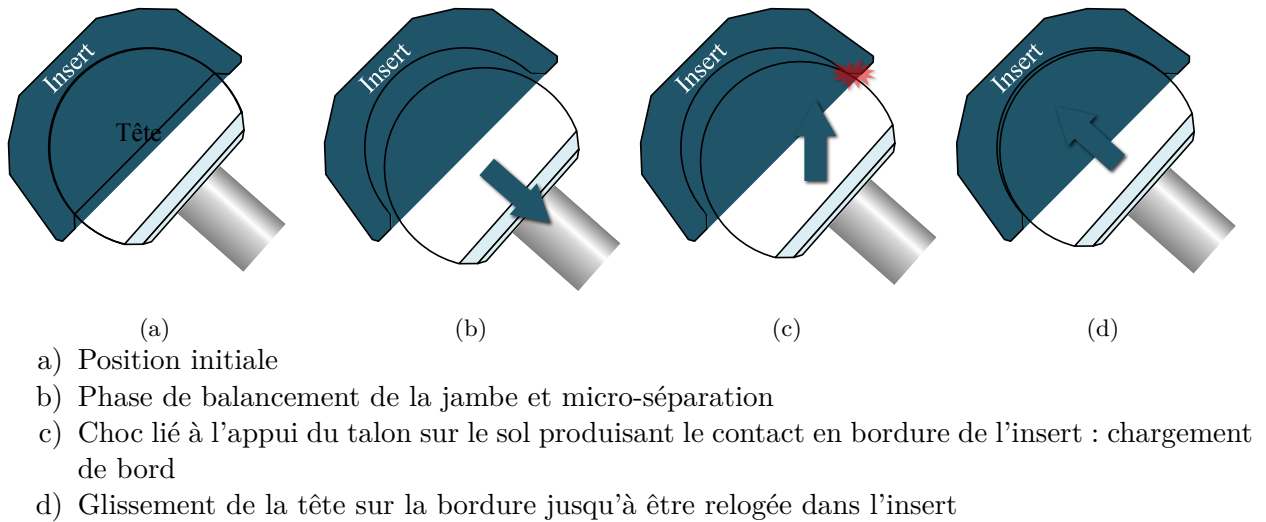


Fig. 1.11 – Stryker Trident

Restrepo note cependant que ce metal-back particulier a sept fois plus de chance de grincer lorsqu'il est associé avec le modèle de tige Accolade qu'avec le modèle Omnifit, ce qui a été confirmé par Kiyama [RESTREPO *et al.*, 10b, KIYAMA *et al.*, 13]. La différence principale entre ces deux tiges réside dans leur matériau. En effet, la tige Accolade utilise un alliage particulier ($\text{Ti}_2\text{Mo}_6\text{Zr}_2\text{Fe}$) 25% plus élastique que les alliages usuels ($\text{Ti}_6\text{Al}_4\text{V}$), avec une résistance à la traction 20% supérieure [WANG *et al.*, 93]. Restrepo avance que ce matériau peut influencer sur la liaison de la tige avec les os [RESTREPO *et al.*, 10b], et Murphy suggère que les oxydes de cet alliage peuvent provoquer l'abrasion [MURPHY, 08]. Enfin, certains auteurs mettent en cause la liaison cône morse de cette tige, 11% plus courte que les autres tiges (figure 1.11b), et qui peut jouer un rôle sur l'amplification des vibrations [RESTREPO *et al.*, 10b, MAI *et al.*, 09].

1.2.2.1.2 L'usure céramique

Le frottement entre deux surfaces engendre des phénomènes d'usure plus ou moins importants suivant les géométries, les matériaux, les chargements etc. Parmi les paramètres influents sur l'usure des prothèses en céramiques, la littérature cite les efforts extérieurs de chargement liés aux mouvements et au poids du patient, la géométrie des implants comme le diamètre, l'épaisseur du metal-back ou encore la rugosité des composants frottants [MAI *et al.*, 09, PASSUTI *et al.*, 09, RESTREPO *et al.*, 10b, CHOI *et al.*, 10]. Les conditions de lubrification sont également importantes, alors que dans une articulation saine le liquide synovial est absorbé puis relâché par le cartilage

Fig. 1.12 – Phénomène de micro-séparation [NEVELOS *et al.*, 00]

lors du contact, il peut y avoir des risques que le liquide soit cisailé dans la prothèse entraînant ainsi le contact sec-sec entre les parties frottantes [NEVELOS *et al.*, 00].

Parmi l'ensemble des couples de matériaux existants, le couple céramique-céramique est celui qui présente le plus faible taux d'usure (tableau 1.1 page 11) notamment en raison de sa dureté, de sa mouillabilité et de son très bon état de surface ($R_a \leq 0,02 \mu\text{m}$).

Toutefois, dès les premières générations de prothèses céramiques, on retrouve sur de nombreux explants des zones rugueuses particulières sur la tête et l'insert traduisant des fractures intra-granulaires et une érosion des surfaces frottantes. Cette usure spécifique s'appelle le *stripe wear* (bande d'usure), visible sur la figure 1.10c (sur la photo la couleur du stripe wear est due au crayonnage fait par le chirurgien pour le rendre apparent). Elle est liée à la cinématique de la hanche qui peut provoquer un *edge loading* ou chargement de bord (la tête prothétique vient en appui sur le bord de l'insert ce qui augmente localement les contraintes). Ce type d'usure est également amplifié par les chocs dus au phénomène de micro-séparation. En effet, Dennis et Lombardi ont montré que les PTH implantées présentent une micro-séparation moyenne de 3,3 mm (de 1,9 à 5,2 mm) lors de la marche [DENNIS *et al.*, 01, LOMBARDI *et al.*, 00]. Ce phénomène est inexistant sur les hanches saines. La micro-séparation correspond à un relâchement de la hanche pendant la marche, durant la phase où la jambe est soulevée pour la projection vers l'avant. Lors de l'appui du talon sur le sol, il se produit un choc sur la bordure de l'insert augmentant localement les contraintes (figure 1.12). Ce choc est en grande partie responsable des fractures des premières générations de prothèses céramiques [PRIA *et al.*, 10]. Avec la céramique composite alumine-zircone, le chargement de bord et les chocs des micro-séparations engendrent des concentrations de contraintes sur la tête et l'insert et une usure caractéristique en forme de croissant. Lors de tests *in vitro*, il a été montré que ces phénomènes multiplient le taux d'usure par 20 [NEVELOS *et al.*, 00, SARIALI *et al.*, 10c, MATAR *et al.*, 10]. Taylor et Chevillotte ont reproduit *in vitro* sans lubrification le phénomène de squeaking avec la présence de stripe wear sur la tête céramique [TAYLOR *et al.*, 07, CHEVILLOTTE *et al.*, 08].

Il est difficile d'évaluer la présence ou non de particules sur des prothèses lorsqu'elles sont implantées. Charnley a mis au point une méthode pour mesurer l'usure du polyéthylène sur des radios [CHARNLEY et HALLEY, 75], cependant cette méthode n'est pas adaptée pour l'usure de la céramique. La résolution d'une radio est de 0,5 mm et les grains de céramiques érodés sont de très petites tailles (évalués *in vitro* à $7,2 \mu\text{m}$ pour la céramique alumine et $1,8 \mu\text{m}$ pour la céramique composite alumine zircone [HANNOUCHE *et al.*, 05]). De part cette petite taille, l'évaluation de la présence de particules est également très délicate lors d'explantations. La seule détection possible

sur des prothèses explantées reste donc l'évaluation visuelle ou métrologique des traces d'usure. L'analyse de prothèses grinçantes explantées a montré une usure moyenne 3 mm^3 par an alors qu'elle est de $0,1\text{ mm}^3$ par an pour les prothèses silencieuses [WALTER *et al.*, 10].

1.2.2.1.3 Synthèse de l'effet des particules de 3^{ème} corps sur le squeaking

La présence d'incrustation d'alliage va souvent de pair avec celle de stripe wear. Chevillotte rapporte que sur 9 explants de prothèses grinçantes, 5 ont un metal-back avec une antéversion⁵ insuffisante (qui peut favoriser l'edge loading), 8 ont des traces de wear stripes et 9 de transfert métallique [CHEVILLOTTE *et al.*, 12]. Il a pu reproduire sur chacune des prothèses le bruit du squeaking sur simulateur in vitro sans lubrification mais le grincement n'a pas lieu lorsque l'assemblage est lubrifié.

L'antéversion n'est toutefois pas un paramètre influent pour Walter pour l'analyse de 11 patients affectés par le squeaking [WALTER *et al.*, 08]. De plus, Walter a constaté la présence de wear stripes sur de nombreux explants en céramique ne présentant pas de phénomène de squeaking [WALTER *et al.*, 07]. De la même manière, les incrustations métalliques ne sont pas visibles sur toutes les prothèses qui squeakent : Matar en retrouve 5 sur 7 explants grinçants et Restrepo 2 sur 4 [MATAR *et al.*, 10, RESTREPO *et al.*, 08].

La présence de particules de troisième corps semble donc être un facteur incriminé dans l'apparition du squeaking et peut engendrer une usure prématurée de la PTH. Toutefois cette condition ne semble pas suffisante puisque pour certaines prothèses, le squeaking apparaît entre 0 et 6 mois après l'implantation (figure 1.7). Dans ce cas il est peu probable d'avoir des particules d'usure.

1.2.2.2 Concentrations locales des efforts

Comme le montre l'arbre causal des différentes hypothèses provoquant le squeaking (figure 1.9), les concentrations locales des contacts sont un phénomène impliqué dans l'apparition du grincement.

L'edge loading est un facteur important dans l'apparition de ces concentrations. On peut aussi évoquer les défauts de forme des surfaces en contact. Ceux-ci peuvent avoir deux origines :

- La première concerne la phase de fabrication de la tête et de l'insert en céramique. Bien que les tolérances de sphéricité des surfaces en contact soient très restreintes, les pièces fabriquées ne sont pas parfaites et présentent des défauts.
- La seconde origine des défauts de forme est liée à la fixation dite en press-fit de la prothèse avec les os du patient. En effet lors de l'implantation d'une PTH, le metal-back est introduit en premier dans le cotyle du bassin par impactions (succession de choc afin de l'encastrer dans le bassin). L'insert est introduit dans un second temps à l'intérieur du metal-back. Durant la phase d'impaction, le metal-back est précontraint et potentiellement déformé [FRITSCHÉ *et al.*, 08]. Lorsque le chirurgien place l'insert, la surface de contact n'est alors plus uniforme ce qui engendre des déformations de l'insert. Squire trouve que 90,5% des metal-back sont déformés durant le press-fit [SQUIRE *et al.*, 06].

La localisation des zones de contact est un paramètre fondamental dans la liaison rotule de la PTH. En effet, en plus de créer une usure prématurée et des particules de 3^{ème} corps, elles peuvent être à la source d'une rupture du film de lubrification et de conditions d'instabilité conduisant au stick-slip.

1.2.2.3 Lubrification et surfaces de contact

Un autre facteur influent sur l'apparition du squeaking est la lubrification (figure 1.9). Celle-ci dépend en partie des propriétés du lubrifiant et des surfaces en contact. L'influence de la qualité

⁵antéversion : inclinaison suivant l'axe vertical

du liquide synovial sur l'apparition du squeaking a été proposée par Swanson, pour qui 3 patients sur 6 porteurs de prothèses grinçantes avaient également une polyarthrite rhumatoïde préopératoire [SWANSON *et al.*, 10].

Dans les articulations du corps humain, c'est le liquide synovial (ou synovie) qui sert de lubrifiant. Il est naturellement sécrété au sein des articulations du corps humain pour les lubrifier et continue d'être sécrété après l'implantation d'une PTH. Ma a montré que l'usure de la céramique d'une prothèse dépend des propriétés du lubrifiant [MA et RAINFORTH, 12]. Lundberg et Hölzer ont montré que le fluide synovial contribue à l'évacuation des débris d'usure hors de la liaison rotule [LUNDBERG *et al.*, 07, HÖLZER *et al.*, 12].

Le liquide synovial est un dérivé du plasma sanguin composé principalement d'acide hyaluronique qui est responsable de sa consistance visqueuse et lui confère la majeure partie de ses propriétés mécaniques. On sait que ses propriétés peuvent varier en fonction de l'âge, de l'alimentation (nourriture, boisson, médicaments) ou même de l'activité. On peut citer par exemple la valeur de la viscosité qui dépend de la température de l'articulation. Elle va être importante le matin ou après une longue période statique et diminuer avec le réchauffement de l'articulation dû aux mouvements. Les maladies articulaires comme l'arthrose ou la polyarthrite rhumatoïde ont également un rôle important [FLANNERY *et al.*, 11]. Elles provoquent une inflammation de la membrane synoviale, ce qui modifie la sécrétion et les propriétés du liquide synovial. Par ailleurs, le liquide synovial est un rhéofluidifiant, c'est-à-dire que sa viscosité diminue lorsque le gradient de vitesse (taux de cisaillement) augmente. Ceci lui permet d'avoir une viscosité importante pour absorber les chocs en statique et de devenir fluide afin de bien lubrifier l'articulation pendant les mouvements. Ainsi, la modélisation du comportement du liquide synovial est relativement complexe. Dans la littérature, il est considéré comme liquide Newtonien avec une viscosité dynamique constante [HRON *et al.*, 10].

Classiquement, le choix du lubrifiant dans une liaison mécanique va dépendre des conditions d'interfaces (géométries, cinématiques, efforts, température...). Pour une prothèse totale de hanche, le lubrifiant est tributaire du patient. L'adéquation entre le liquide synovial et cet assemblage artificiel peut ne pas être optimal.

Concernant les surfaces en contact, on sait que la céramique possède une très bonne mouillabilité, c'est à dire une très bonne aptitude à l'adsorption⁶ et à l'étalement. Ceci améliore la répartition du liquide à l'intérieur de la liaison rotule et permet ainsi une très bonne lubrification naturelle. Il est important de noter qu'il existe une différence de rayon entre la tête prothétique et l'insert afin de permettre le montage, cet écart est appelé "jeu radial" ou "clearance". On note cependant que Hothan ne trouve pas d'influence statistique entre le jeu radial et la présence du squeaking [HOTHAN *et al.*, 11b].

Les fabricants de prothèses ont calculé des jeux radiaux pour les différents diamètres de prothèse afin d'obtenir une répartition du liquide synovial optimale [MORLOCK, 08]. Mattei et Williams montrent l'influence de ce jeu radial sur la lubrification [MATTEI *et al.*, 11, WILLIAMS *et al.*, 06]. Toutefois, ce jeu radial est optimal pour un assemblage de pièces sans défauts (pièces aux dimensions nominales et sans défauts de forme), ce qui n'est jamais le cas dans la réalité. Dans les travaux de Wang, l'influence de défauts de sphéricité des composants est testée en modélisant l'insert ou la tête fémorale avec des surfaces ellipsoïdales [WANG et JIN, 07, WANG *et al.*, 09]. Il montre ainsi qu'un défaut sur l'un des composants affecte sensiblement la pression et diminue l'épaisseur du film de lubrifiant. Il en déduit que l'efficacité de la lubrification repose en grande partie sur la qualité géométrique des surfaces.

On peut déduire que la qualité de la lubrification dépend directement des propriétés du liquide synovial, de la qualité des surfaces en contact et des chargements appliqués à la liaison. Sachant que les chargements et les propriétés du liquide synovial sont des données intrinsèques au patient, nous proposons de nous focaliser sur la maîtrise des défauts des surfaces en contact et leurs influences.

⁶L'adsorption est un phénomène de surface par lequel des molécules liquides se fixent sur une surface solide.

1.2.3 Bilan

Le comportement de la prothèse durant le squeaking est difficile à analyser pour diverses raisons :

- Elle se situe à l'intérieur du patient, l'analyse visuelle de son comportement est limitée par l'enveloppe corporelle de celui-ci.
- L'environnement biologique de la prothèse peut varier fortement d'un patient à l'autre mais également au cours du temps.
- Les techniques d'imageries médicales pour visualiser l'intérieur du corps humain ne sont pas toujours optimales (le plus souvent en deux dimensions , résolution limitée, etc.). De plus elles ne permettent que des analyses statiques or le squeaking est un phénomène dynamique.
- Les recherches nécessitent des accords avec les chirurgiens et les patients.
- Les tests doivent être effectués dans l'environnement hospitalier (ou sinon couverts par des dérogations ou certifications de décharge).
- Le caractère parfois aléatoire d'apparition du squeaking ne garantit pas sa présence le jour de l'analyse.

La littérature rapporte de nombreuses causes potentielles du squeaking. Si certaines semblent plus pertinentes que d'autres, il reste néanmoins difficile de les désigner avec certitude. Nous avons montré que ces facteurs sont liés par trois paramètres clés impliqués dans l'apparition du squeaking : la présence de *particules de troisième corps*, les *concentrations locales des efforts* et les *conditions de lubrification*.

Ainsi, la source du squeaking semble se situer à l'interface de contact entre les deux parties de la PTH. Les instabilités générées peuvent à elles seules expliquer l'énergie du phénomène sonore qui peut être audible dans des cas critiques pas l'entourage. Afin de mieux comprendre ce phénomène, on propose, dans la section suivante, de faire une analogie avec la mécanique vibratoire des instruments de musiques.

1.3 Analogie entre la prothèse et un instrument de musique

Un son, comme le squeaking, est une onde mécanique propagée grâce à l'élasticité du milieu environnant. Il se caractérise par une note (fréquence en Hz) et un volume (ratio de puissance en dB). L'oreille humaine "moyenne" ne peut que percevoir les sons situés entre 20 Hz et 20 000 Hz compris entre 0 dB et 140 dB. Toutefois ces bornes sont interdépendantes, la sensibilité de l'oreille humaine est en réalité complexe et l'intensité audible va dépendre de la fréquence du son et de l'acuité auditive de la personne.

Une onde sonore est générée par un système physique en résonance. En effet, tout système physique est capable de résonner sur des fréquences qui lui sont propres et qui dépendent de sa géométrie, sa rigidité et sa masse. Ces fréquences sont ainsi appelées *fréquences propres* et chacune d'elles est associée à un mouvement d'oscillation particulier du système nommé *mode propre*. Pour faire résonner un système sur un des modes propres, il faut lui appliquer une excitation dans une direction qui suit le mouvement du mode propre à la fréquence associée à ce mode. Lorsque le système est en résonance, tous les points vibrent à la même fréquence mais à des amplitudes différentes. Ces déplacements propagent alors dans le milieu environnant une onde mécanique qui peut être sonore si sa fréquence et son amplitude sont dans le domaine audible.

Un cas simple d'analyse vibratoire est celui de la corde tendue dont les trois premiers modes propres sont présentés sur la figure 1.13.

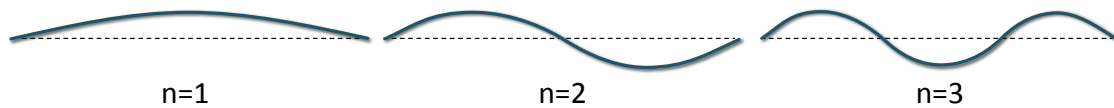


Fig. 1.13 – Trois premiers modes propres d'une corde tendue

Pour mieux comprendre le squeaking, on propose de faire l'analogie d'une prothèse grinçante avec un instrument de musique. Tout instrument de musique est constitué d'un excitateur et d'un résonateur (figure 1.14). L'excitateur crée des petites vibrations mécaniques qui perturbent l'ensemble du système, on parle alors de *signal d'excitation*. Le résonateur résonne ensuite sur une ou plusieurs fréquences du signal d'excitation si celles-ci sont suffisamment proches de celles de ses fréquences propres. En résonnant sur ces fréquences, le résonateur a également un effet rétroactif sur les perturbations qui vont à leur tour s'harmoniser autour des fréquences qu'il impose. L'ensemble du système va ensuite résonner en phase : il vibre sur les fréquences proposées par l'excitateur et imposées par le résonateur. Le son final produit par un instrument correspond ainsi à la réponse du résonateur au signal d'excitation. [JOUHANEAU, 00, PIERCE, 00].

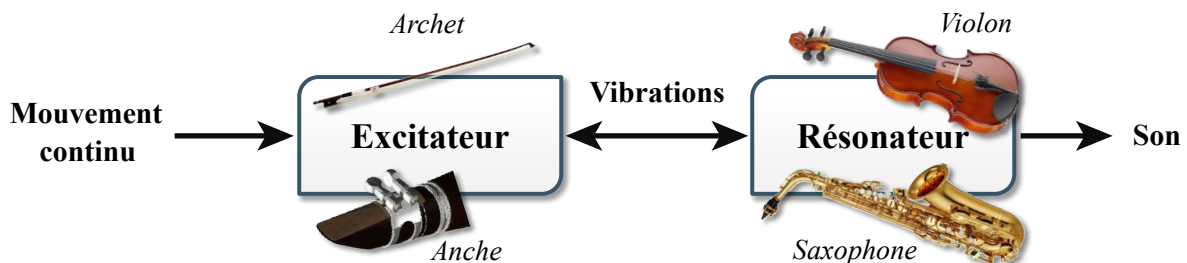


Fig. 1.14 – Modélisation du fonctionnement d'un instrument de musique

On peut regrouper les instruments en deux familles en fonction du type d'excitation [DUCASSE, 01].

La première famille regroupe les instruments à oscillation libre, où l'excitation consiste à apporter une énergie importante sur un temps court pour laisser ensuite le corps de l'instrument résonner. Parmi eux le piano, la guitare ou le violon, où ce sont les vibrations de la corde frappée, pincée ou frottée, qui sont transmises à une caisse de résonance appelée table d'harmonie. Pour choisir une note sur un instrument à corde, le musicien modifie la longueur de celle-ci en la pinçant sur le manche de l'instrument. La fréquence fondamentale de vibration de la corde change suivi de celle de la table d'harmonie. La qualité acoustique de la guitare dépendra en partie de sa capacité à bien résonner sur les notes proposées par les cordes. Le défi d'un luthier est ainsi de concevoir une forme et une rigidité pour la table d'harmonie de telle sorte que ses modes propres se situent aux fréquences des notes jouées par le musicien. La figure 1.15 montre quelques modes propres d'une table d'harmonie de guitare (du sable est déposé sur la plaque, il se concentre sur les nœuds de vibration pendant la résonance permettant ainsi de distinguer les modes propres en dessinant les figures acoustiques de Chladni [CHLADNI, 87]).



Fig. 1.15 – Modes propres de la table d'harmonie d'une guitare (figures de Chladni) [CHLADNI, 87]

La seconde famille regroupe les instruments à oscillations entretenues dont la plupart sont des instruments à vent. L'apport d'énergie se fait alors de manière continue par le souffle du musicien qui fait vibrer la anche à l'embouchure de l'instrument. Pour cette famille, le résonateur est la colonne d'air emprisonnée dans le corps de l'instrument. Le musicien choisit les notes par le moyen de touches qui obturent ou non des sorties d'air et modifient les modes propres du résonateur.

Pour affiner la compréhension du phénomène de squeaking, on propose de faire une analogie de la prothèse totale de hanche grinçante avec un instrument de musique. Dans le cas, il est nécessaire de comprendre :

1. Qu'est ce qui constitue l'excitateur, la source du phénomène vibratoire ?
2. Qu'est ce qui constitue le résonateur et produit le son ?

Le phénomène du squeaking a pour signature l'émission d'un son aigu audible. On propose donc d'initier les recherches sur ce phénomène par l'analyse de l'émission sonore, notamment de sa fréquence, puis de rechercher les sources d'excitation potentielles dans un second temps.

1.3.1 Analyse du résonateur

Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, un son se caractérise par une ou plusieurs fréquences. Le caractère audible du squeaking permet donc de situer la fréquence de ce signal dans l'intervalle 20–20 000 Hz. Pour affiner cette caractérisation, plusieurs auteurs ont enregistré le bruit du squeaking in vivo pour en retrouver les fréquences par décompositions de Fourier.

Les tests réalisés par Walter pour 31 enregistrements couvrent une plage de fréquences de 400–7500 Hz [WALTER *et al.*, 08]. Pour trois patients de Sariali, les fréquences fondamentales enregistrées durant la marche sont de 2300, 2240 et 2460 Hz [SARIALI *et al.*, 12]. Cette plage plus

restreinte rejoint les résultats de Currier qui a relevé des fréquences fondamentales de 1540 et 2530 Hz pour deux patients (figure 1.16) [CURRIER *et al.*, 10].

Sur la base de ces résultats, on peut situer la moyenne des fréquences du squeaking à environ 2500 Hz.

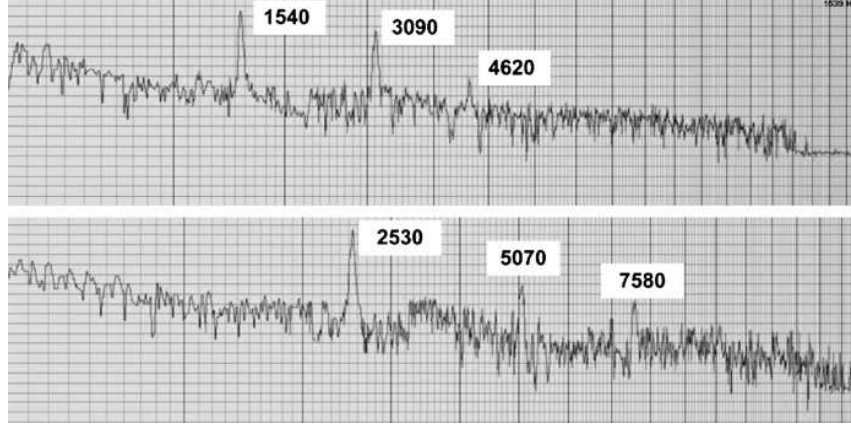


Fig. 1.16 – Spectres de fréquences du squeaking in vivo pour deux patients [CURRIER *et al.*, 10]

1.3.1.1 Méthodes d'analyses utilisées

On propose de faire une analyse modale des différents composants de la prothèse pour connaître leurs fréquences propres et déterminer quels sont les résonateurs potentiels sur la plage de fréquences du squeaking. L'analyse modale consiste à retrouver l'ensemble des modes propres de vibration d'un élément. Il existe de nombreuses approches que l'on peut classer en deux familles :

- *L'analyse modale numérique* : nécessite une modélisation de la structure par des éléments finis pour déterminer les fréquences par calcul.
- *L'analyse modale expérimentale* : consiste à exciter mécaniquement la structure pour déterminer les fréquences de résonances

Ces deux approches sont menées conjointement sur les différents composants de la prothèse.

1.3.1.2 Approche numérique

L'analyse numérique consiste à modéliser la structure par des éléments finis pour calculer les fréquences propres par résolution de l'équation d'équilibre dynamique des systèmes conservatifs 1.1. On peut ainsi voir que les modes propres dépendent des matrices de masse, d'amortissement et de raideur de la structure.

$$M \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + K \cdot q = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} M & : \text{Matrice de masse} \\ K & : \text{Matrice de raideur} \\ q & : \text{Vecteur des déplacements} \end{cases} \quad (1.1)$$

Cette approche est couramment utilisée lors de la conception de structure dynamique. Sa précision est dépendante du maillage de la structure, des propriétés des matériaux mais aussi des conditions limites. De manière générale, la caractérisation de ces conditions limites est délicate.

Dans le domaine biomécanique comme pour l'analyse de la prothèse totale de hanche, le niveau de difficulté est encore accru. On peut citer par exemple la liaison os-implant pour laquelle des mesures in situ sont quasi impossibles compte tenu du contexte vivant dans lequel évolue la prothèse. De plus ces conditions sont sujettes à de fortes variabilités suivant les personnes (géométries

et propriétés des structures osseuses) et dans le temps (zones de contact, pressions, présence de liquide... qui varient au cours du mouvement et suivant la santé du patient). La variation des conditions limites influe sur les fréquences propres des composants et fait partie des causes potentielles de la variabilité des fréquences du squeaking mesurées in vivo (avec les différences de conceptions des implants, les matériaux utilisés, etc.).

Afin de pallier ces difficultés de caractérisation, plusieurs auteurs proposent des simplifications des conditions limites. Le plus souvent, les composants sont considérés dans un environnement libre-libre en négligeant les conditions d'interfaces [WEISS *et al.*, 10, HOTHAN *et al.*, 11a]. Sinon l'intégration des interactions entre les pièces de la prothèse et les os est prise en compte selon un modèle de Coulomb [FAN *et* CHEN, 12].

Dans le but de positionner et vérifier les fréquences propres des éléments de la prothèse, on propose de mettre en place une étude numérique. Pour cela, nous utilisons les fichiers CAO fournis par la société *ATF* et les calculs des modes propres sont effectués avec le logiciel Abaqus®. Pour ces calculs, chaque composant est analysé dans des conditions dites libres-libres pour avoir les ordres de grandeurs des fréquences propres. Cette analyse est réalisée en utilisant un maillage volumique de type tétraédrique (4 nœuds par élément) et une loi de comportement élastique linéaire classique. Les paramètres de calculs sont décrits dans le tableau 1.3.

Caractéristiques	Tige	Tête	Insert	Metal-back
Matériau	Ti ₆ Al ₄ V	Al ₂ O ₃	Ti ₆ Al ₄ V	Al ₂ O ₃
Masse volumique (kg · m ⁻³)	4400	3970	4400	3970
Module de Young (GPa)	120	390	120	390
Coefficient de poisson	0,35	0,3	0,35	0,3
Type d'élément de maillage	C3D4	C3D4	C3D4	C3D4
Nombre d'éléments	133120	96922	59361	104142
Nombre de nœuds	23073	18318	12358	21826
Temps de simulation (s)	137	134	54	100

Tab. 1.3 – Paramètres de calcul des modes propres des composants

Nous avons souhaité par ailleurs observer les modes propres des éléments assemblés : l'ensemble fémoral (tige+tête) et l'ensemble acétabulaire (métal+insert). Pour chaque ensemble, des conditions d'interfaces pour les surfaces en contact doivent être définies. Nous avons choisi de "coller" ces surfaces en contact en liant les nœuds adjacents. Cela revient à imposer aux nœuds des interfaces les mêmes déplacements.

Le tableau 1.4 répertorie l'ensemble des résultats obtenus pour le premier mode propre par l'approche numérique. Les composants de la société *ATF* sont déclinés en plusieurs gammes de taille, les résultats numériques présentent la plage de variations pour les deux tailles extrêmes. Une analyse comparative avec la littérature est proposée, il faut garder à l'esprit que les conceptions, matériaux et tailles des composants ne sont pas les mêmes suivant les fabricants [CURRIER *et al.*, 10, SARIALI *et al.*, 12, HOTHAN *et al.*, 11a, WALTER *et al.*, 08, WEISS *et al.*, 10]. Les résultats sont ainsi comparés à titre indicatif pour caractériser les premières fréquences propres des composants.

Sources	Tige	Tête	Ensemble fémoral	Insert	Metal-back	Ensemble acétabulaire
<i>ATF</i> (kHz)	[1,82-2,5]	[81-101,9]	[1,85-2,48]	[18,4-35,1]	[7,83-7,79]	[16,75-19]
Littérature (kHz)	[1,6-2,3]	73,2	[1,5-2,1]	[36,5-107]	[4,3-9,4]	[16,1-32,5]

Tab. 1.4 – 1^{ère} fréquence propre des composants de PTH

Pour faciliter la lecture, on propose dans la figure 1.17 une synthèse de ces résultats en considérant la borne inférieure de la plage de fréquences de chaque composant.

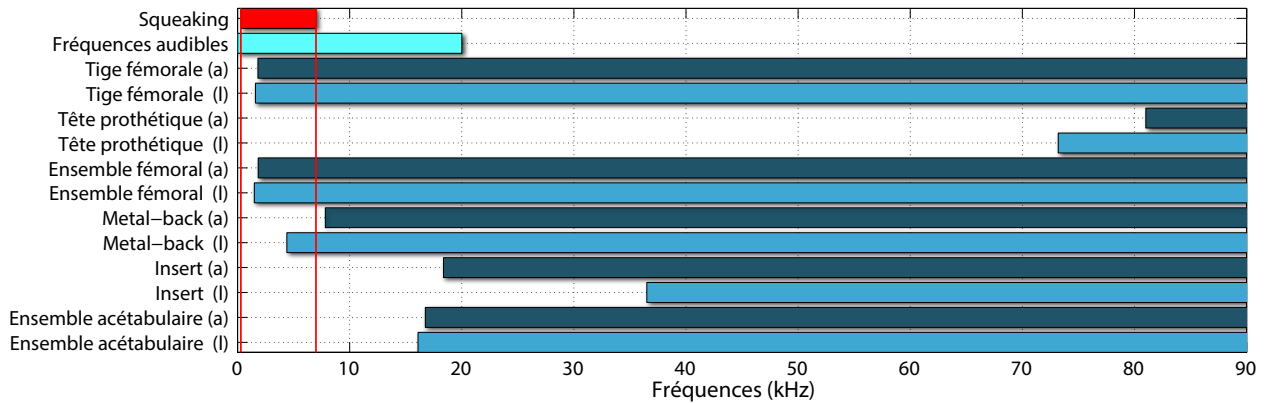


Fig. 1.17 – Plage de fréquences des différents composants selon nos calculs avec Abaqus[®] (a) et la littérature (l)

Compte tenu des différents matériaux, tailles, et conceptions des composants utilisés dans cette étude comparative, on peut constater que nos résultats sont très proches de ceux de la littérature. Cette figure montre que seuls les composants métalliques (tige fémorale, metal-back) possèdent des fréquences propres dans la plage de fréquences du squeaking 400–7500 Hz. L'assemblage de la tête sur la tige (qui forme l'ensemble fémoral) modifie très peu la fréquence des premiers modes propres.

En revanche, l'assemblage de l'insert dans le metal-back augmente les premières fréquences propres de celui-ci. Cette influence concorde avec les analyses modales expérimentales effectuées in vitro par Hothan sur l'ensemble acétabulaire avec un vibromètre laser qui permet de mesurer les hautes fréquences. Pour le premier mode propre, il trouve des plages de fréquences de 4,3–9,2 kHz pour le metal-back et 16,1–32,5 kHz pour l'ensemble acétabulaire [HOTHAN *et al.*, 11a]. Il note également que les premières fréquences propres de l'assemblage peuvent varier en fonction de la position de l'insert, donc des conditions d'interfaces. La proximité de ces résultats avec notre étude numérique permet de valider notre approche d'assemblage consistant à "coller" les surfaces en contact.

Les résultats de cette analyse permettent de déterminer les résonateurs potentiels capables de vibrer sur les fréquences du squeaking. En effet, malgré les approximations et les diversités des tests, il est vraisemblable que l'ensemble acétabulaire ne soit pas impliqué dans le phénomène de résonance du squeaking compte tenu des hautes fréquences des modes propres. Les principaux suspects restent donc la tige ou l'ensemble fémoral pour leur faculté à résonner sur la plage de fréquences du squeaking.

Si l'on suppose que les vibrations à l'origine du squeaking sont générées à l'interface des surfaces frottantes tête-insert, alors la tige ne peut être excitée que si elle est en liaison encastrement avec la tête. En effet la tête ne peut pas propager des ondes à la tige si les surfaces ne sont pas solidaires. Puisque la tête seule ne possède pas de fréquence propre dans le domaine audible, on peut conclure que le résonateur dans le phénomène du squeaking est l'ensemble fémoral.

1.3.1.3 Approche expérimentale

Pour l'analyse expérimentale, une approche classique consiste à exercer un choc sur la structure à l'aide d'un marteau puis d'analyser les fréquences du signal sonore émis. Cette approche présente l'avantage d'être simple et permet de tester différentes conditions limites, comme par exemple en effectuant l'analyse d'un composant monté dans l'assemblage. Toutefois, il est délicat d'utiliser cette

méthode pour la mesure de fréquences supérieures à 8–10 kHz. Après cette limite, les fréquences propres du marteau viennent interférer la mesure (le marteau de choc est conçu pour ne pas avoir de modes en dessous de ces fréquences). De plus, l'excitation des modes propres est tributaire de la direction et du point d'impact. Il est recommandé d'effectuer plusieurs tests puis de superposer les décompositions spectrales pour visualiser les fondamentaux fréquentiels qui localisent les fréquences propres.

D'après l'analyse numérique, le seul composant de la prothèse possédant des fréquences propres suffisamment basses pour être observées par l'approche expérimentale est la tige fémorale. Nous utilisons cette méthode expérimentale pour étudier l'influence des conditions limites sur ce composant par des essais comparatifs de la tige libre et encastrée dans un bloc d'os synthétique.

L'analyse libre est réalisée en posant la tige sur deux mousses de densités différentes superposées de manière à isoler la pièce de la table pour qu'elle puisse vibrer "librement" (figure 1.18a). On enregistre ensuite une dizaine de chocs réalisés avec un marteau sur différents endroits de la structure et dans différentes directions.

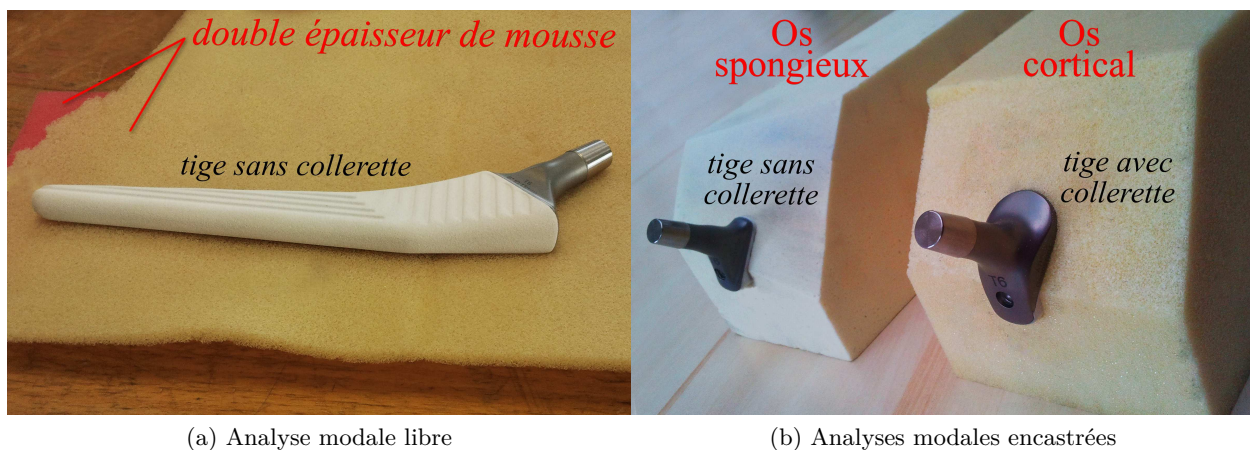


Fig. 1.18 – Configuration d'assemblage des tiges fémorales pour l'enregistrement

Pour l'analyse encastrée, nous avons pu nous procurer deux blocs d'os synthétique ayant des propriétés mécaniques proches des deux structures naturelles osseuses. En effet on distingue deux types de structures osseuses qui compose les os :

- *l'os cortical* : compose 80% de notre masse osseuse, c'est une structure très dense et très résistante qui se situe en périphérie externe des os.
- *l'os spongieux* : compose 20% de notre masse osseuse, c'est une structure poreuse et friable localisée au cœur des os.

Une fois implantés dans le patient, les éléments métalliques de la prothèse sont en contact avec ces deux composantes osseuses. Pour comparer l'influence de chacune d'elle, des analyses successives sont effectuées pour un encastrement de la tige fémorale dans chaque bloc (figure 1.18b). Pour chaque analyse, nous avons reproduit les étapes opérées par le chirurgien lors de l'implantation de la tige dans le fémur. Après avoir creusé une empreinte dans le bloc synthétique à l'aide d'outils spécifiques, on insère la tige puis on l'encastre par des coups de marteau successifs. L'analyse fréquentielle est réalisée dix fois avec des points d'impact différents.

Les tests ont été réalisés sur deux tiges fémorales de modèle *Silène* du fabricant *ATF*, avec et sans collerette. La collerette est un rebord au sommet de la tige visible sur la figure 1.18b, c'est une légère variante de conception qui permet de venir en appui sur l'os.

Les résultats de l'analyse expérimentale sont visibles sur la figure 1.19 où chaque pic localise la fréquence d'un mode propre. L'amplitude d'un pic de la capacité de la tige à résonner au choc du

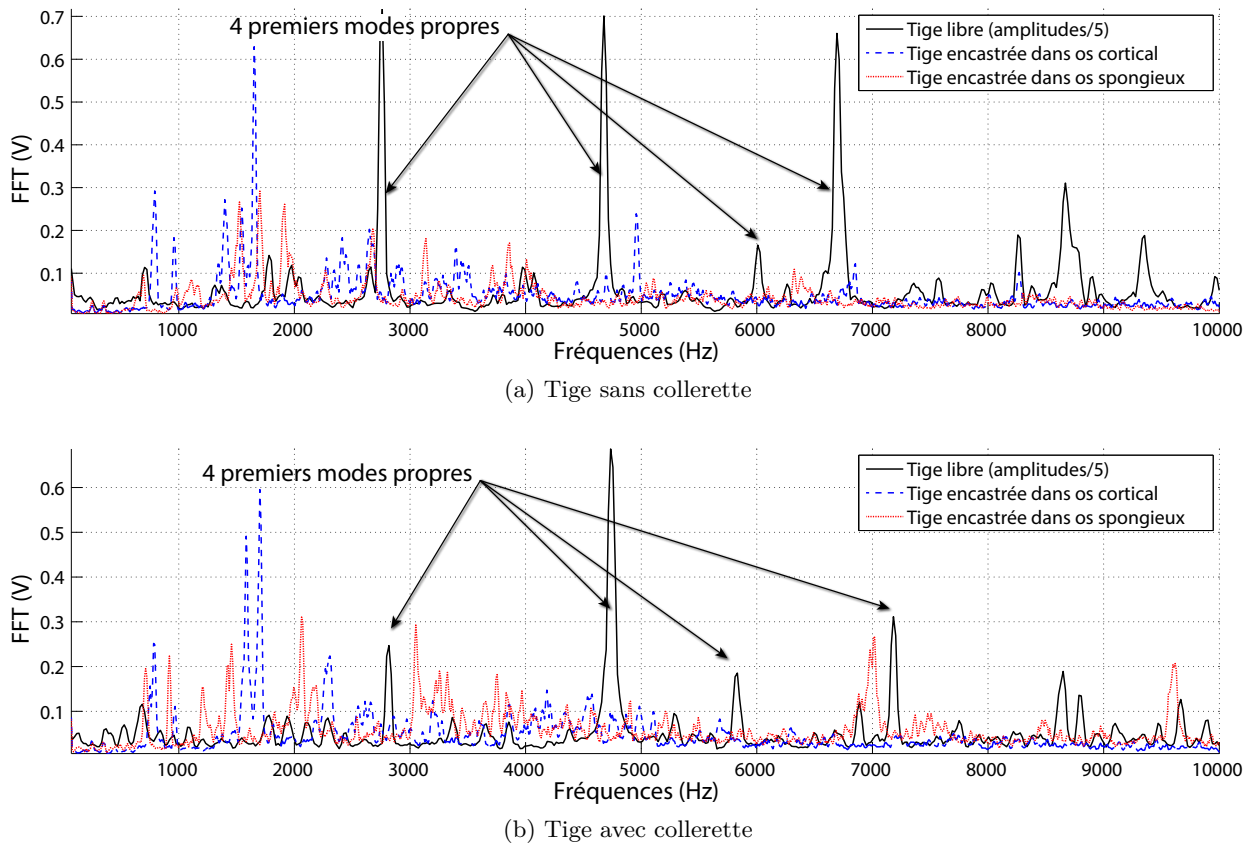


Fig. 1.19 – Analyses modales expérimentales pour deux tiges fémorales

marteau par rapport au point d'impact, sa direction et sa force. C'est pourquoi chaque courbe est constituée des maximums d'une superposition de dix enregistrements (10 chocs).

On peut voir en comparant les figures 1.19a et 1.19b que la présence de la collerette influe peu sur les fréquences propres de la tige libre aux environs de 2800, 4700, 6000 et 7000 Hz. Un facteur d'échelle de $1/5$ a été appliqué à l'amplitude de ces fréquences libres pour que les spectres des tiges encastrées soient plus visibles. En effet la première constatation que l'on peut faire sur l'influence de l'encastrement est qu'il diminue considérablement les amplitudes de vibration des modes propres. Les fréquences des modes propres ont également diminué et se sont rapprochées les unes des autres : alors qu'une seule vibration notable est présente en dessous de 3000 Hz pour la tige libre, l'ensemble des fréquences propres des tiges encastrées est concentré sur cette plage. Enfin, on peut voir que pour les deux tiges, l'os spongieux amortit deux fois plus les amplitudes de vibration que l'os cortical.

L'approche expérimentale mise en place permet d'étudier l'influence de l'implantation de la tige dans un os synthétique. Il en ressort que même si l'on utilise des hypothèses simplificatrices (matériaux homogènes, conditions sèches, etc.), les conditions limites ont une influence importante sur le comportement vibratoire de l'assemblage.

On distingue deux types d'influences distinctes. Premièrement, l'encastrement tend à réduire l'amplitude des vibrations par 10. Ce phénomène n'est pas en faveur de l'émission sonore. Cela suppose donc que la source d'excitation apporte une énergie suffisamment importante pour faire résonner la tige dans le domaine audible, ou alors que les prothèses grinçantes ne sont pas parfaitement en contact avec l'os, comme par exemple par des conditions d'interface particulières (porosité, cavité...) pour laisser résonner de manière suffisante la prothèse.

Le deuxième type d'influence de l'encastrement osseux est la diminution et le rapprochement des fréquences propres entre elles. Pour cet exemple, cette influence favorise le squeaking puisque

les fréquences propres obtenues se concentrent alors sur la plage 1000–4000 Hz, fréquences caractéristiques du squeaking. On peut se demander si ce phénomène de diminution serait suffisant pour faire résonner l'ensemble acétabulaire sur les fréquences du squeaking ? Dans ce cas, la diminution devrait être de l'ordre d'un facteur 5, ce qui est très important et donc peu probable.

L'influence de l'os spongieux semble être deux fois plus importante sur la diminution des amplitudes de vibration que celle de l'os cortical. Cette approche pourra être affinée par des conditions plus réalistes comme par exemple par une étude vibratoire sur pièce anatomique (par exemple avec un os bovin).

1.3.1.4 Bilan

L'approche conjointe numérique/expérimentale permet de bénéficier des atouts de chacune des méthodes. Ainsi l'analyse numérique révèle que le phénomène sonore est causé par la résonance de l'ensemble fémoral et l'analyse expérimentale montre l'influence de l'encastrement de la tige dans l'os. Ainsi pour assurer une vibration dans le domaine audible, il faut supposer une énergie d'excitation importante et des conditions particulières de faible amortissement.

Plusieurs solutions technologiques ont été proposées dans le but de pallier le grincement. On peut les répertorier en deux familles, la première contient les solutions qui visent à augmenter les fréquences propres de la tige en modifiant sa géométrie ou ses matériaux (exemples figure 1.20a). La seconde consiste à désolidariser l'ensemble fémoral en interposant des matériaux de type élastomère entre le cône femelle de la tête et le cône mâle de la tige, de manière à limiter la propagation de vibrations (exemple figure 1.20b).

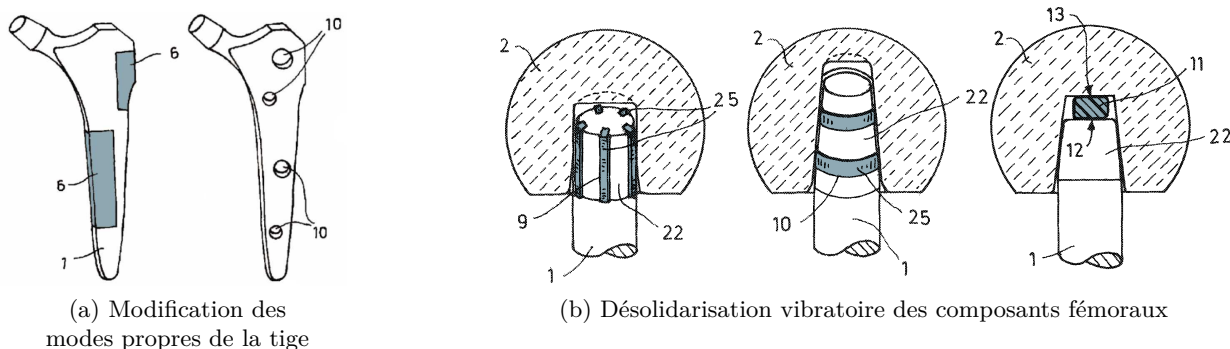


Fig. 1.20 – Quelques propositions de solutions pour supprimer le squeaking [PREUSS *et al.*, 08]

Pour l'instant, aucune des solutions ci-dessus n'a été proposée sur le marché, probablement parce qu'elles fragilisent de manière trop importante la prothèse, ne sont pas conformes aux normes de sécurité ou ne fonctionnent pas sur le moyen terme avec un chargement cyclique important.

1.3.2 Analyse de l'excitateur

Au regard de l'analogie avec un instrument du musique, l'excitation est produite par un apport énergétique généré par un mouvement entre deux composants comme le frottement de l'archet sur la corde. Dans le cas de la prothèse de hanches, seuls les frottements de la tête dans l'insert constituent une source de vibration potentielle importante durant la marche. Toutefois l'analyse comportementale de cette source vibratoire est délicate car les vibrations provoquées par le glissement entre deux surfaces constituent une instabilité de contact qui met en jeu des phénomènes complexes.

La littérature identifie deux cas distincts de comportement vibratoire en fonction de la pression de contact dans la liaison. [AKAY, 02, ABDELOUNIS, 10].

Dans le cas d'une pression de contact faible, les interactions entre les solides sont localisés à l'interface de la liaison. Les paramètres influents sont la rugosité, la vitesse de glissement, les efforts et la géométrie de contact. Dans cette configuration, les instabilités sont créées par les aspérités de surface qui engendrent de multiples contacts et génèrent des vibrations. Dans ces conditions, le liquide de lubrification peut empêcher les vibrations si les conditions de viscosité, vitesse et pression permettent de séparer les surfaces (courbe de Stribeck).

Dans le cas d'une pression élevée, les deux solides en contact sont alors couplés dynamiquement. La réponse devient complexe car non linéaire et met en jeu les propriétés élastodynamiques des structures. Les instabilités de contact provoquent un phénomène de couplage de modes ("mode lock-in") où la réponse dynamique correspond à une fréquence fondamentale du système couplé [BENGISU et AKAY, 94]. De nombreux phénomènes sont liés à ce type de comportement comme les crissements des freins, le grincement des portes, ou lorsque l'archet vient glisser sur les cordes d'un violon. Dans de telles conditions, on retrouve des instabilités dynamiques comme le *stick-slip* ou le *sprag-slip* [COUDEYRAS, 09, SPURR, 61]. Le *stick-slip* correspond à une succession de phase d'adhérence et de glissement des deux surfaces qui a lieu lorsque le frottement statique est supérieur au coefficient de frottement dynamique (figure 1.21a). Le *sprag-slip* est défini par Coudeyras comme une configuration de contact où l'effort de frottement augmente de façon importante au point de contact et le solide s'arc-boute en raison de sa flexibilité en emmagasinant ainsi de l'énergie potentielle (figure 1.21b). Puis, l'effort de flexion devenant plus important que l'effort de frottement, le solide libère l'énergie stockée et revient à sa position initiale en glissant, un nouveau cycle commence. Durant cette phase, l'effort de frottement apparent est plus faible malgré un coefficient de frottement constant. L'instabilité de la position stationnaire provient d'un couplage cinématique qui relie les variations des forces de frottement des forces normales de contact [COUDEYRAS, 09].

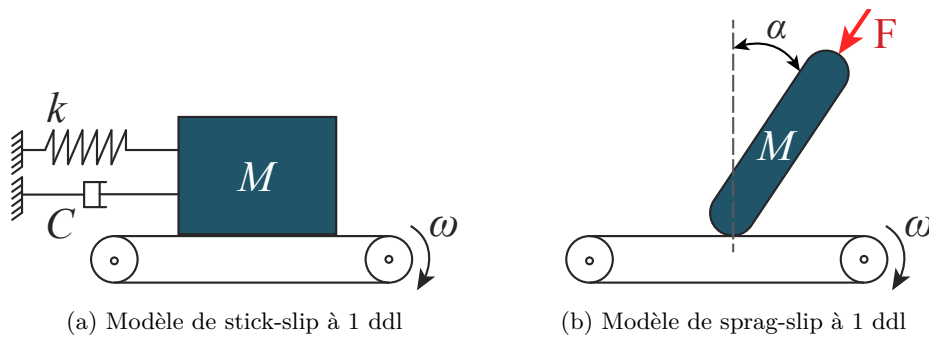


Fig. 1.21 – Modèles d'instabilité de contact (d'après [COUDEYRAS, 09])

La plupart des analyses vibratoires de la littérature ne considèrent pas l'influence de la lubrification au sein de la liaison pour ces comportements vibratoires. En effet ce type de comportement implique que les surfaces soient en contact, et donc qu'il n'y ait pas de lubrifiant.

Le comportement vibratoire du squeaking semble correspondre à une instabilité de contact liée à une pression élevée. Plusieurs auteurs ont par ailleurs identifié le *stick-slip* comme modèle d'instabilité au sein des prothèses [SARIALI *et al.*, 10b, CURRIER *et al.*, 10].

Comme nous l'avons précisé au paragraphe §1.2.2.3 page 20, le liquide synovial est normalement présent dans l'articulation prothétique. Il permet de séparer, partiellement ou complètement, les surfaces au repos ou en mouvement relatif. Ce type de comportement peut être remis en cause notamment lorsque le patient présente des maladies inflammatoires qui limitent sa sécrétion ou dégradent ses propriétés [SWANSON *et al.*, 10]. Il peut arriver également que ce liquide soit "chassé" ou cisailé localement lorsque les pressions de contact sont trop importantes.

Ainsi, les pressions locales jouent un rôle majeur sur le comportement de l'excitateur et l'apparition du squeaking. Elles influencent la qualité de lubrification de la liaison qui peut aboutir à des instabilités dynamiques (vibrations).

1.4 Synthèse

Les dernières générations de matériaux céramiques permettent de remplacer l'articulation de la hanche de manière efficace, si bien qu'elles sont oubliées par le patient qui peut reprendre une vie normale. Ce chapitre a permis d'identifier trois facteurs clés impliqués dans l'apparition du squeaking : la présence de *particules de troisième corps*, les *concentrations locales des efforts* et les *conditions de lubrification*.

L'analogie avec un instrument de musique nous aide à mieux comprendre le comportement de la prothèse en situation de grincement. Le résonateur de cet "instrument" serait donc l'ensemble fémoral et la source de l'excitation serait le contact entre la tête et l'insert. Ainsi, de la même manière qu'un archet vient frotter les cordes pour faire résonner la table d'harmonie d'un violon, l'insert frotterait la tête prothétique ce qui ferait résonner l'ensemble fémoral (figure 1.22).

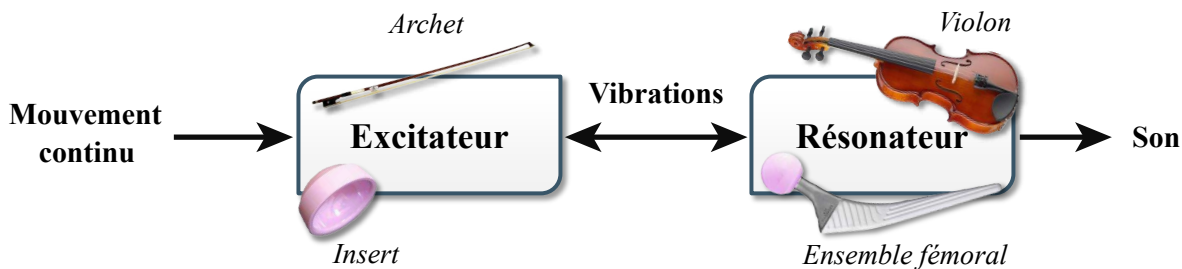


Fig. 1.22 – Analogie d'une prothèse grinçante avec un instrument de musique

D'après les modèles bibliographiques qui recensent ce type de comportement, il est nécessaire que le contact entre les surfaces soit de type sec-sec. Puisque la prothèse est normalement lubrifiée, nous supposons que cette lubrification est soit défaillante, soit le liquide synovial est cisailé à cause des fortes pressions locales.

Ces pressions peuvent être accrues par la présence de défauts de forme locaux des surfaces en contact, par les particules de troisième corps ou encore lors du phénomène de chargement de bord (edge loading).

Les pressions locales ont donc un rôle triple sur le comportement de la prothèse. Premièrement, parce qu'elles peuvent chasser le liquide synovial. Deuxièmement, parce qu'elles peuvent être la source des vibrations qui entraînent la résonance de l'ensemble fémoral et le phénomène de squeaking. Troisièmement, parce que ces pressions locales ont pour conséquence une augmentation des contraintes subies par les matériaux qui pourraient alors dépasser celles initialement prévue lors de la conception des implants. En conséquence, la fatigue du matériau est accélérée et la durée de vie des composants concernés est réduite. Ce phénomène pourrait être à l'origine des particules d'usures que l'on retrouve sur certains explants de prothèses grinçantes et qui favorise encore plus le squeaking (paragraphe §1.2.2.1 page 17).

Caractérisation du comportement des assemblages mécaniques

Objectifs du chapitre

On suspecte les défauts de forme d'être liés au phénomène de squeaking. Sur la base de ce constat on désire mettre en place une simulation numérique d'assemblage qui considère ce type de défauts. L'approche proposée sera exploitable pour divers types de liaisons mécaniques et permettra d'étendre l'analyse de l'influence des défauts de forme à des fonctions d'assemblages spécifiques. Dans ce chapitre, nous présentons les outils existants nécessaires à ce type de modélisation.

Sommaire

2.1	Introduction	34
2.2	Contact entre les pièces	34
2.2.1	Caractéristiques des surfaces des pièces	35
2.2.2	Action mécanique de contact	36
2.2.3	Contact ponctuel, définition et modèle associé	36
2.2.4	Contact surfacique, définition et modèles associés	37
2.2.5	Bilan	39
2.3	Caractérisation des défauts des zones de contact	39
2.3.1	Représentation des surfaces dans les études tribologiques	39
2.3.2	Représentation des surfaces dans d'autres types d'études	40
2.3.3	Bilan	43
2.4	Caractérisation des écarts de surface et intégration des spécifications géométriques	44
2.4.1	Distinction des ordres de défauts	44
2.4.2	Paramétrage des écarts de surface	44
2.5	Synthèse	48

2.1 Introduction

Le chapitre précédent a permis de faire un point sur les différentes pistes avancées dans la littérature concernant l'apparition du phénomène de squeaking. Nous avons recensé des conditions liées aux natures des matériaux en contact, à la cinématique imposée entre les pièces et les charges appliquées. D'autres types de paramètres sont identifiés caractérisant les conditions de contact : les défauts de forme des surfaces et les conditions de lubrification. Une représentation graphique de ces phénomènes est proposée en figure 2.1.

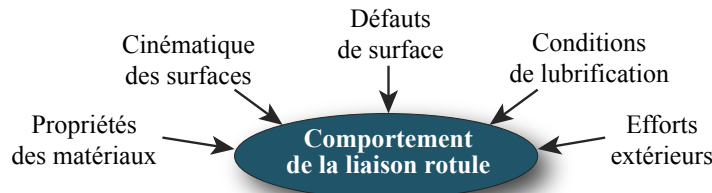


Fig. 2.1 – Paramètres influant dans le comportement de la liaison rotule

Pour analyser le comportement de la liaison rotule, l'ensemble de ces facteurs doit être considéré. Toutefois, dans le cas du squeaking, nous avons pu voir que l'instabilité vibratoire nécessite un contact sec. Nous supposons donc que le liquide synovial n'est pas présent pour l'analyse de ce phénomène.

Nous avons ensuite fait une analogie entre la prothèse totale de hanche et un instrument de musique. Il en ressort que l'excitateur correspond à l'interface entre les surfaces fonctionnelles de la rotule conjugué au mouvement de la hanche. Le résonateur est quant à lui l'ensemble fémoral. Comprendre la source du squeaking nécessite d'avoir une compréhension assez fine de l'interaction entre les deux surfaces frottantes sachant que les surfaces comportent des défauts (taille, forme et rugosité). Nous pensons que ces variations, même si elles sont faibles au regard de la dureté des matériaux (céramique), engendrent des variations de pression locale qui peuvent cisailer le lubrifiant (synovie). L'objectif de ce chapitre est d'apporter des éléments de compréhension dans l'étude de l'interaction entre les deux pièces frottantes.

Nous allons tout d'abord étudier ce que signifie le contact entre les pièces, le rôle des défauts de surface et étudier quelques modèles de comportement pertinents pour notre étude. Enfin, nous allons rappeler quelques éléments sur le tolérancement et le sens des spécifications fonctionnelles pour l'étude des défauts de surface.

2.2 Contact entre les pièces

Dans un mécanisme la transmission des efforts se fait par les surfaces de contact au niveau des liaisons. La science qui s'intéresse à ce type de phénomène s'appelle la tribologie, dérivée du mot grec *tribos*, qui signifie frottement. La tribologie est une science complexe qui nécessite l'étude mécanique des surfaces, des mécanismes en eux-mêmes (afin d'identifier les énergies, puissances et efforts à transmettre) et enfin les phénomènes de frottement et d'usure associés. Ces points s'appuient sur des connaissances liées à la science des matériaux, la chimie, la physique moléculaire, les fluides, etc.

Dans la plupart des applications, il y a une substance interposée entre les surfaces. Cette substance peut être par exemple un lubrifiant qui sera choisi en fonction des efforts et des couples de matériaux utilisés. Même s'il n'y a pas de lubrifiant entre les surfaces, une troisième substance se crée à l'interface. Cela peut être par exemple une couche d'oxyde ou des particules dérivées des surfaces en contact ou encore issue d'éléments externes (e.g. poussières).

2.2.1 Caractéristiques des surfaces des pièces

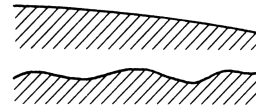
La surface d'une pièce correspond à la frontière entre la pièce et le milieu ambiant (extérieur). La plupart du temps, les caractéristiques physico-chimiques de cette couche superficielle, bien qu'issue du même matériau que celle de la pièce, présentent des propriétés mécaniques différentes. Si l'on prend le cas d'une surface métallique usinée ; en profondeur, la couche de métal a été écrouie par les opérations de fabrication (formage, usinage, etc.) dans laquelle il y a des contraintes résiduelles non négligeables. Au dessus de cette couche écrouie se trouve souvent une zone métallique amorphe, appelée *couche de Beilby*, constituée de cristaux finement concassés qui bouchent les inégalités de surface. Enfin, en raison des interactions atomiques entre la surface et les fluides ambiants, des réactions peuvent se créer pour former par exemple des oxydes [HALLING, 75]. Ces phénomènes d'adsorption peuvent être bénéfiques comme dans le cas de l'utilisation d'huile ou de graisse qui permet de lubrifier les surfaces en contact.

Ajouté à ces phénomènes physico-chimiques, les opérations de réalisation de pièce vont laisser des *textures particulières* sur les pièces qui se traduisent par des irrégularités qui jouent un rôle important dans le fonctionnement des mécanismes. En mécanique, ces textures de surfaces sont classifiées en 6 catégories caractérisées en fonction de l'échelle qu'il faut choisir pour les observer (figure 2.2) [SPINNLER, 97].

Erreurs de forme

1^{er} ordre: erreur de forme

2^e ordre: ondulations



Rugosité

3^e ordre: stries

4^e ordre: aspérités



5^e ordre: structure du grain

ne peut pas être représenté

Matériau

6^e ordre: structure cristalline

Fig. 2.2 – Classification des défauts de surfaces d'après [SPINNLER, 97]

Les défauts de forme proviennent des déformations de la pièce et de la machine-outil lors de l'usinage. Les ondulations (appelées sur la figure 2.2, irrégularités du deuxième ordre) correspondent à des ondulations régulières résultantes de vibrations de la pièce et de la machine outil.

À une plus petite échelle, on retrouve la rugosité. Afin de l'observer, il est nécessaire d'utiliser une loupe ou un microscope. Ce sont des aspérités résultant de stries formées par l'avance progressive de l'outil cumulé à l'arrachage de matière par les outils. Au-delà de cette échelle, on retrouve la structure du grain des métaux.

La surface de contact correspond alors à la superposition de la rugosité et des erreurs de forme (surface + pièce associée).

Si l'on considère la surface dans son intégralité, il est proposé d'ajouter à cette classification, les défauts de taille et de position. Ces dimensions correspondent aux deux caractéristiques utilisées lors d'étude de tolérancement de mécanisme ([ISO-8785, 98]). Ce point sera détaillé en section §2.4.1.

2.2.2 Action mécanique de contact

Une définition classique des actions de contact est disponible dans [AUBLIN *et al.*, 92]. Ainsi, une action de contact entre deux solides, ou entre un solide et un liquide, est définie comme une action qu'ils exercent l'un sur l'autre au niveau de leur surface commune. Ce contact peut être :

1. surfacique, dans le cas où le contact se fait suivant une surface importante ;
2. linéique ou ponctuelle, dans le cas où le contact se fait sur une petite surface.

Les actions de contact sont classiquement calculées et modélisées, lors d'étude mécanique, par un torseur d'action d'un solide sur l'autre solide.

Ce type de modélisation d'action de contact suppose que les solides sont indéformables et les actions sont appliquées en un point.

2.2.3 Contact ponctuel, définition et modèle associé

2.2.3.1 Définition

Quand deux solides non conformes (i.e. localement avec des rayons de courbure très différents) sont mis en contact sous charge, ils se touchent en un point. Si une action mécanique, noté N est transmise entre les deux solides, la pression de contact p résultante de l'interaction entre les solides, dépend de la surface de contact A . On peut écrire de la valeur de la pression p :

$$p = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{N}{A} = \infty \quad (2.1)$$

Ce résultat semble aberrant. En effet, sous le chargement appliqué, le solide va se déformer localement et le contact va alors se réaliser sur une surface d'aire finie (figure 2.3).

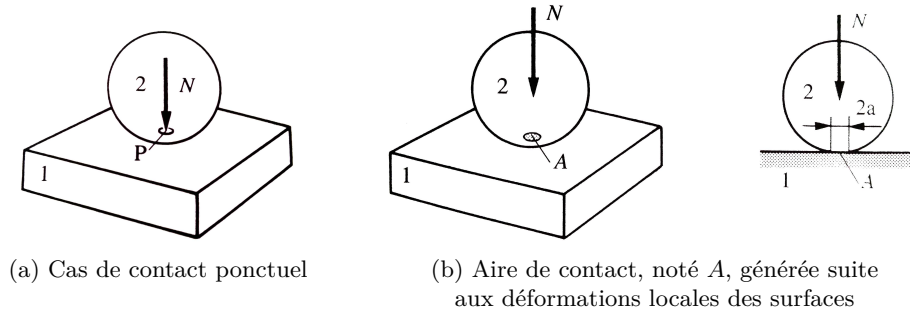


Fig. 2.3 – Illustration de contact ponctuel d'une bille sur un plan, d'après [SPINNLER, 97]

2.2.3.2 Contacts hertziens

Le contact de surfaces non conformes a été étudié par Henry Hertz [HERTZ, 81]. Ce type de contact est relativement bien adapté pour bon nombre d'applications classiques en mécanique comme l'étude de roulements à billes ou à rouleaux, au contact de came sur poussoir, d'engrenages, etc. Hertz a montré que la pression de contact et les contraintes entre les solides sont réparties selon une ellipsoïde tant que la déformation est élastique (figure 2.4). Dans ce cas, la pression la plus élevée se situe au centre du contact.

Cette approche analytique suppose que la surface de contact est initialement ponctuelle, puis s'étend de manière plane en restant petite devant la géométrie des pièces. Elle est ainsi adaptée

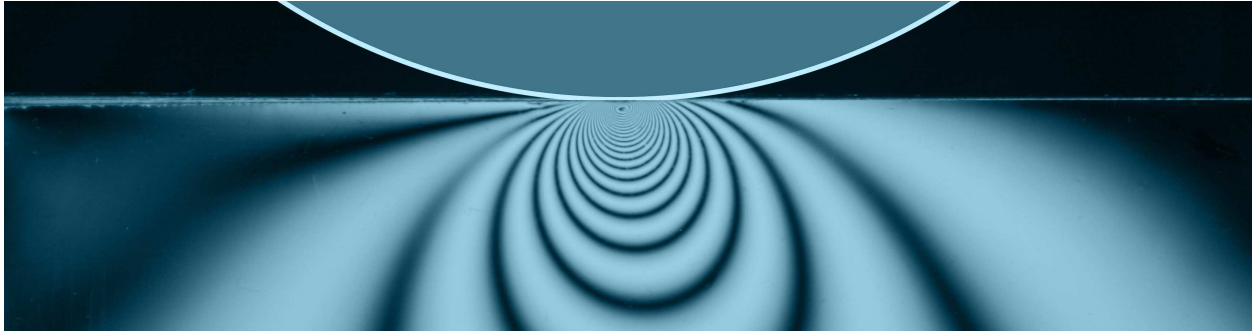


Fig. 2.4 – Contraintes dans une zone de contact chargée par une force normale et une force tangentielle, rendues visibles par photo-élastimétrie (Wikipédia)

aux configurations d'assemblages dites "non-conforme" comme les contacts sphère-sphère ou sphère-plan. Cette configuration permet de négliger les efforts de frottements tangentiels et les conditions limites en dehors de la surface de contact (solides considérés comme des milieux semi-infinis).

Les matériaux en contact sont caractérisés par un module de raideur, k_i , défini en considérant le module d'Young (noté E_i) et le coefficient de Poisson (noté ν_i) :

$$k_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi \cdot E_1} \quad k_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi \cdot E_2} \quad (2.2)$$

À partir de ce module de raideur, en fonction des types et courbures locales des surfaces et du chargement appliqué, il est possible de calculer le rapprochement des solides en contact, les dimensions et caractéristiques des zones de contact ainsi que la pression maximale atteinte.

2.2.4 Contact surfacique, définition et modèles associés

2.2.4.1 Définition

Le contact entre deux pièces conformes correspond à une surface finie. Le contact est alors qualifié de surfacique (notée A sur la figure 2.5). Cette surface est appelée *surface de contact nominale* ou *apparente*. Avec N , la force normale d'appui entre les deux solides, il est alors possible de calculer la pression p de contact nominale ou apparente par la relation 2.3.

$$p = \frac{N}{A} \quad (2.3)$$

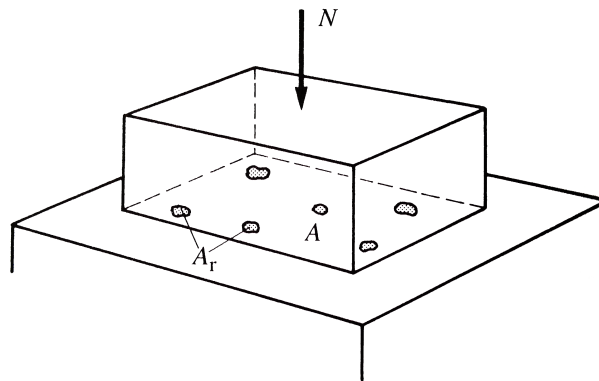


Fig. 2.5 – Illustration de l'aire de contact A nominale et l'aire de contact réelle A_r ([SPINNLER, 97])

2.2.4.2 Surface de contact effective

La pression calculée à partir de la surface nominale est une vision idéalisée du contact entre les pièces. En effet, les surfaces de contact ont toujours des défauts de forme et sont déformables. Par conséquent, les zones de contact sont localisées en quelques zones spécifiques de la surface nominale, on parle alors de *surface de contact réelle* ou *effective*, noté A_r sur la figure 2.5.

La surface A_r est alors beaucoup plus petite que la surface nominale. Par conséquent, si l'on considère le chargement progressif d'une aspérité (zone locale grisée sur la figure 2.5), on peut tout d'abord identifier des déformations élastiques. Puis, suite à l'augmentation progressive de la charge, l'aspérité entre en déformation plastique du fait de sa faible dimension. Ces déformations localisées permettent d'agrandir progressivement la surface de contact (A_r). Les déformations se poursuivent tant que les aspérités ne sont pas complètement aplaties de sorte que l'on trouve une égalité entre la charge appliquée et le produit de A_r avec p_e (pression de plastification).

$$N = A_r \cdot p_e \quad (2.4)$$

Au cours des déformations plastiques, l'aire de contact d'une aspérité augmente proportionnellement à la charge. On peut alors mettre en relation la limite élastique Re du matériau et la pression de plastification p_e . Bowden a montré pour les métaux et une aspérité de forme sphérique que $p_e \approx 3Re$ [BOWDEN et TABOR, 64].

Ainsi, dans le cas de faibles charges, les pièces ne se touchent que par l'intermédiaire de quelques aspérités. L'augmentation progressive du chargement aboutit à rapprocher les pièces l'une de l'autre tout en écrasant les aspérités. Ainsi, chaque aspérité associée à sa surface de contact local peut supporter un effort noté N_i . La position d'équilibre est obtenue lorsque $\sum N_i = N$. Il est alors possible de calculer un ratio entre la pression nominale et la pression effective.

$$\frac{A_r}{A} = \frac{p}{p_e} \quad (2.5)$$

2.2.4.3 Modélisation des contacts surfaciques

Bien que les aspérités soient très localisées entre les solides en contact, ces zones d'appui plastifiées mettent en concurrence les charges localisées et la déformation élastique des pièces. Une augmentation progressive de la charge entre les deux solides, aboutit à écraser très rapidement les aspérités puis à déformer élastiquement les pièces supports des surfaces en contact. On retrouve alors un comportement de contact qui est représenté sur la figure 2.6.

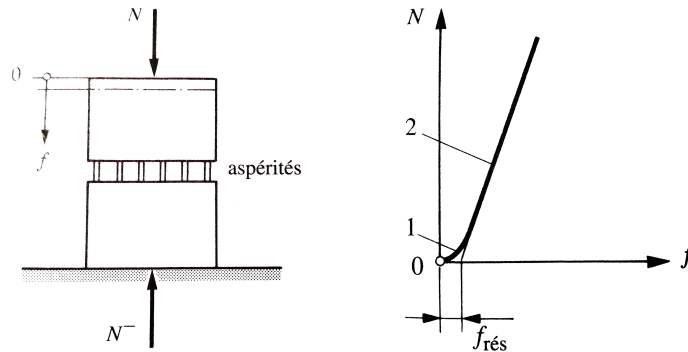


Fig. 2.6 – Modélisation du comportement par la mise en concurrence entre les déformations plastiques des aspérités et les déformations des solides, d'après [SPINNLER, 97]

La modélisation dans le cas général nécessite de caractériser les raideurs des pièces supports et les aspérités de contact. Dans les cas d'études d'assemblages avec défauts de forme, on n'étudie que

les déformations des aspérités et non les déformations des pièces associées. Ainsi, la caractérisation des raideurs de contact, pour le cas de pièces métalliques correspond à déterminer les aspérités de contact permettant de respecter les équations 2.4 et 2.5.

2.2.5 Bilan

Quels que soient les contacts étudiés, avec des surfaces conformes ou non conformes, les zones de contacts effectives sont très localisées. Nous avons identifié deux comportements typiques :

- Soit les déformations sont supposées élastiques et dans ce cas, le modèle de contact hertzien est bien adapté à condition que les surfaces possèdent des rayons de courbures différents et que la zone de contact reste faible. Dans ce cas, une raideur de contact équivalente est calculée et il est possible d'en déduire le rapprochement des pièces, la taille de la zone de contact et la pression maximale.
- Soit les déformations sont supposées plastiques. Il suffit alors de déterminer la surface effective permettant d'avoir une égalité entre la charge appliquée et l'ensemble des efforts locaux (N_i) calculés à partir des zones écrasées.

Dans le cas de matériau céramique, le comportement mécanique est essentiellement fragile, par conséquent, le contact entre aspérités de deux pièces est élastique. Dans l'étude de la prothèse totale de hanche qui est constituée de pièces en céramique d'alumine, le modèle de Hertz semble bien adapté et sera par la suite utilisé (chapitre 4). Le modèle de déformation plastique des aspérités est bien adapté au cas de pièce métallique en contact. Ce modèle sera employé dans le chapitre 3. Il sera appelé modèle d'érosion (i.e. érosion des aspérités de contact).

2.3 Caractérisation des défauts des zones de contact

Les modèles de contact nécessitent de connaître et caractériser la topologie des surfaces en vis-à-vis. Pour cela différentes approches peuvent être envisagées. Dans le cas de pièces réelles, il est nécessaire tout d'abord de mesurer les surfaces. Cette caractérisation consiste à définir un ensemble de points P_i dont les positions peuvent être exprimées par un ensemble de coordonnées (x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}) . À partir de ces mesures discrètes, l'enjeu est de trouver comment déduire des typologies de forme particulière, des valeurs de courbure locale et enfin un comportement particulier des surfaces assemblées.

2.3.1 Représentation des surfaces dans les études tribologiques

2.3.1.1 Représentation statistique

La représentation statistique consiste à caractériser la rugosité de surface réelle par un ensemble de paramètres permettant la reconstruction d'une surface équivalente. La plupart de ces modèles sont basés sur l'approche de Greenwood et Williamson [GREENWOOD et WILLIAMSON, 66] qui propose un modèle stochastique de contact entre un plan rigide et une surface rugueuse. Cette approche considère les aspérités de surface comme des calottes sphériques de même rayon mais dont les hauteurs sont réparties suivant une loi de distribution gaussienne autour du plan nominal. Le calcul repose ensuite sur la théorie de Hertz pour traiter individuellement le contact de chaque sphère en régime de déformations élastiques. Les trois paramètres statistiques sont le rayon des aspérités, leur densité de répartition et l'écart type de distribution de leur hauteur. Cette approche permet d'estimer l'aire de contact réel, l'enfoncement du plan rigide et la pression maximale de contact.

Sur la base de cette approche, d'autres modèles introduisent des variantes sur la géométrie des aspérités, les modèles d'interaction ou les régimes de comportement. Whitehouse et Archard

proposent ainsi de prendre en compte la variabilité des rayons de courbures des sommets des aspérités [WHITEHOUSE et ARCHARD, 70] et Nayak propose de corréler ces rayons à la hauteur des points des surfaces [NAYAK, 71]. Jeng propose d'intégrer des nouveaux paramètres pour décrire les aspérités sous forme de paraboloïdes elliptiques pour les surfaces anisotropes [JENG et WANG, 03]. Des modèles prenant en compte les effets d'interactions entre les aspérités ou leurs influences sur le voisinage sont décrit par Zhao et Yeo [ZHAO et CHANG, 00, YEO *et al.*, 10]. Enfin, plusieurs auteurs travaillent sur l'enrichissement du modèle de déformation comme Chang qui détaille des lois de comportements transitoires au régime élastoplastique ou encore Duvivier qui propose un modèle de contact basé sur une approche comportementale de type aspérité [CHANG *et al.*, 87, DUVIVIER, 10]. Bushan et Yu proposent des comparatifs entre les différentes approches par l'analyse des différents modèles de comportements de contacts au moyens de procédures analytiques et numériques [BHUSHAN et PENG, 02, YU et BHUSHAN, 96].

L'avantage de ces modèles statistiques est qu'ils résultent de relations simples. Ils sont ainsi capables de prédire, en un temps très court, les tendances de comportement de deux surfaces suivant leurs propriétés. Toutefois leur utilité est limitée pour les topologies complexes en raison des hypothèses de simplifications géométriques qui ne reposent que sur quelques paramètres.

2.3.1.2 Représentation déterministe

L'approche déterministe vise à caractériser les surfaces de manière réaliste par une description géométrique des aspérités aux moyens de fonctions mathématiques. Les relevés topographiques sont ainsi interpolés par des fonctions mathématiques locales de types elliptiques, paraboliques, etc. La complexité du modèle géométrique nécessite le plus souvent des simulations numériques qui discrétisent les surfaces comme la méthode des éléments finis ou l'approche par dynamique moléculaire [PEI *et al.*, 05, YANG *et al.*, 06]. La représentation déterministe s'est ainsi popularisée avec le développement des moyens de calculs. Dans ces modèles, les interactions entre les aspérités sont toutes prises en comptes et définies suivant un régime élastique, parfaitement plastique ou élastoplastique [CHANG *et al.*, 87, ZHAO *et al.*, 00, DURAND *et al.*, 11].

Suivant la finesse de la description géométrique des surfaces, l'approche déterministe permet d'obtenir des résultats plus précis qu'avec une approche statistique. Néanmoins, les simulations par éléments finis ou par dynamique moléculaire considèrent des solides dont la description géométrique nécessite un maillage du volume sous-jacent aux surfaces. De plus, la finesse de la discrétisation doit être suffisamment importante pour décrire la rugosité de manière fiable. Cette approche induit ainsi un coût de calcul très élevé qui limite la représentation de surface trop grande.

Des méthodes alternatives, basées sur des modèles semi-analytiques, permettent de réduire la taille du système à résoudre. Dans ce cas les solides sont considérés comme des corps semi-infinis en supposant que les pentes des surfaces et l'aire de contact sont faibles [MAYEUR, 95]. On s'affranchit ainsi du comportement sous-jacent du solide ce qui simplifie considérablement l'expression du contact entre les aspérités et le nombre d'inconnues.

2.3.2 Représentation des surfaces dans d'autres types d'études

D'autres méthodes de caractérisation des surfaces sont développées dans la littérature. Elles ont pour but d'affiner les descriptions géométriques complexes et ne sont pas dédiées à l'analyse tribologiques des surfaces.

Plusieurs approches peuvent être considérées comme les interpolations par polynômes de Lagrange ou les courbes et surfaces de Bézier qui sont souvent utilisées en conception assistée par ordinateur [GUPTA et TURNER, 93]. Ce paramétrage nous semble peu adapté pour des surfaces complexes puisqu'il est alors nécessaire de les diviser en sous-surfaces.

2.3.2.1 Les décompositions périodiques

D'autres méthodes basées sur les décompositions périodiques sont aussi largement utilisées. Ces méthodes ont l'avantage d'être génériques et peuvent s'appliquer à tout type de surface. Ainsi Ceglarek utilise la Transformée Discrète en Cosinus (DCT) pour définir une base de descripteurs afin d'analyser les écarts de forme d'une pièce [HUANG et CEGGLAREK, 02]. La figure 2.7 illustre les 25 premiers descripteurs calculés par cette approche. La Décomposition en Séries de Fourier (DFT) est également très répandue, la norme ISO-12781 l'utilise pour évaluer la planéité d'une surface en faisant intervenir les composantes harmoniques de la DFT [ISO-12781-2, 11].

Dans le domaine de l'optique, les défauts de surfaces d'un disque peuvent être définis comme étant une combinaison linéaire de polynômes de Zernike [ISO-10110-5, 07]. On retrouve une approche similaire pour les surfaces cylindriques tournées avec les polynômes de Chebyshev et de Fourier [HENKE *et al.*, 99].

2.3.2.2 La décomposition modale discrète

La décomposition modale discrète (DMD) est une autre méthode parcimonieuse de modélisation de géométrie complexe. Elle consiste à décomposer un signal dans une famille de fonctions discrètes définie a priori, de la même manière que la Décomposition en Séries de Fourier ou la Transformée Discrète en Cosinus. C'est une méthode générique qui peut être appliquée à tout type d'élément (curviligne, surfacique ou volumique). Elle est basée sur la théorie de vibration des structures mécaniques discrétisées où chaque mode propre de vibration définit une géométrie particulière. On peut voir sur la figure 2.8 les 25 premiers modes d'un plan obtenu avec cette approche. Ces modes sont utilisés comme paramètres pour définir les défauts de surface [SAMPER, 10, SAMPER et FORMOSA, 07, HUANG *et al.*, 09].

Les descripteurs calculés ne sont pas périodiques et il n'y a pas de couplage entre les axes lors du calcul des descripteurs. Ainsi, les modes calculés sont ainsi plus complexes et permettent de mieux décrire les défauts de forme qu'avec des approches comme la DCT [POTTIER *et al.*, 13]. Ces différences sont visibles en comparant les descripteurs des figures 2.7 et 2.8.

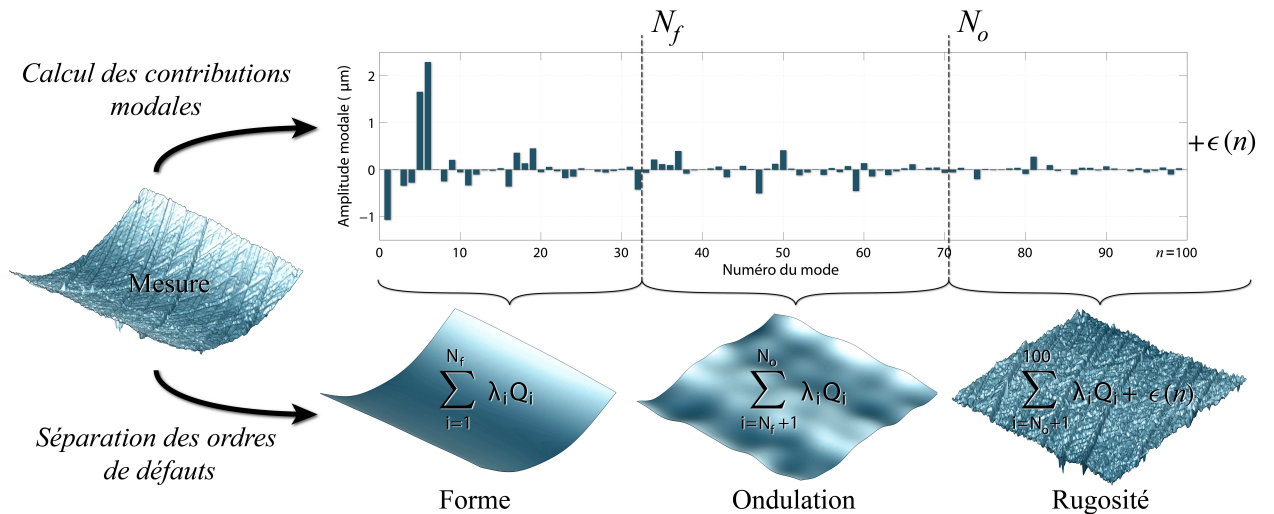


Fig. 2.9 – Principe de la décomposition modale discrète

Grâce à la DMD, un élément géométrique peut être décrit par une combinaison linéaire des coefficients de pondération λ_i et des modes de vibration Q_i . La figure 2.9 illustre le principe de cette méthode. On peut voir un histogramme représentant la contribution λ_i de chaque mode dans la DMD et la séparation de trois ordres de défauts. Cette séparation est possible par une

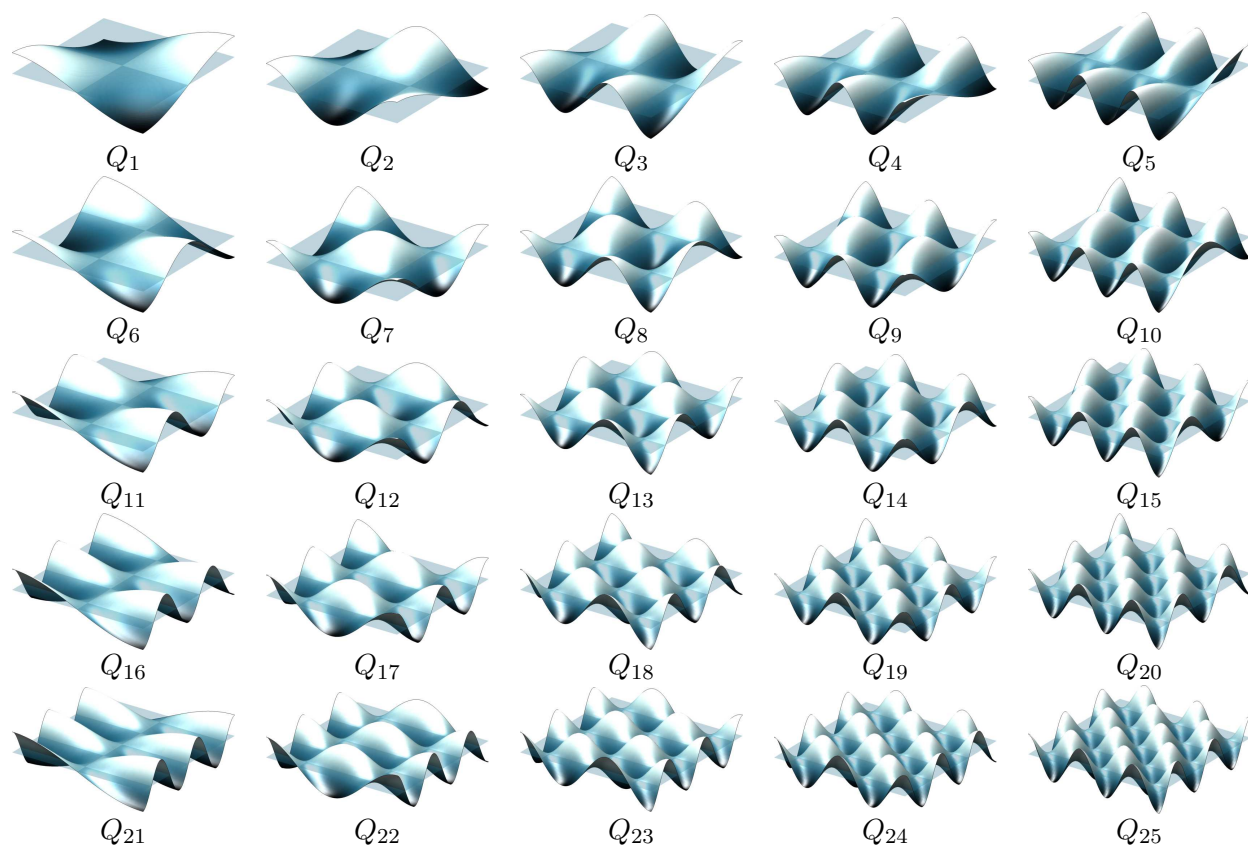


Fig. 2.7 – 25 premiers descripteurs de la DCT

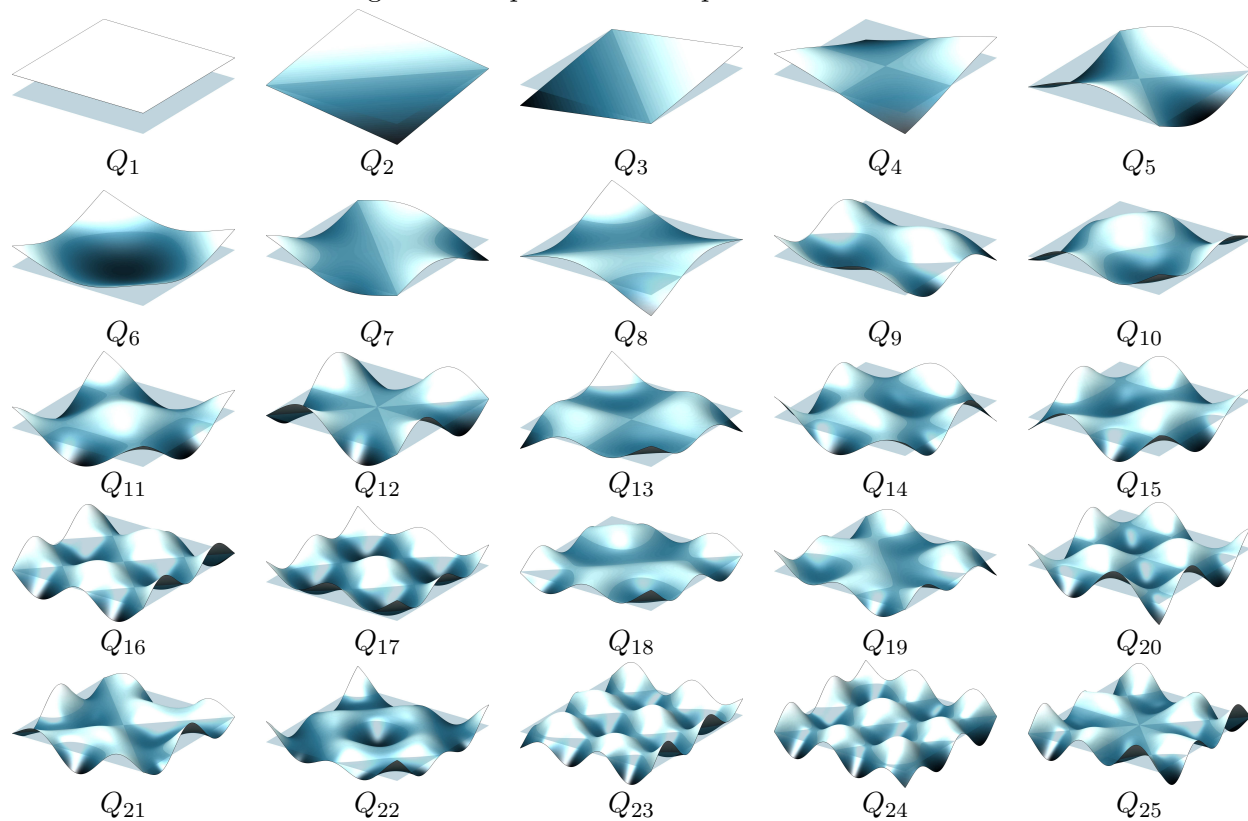


Fig. 2.8 – 25 premiers modes propres d'un plan

propriété particulière de la base modale où les modes propres naturels de la surface analysée (ici un plan) sont naturellement ordonnés par complexité croissante, c'est à dire que les longueurs d'ondes prépondérantes sont de plus en plus courtes. Ainsi, les trois premiers modes permettent d'isoler le défaut de position, les modes qui suivent caractérisent ensuite de façon successive les défauts de forme, d'ondulation et de rugosité. Leur séparation est définie par des paramètres N_f et N_o qui vont dépendre en partie de la géométrie nominale [Goïc, 12, FORMOSA *et al.*, 07]. On peut voir que la rugosité contient les éléments non filtrés de la DMD qui sont le résidu $\epsilon(n)$. Un projet de norme GPS spécifiant le tolérancement modal est en cours de développement [PR-XP-E-04-007, 12]. Cette approche sera expliquée en détails au paragraphe §3.3 page 54.

2.3.3 Bilan

Les différentes approches proposées dans la littérature tant pour des études tribologiques que pour d'autres types d'études permettent de modéliser les surfaces locales.

Les approches tribologiques sont définies pour simuler avec précision des contacts rugueux grâce aux approches statistiques. Pour considérer plusieurs échelles de défauts, les approches peuvent se baser sur les représentations déterministes. On s'aperçoit cependant que les types d'études non tribologiques, basées sur la décompositions des surfaces, ne permettent pas de définir de manière précise les défauts de l'ordre de la rugosité. En revanche elles sont performantes pour caractériser fidèlement les surfaces dont les défauts sont de plus grandes longueurs d'ondes. Pour l'assemblage de telles surfaces, les zones de contact sont localisées. Ce type de caractérisation est donc mieux adapté pour les modèles de déformation élastique.

Grâce à ces approches il est possible, en fonction des localisations et de la typologie des zones de contact, des efforts appliqués sur les pièces et du comportement du matériau de déduire les pressions et déformations locales associées. Toutefois pour ces modèles, les surfaces sont considérées de manière indépendantes. Pour analyser le comportement de surfaces dans des assemblages mécanique, il est nécessaire de prendre en compte les contraintes de celui-ci (direction des efforts, liaisons entre les pièces etc.). L'objectif est d'intégrer les mouvements relatifs liés aux déformations locales dans l'étude des assemblages. Pour cela, il est nécessaire d'avoir une approche locale de déformation (proposée dans cette section) puis de caractériser les mouvements d'une pièce par rapport à l'autre afin d'en déduire l'incidence sur le comportement global de l'assemblage.

2.4 Caractérisation des écarts de surface et intégration des spécifications géométriques

Les contraintes qui existent entre les surfaces lors de la considération des assemblages sont définies par les spécifications géométriques.

Aujourd'hui, les outils de spécifications géométriques reposent sur un langage normalisé basé sur le concept technique de *Spécification Géométrique des Produits* (GPS) défini par des normes ISO¹. Ce langage est défini comme suit [ISO/TR 14638, 95] :

La spécification géométrique des produits : GPS (Geometrical Products Specification), consiste à définir au travers d'un dessin de définition, la forme, les dimensions et les caractéristiques de surface d'une pièce qui en assurent un fonctionnement optimum, ainsi que la dispersion autour de cet optimum pour laquelle la fonction est toujours satisfaite.

2.4.1 Distinction des ordres de défauts

Le *GeoSpelling* est un langage normalisé qui propose, entre autres, de déclarer des éléments géométriques issus de pièces d'assemblage afin de les spécifier [MATHIEU et BALLU, 03].

Pour distinguer les différents types de défauts géométriques d'un élément, la norme ISO-8785 propose 6 critères d'échelle [ISO-8785, 98].

Les deux premières catégories de défaut peuvent qualifier des écarts de l'ensemble de l'élément tolérancé :

1. *Défaut de taille* : paramètre de variation homothétique entre la géométrie nominale et l'élément décrit par un critère d'association (moindres carrés...). Par exemple pour un élément sphérique, le défaut de taille et l'écart entre le diamètre de la sphère nominale et celui de la sphère associée aux moindres carrés.
2. *Défaut de position* : écart géométrique entre le repère de définition de l'élément nominal et celui de l'élément associé. Avec la méthode des torseurs de petits déplacements, il s'agit du torseur écart (défini page 46).

Les quatre catégories de défauts qui suivent ne qualifient quant à eux que des défauts au niveau surfacique. Ils sont tous du même type mais pas du même ordre de grandeur.

3. *Défaut de forme* : défauts de grandes longueurs d'ondes qui constituent l'écart global entre la forme théorique et la forme de la surface réelle [ISO-1101, 06, ISO-4287, 97].
4. *Défaut d'ondulation* : défauts de longueurs d'ondes inférieurs à ceux du défaut de forme, et supérieurs à ceux du défaut de rugosité [ISO-12085, 96].
5. *Défaut de rugosité* : défauts géométriques de très courtes longueurs d'ondes périodiques et pseudo-périodiques [ISO-25178-3, 12].
6. *Défaut de micro-rugosité* : défauts géométriques du même ordre de grandeur que la rugosité mais qui sont apériodiques [ISO-8785, 98].

Cette approche apporte deux dimensions supplémentaires à celles de l'approche tribologique (figure 2.2). En effet, elle considère les défauts de position et de taille.

Ce sont ces paramètres qui vont permettre d'intégrer les contraintes, notamment de mise en position, du mécanisme dans l'analyse du contact.

2.4.2 Paramétrage des écarts de surface

Plusieurs outils et modèles de tolérancement permettent de modéliser les écarts de surface pour aider le concepteur dans sa démarche de tolérancement (figure 2.10).

¹ISO : Organisation Internationale de Normalisation

Ces méthodes supposent que les surfaces sont sans défauts de forme. Ainsi elles consistent à ne caractériser que les déplacements rigides des surfaces, c'est à dire les écarts de position vis-à-vis de la position nominale (défaut de position).

Les approches les plus communes sont le tolérancement "au pire des cas" qui garantit l'assemblage par des conditions restrictives donc coûteuses et le tolérancement statistique qui tient compte des capacités de production pour déduire des probabilités d'assemblages [EVANS, 74, CHASE et PARKINSON, 91]. On compte également des méthodes plus récentes comme le tolérancement inertiel qui permet d'intégrer directement des critères d'acceptation de perte sur la fabrication [PILLET, 03].

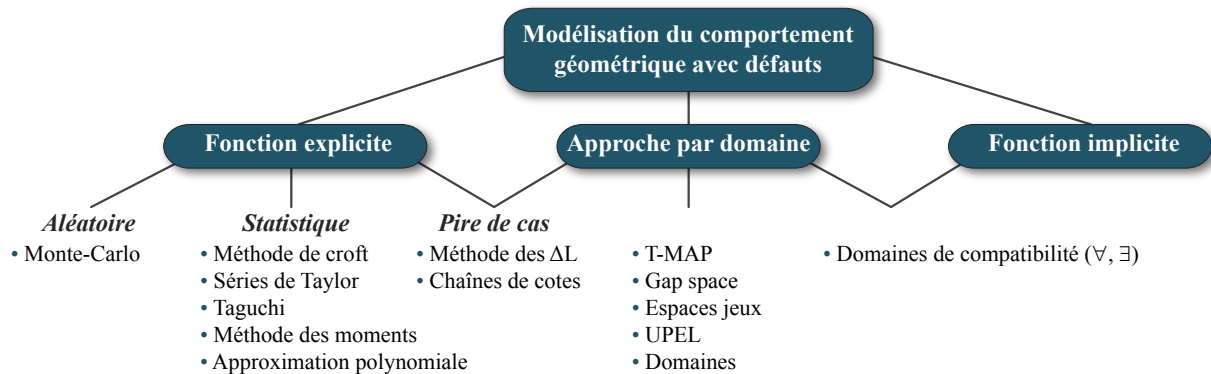


Fig. 2.10 – Différentes approches d'analyse des tolérances (d'après [QURESHI, 11])

Parmi les modèles de représentation des spécifications géométriques pour aider à l'analyse des tolérances, on peut citer le *tolérancement par classes variationnelles* proposé au début des années 80 par Requicha. L'intérêt de cette approche est l'intégration des tolérances dans les systèmes informatiques [REQUICHA, 83]. Ce modèle propose d'associer à une pièce, un ensemble de solides qui sont construits par décalage des surfaces nominales de la pièce considérée. Le décalage à l'extérieur permet de matérialiser la pièce au maximum de matière (Maximum Material Condition) tandis qu'un décalage intérieur définit le minimum de matière (Least Material Condition)(figure 2.11a). La différence entre ces deux volumes représente alors la zone de tolérance dans laquelle doit se situer la pièce réelle pour être conforme.

Wirtz propose de positionner chaque surface par un point et un vecteur dans un repère défini, c'est le *tolérancement vectoriel* (figure 2.11b). La pièce est tolérancée en ajoutant à ces vecteurs ceux des défauts admissibles. Ce modèle proposé par Wirtz permet de modéliser si nécessaire la position, l'orientation, la forme et la dimension de l'élément tolérancé par des vecteurs indépendants [WIRTZ, 89, WIRTZ, 91]

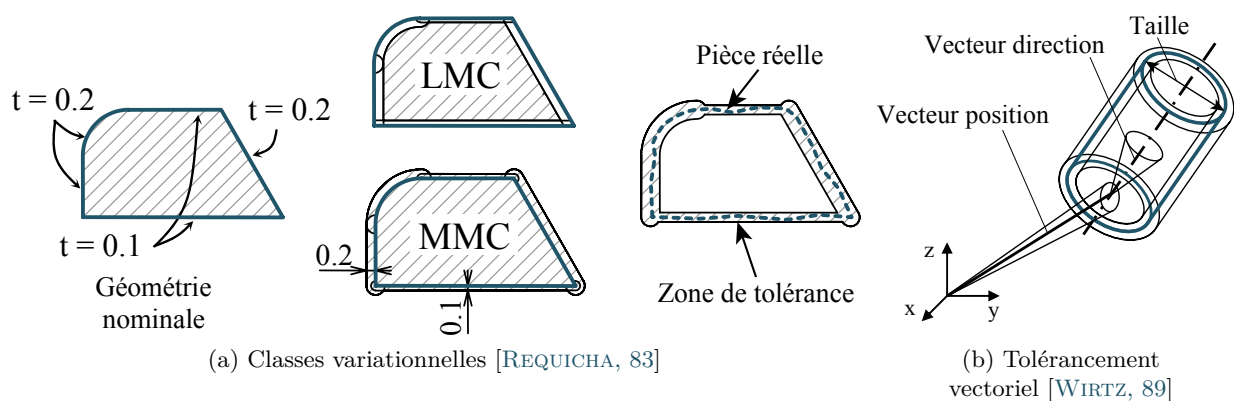


Fig. 2.11 – Modèles de tolérancement

Il existe de nombreux autres modèles comme les modèles cinématiques [RIVEST *et al.*, 94], le tolérancement déclaratif, le tolérancement paramétrique, etc.

Plusieurs approches proposent de représenter les tolérances d'un élément par ses mobilités dans un espace à n dimensions.

Turner est un précurseur de cette méthode de représentation avec l'*espace de faisabilité* qui associe à la géométrie nominale un modèle variationnel où les paramètres de variation M_i sont exprimés sous forme de scalaire [TURNER et WOZNY, 87].

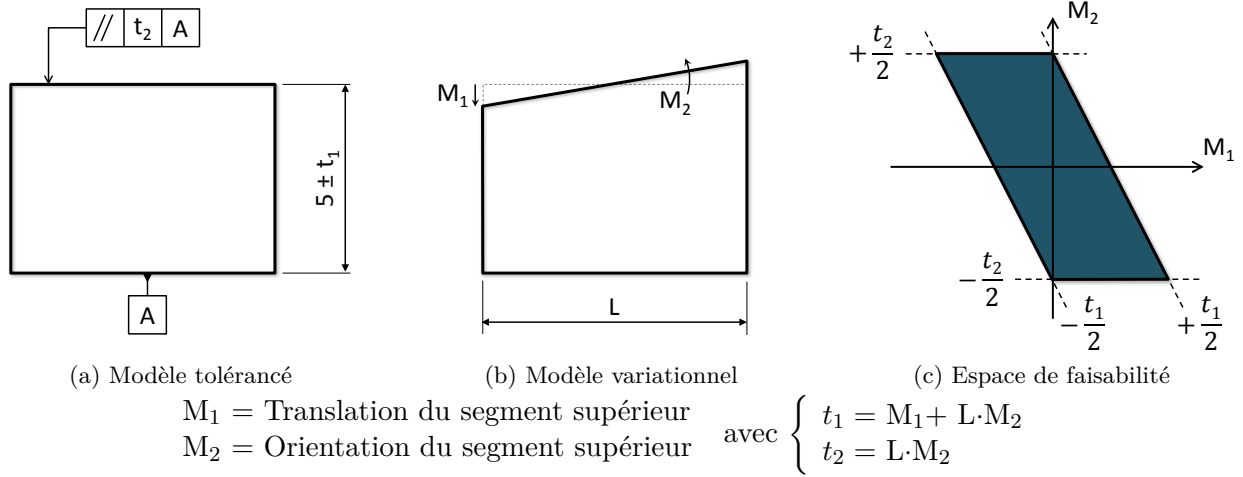


Fig. 2.12 – Modèle variationnel et espace de faisabilité [TURNER et WOZNY, 87]

Chaque variable de tolérance t_i est alors caractérisée par une combinaison des variables M_i . On peut ainsi calculer les limites des variations admissibles pour chaque paramètre M_i et représenter la solution des inéquations sous forme de domaine appelé *espace de faisabilité* (figure 2.12).

Turner souligne que ce modèle de représentation facilite l'évaluation de la conformité des conditions fonctionnelles, de la pertinence des tolérances et de la détection des contraintes surabondantes. Toutefois la mise en relation des variables de tolérance t_i aux variables du modèle M_i n'est pas toujours évidente. De plus, ce modèle devient difficile à mettre en œuvre en dehors des problèmes simples de dimensionnement, une discrétisation de chaque entité géométrique est alors nécessaire et le traitement devient très lourd en terme de mise en œuvre et temps de calcul.

Dans les années 1970, Pierre Bourdet et André Clément proposent un outil mathématique qui va se répandre très rapidement dans le milieu de la mécanique en France : le torseur des petits déplacements (ou *Small Displacement Torsor* : SDT) [CLEMENT et BOURDET, 88, BOURDET *et al.*, 96]. Cet outil permet de caractériser les petits déplacements d'une entité géométrique par rapport à un repère défini en linéarisant la matrice de déplacements par un développement limité au premier ordre. Grâce à ce concept, on peut exprimer l'écart qui existe entre deux repères par un simple couple de vecteur $\{\vec{D}_o(u, v, w), \vec{\omega}(\alpha, \beta, \gamma)\}$ caractérisant les trois translations et les trois rotations nécessaires pour passer d'un repère à l'autre. Une application répandue est celle de la modélisation des écarts et des jeux géométriques des assemblages (figure 2.13). Par exemple pour le calcul de l'écart existant entre une surface réelle et sa surface nominale (appelé *torseur écart*), ou même entre deux surfaces d'un même assemblage (appelé *torseur jeu*). Pour cela, on associe à la surface réelle une surface de substitution idéale selon un critère défini (méthode des moindres carrés, approche tangente extérieur matière minimisant l'écart maximum, etc.).

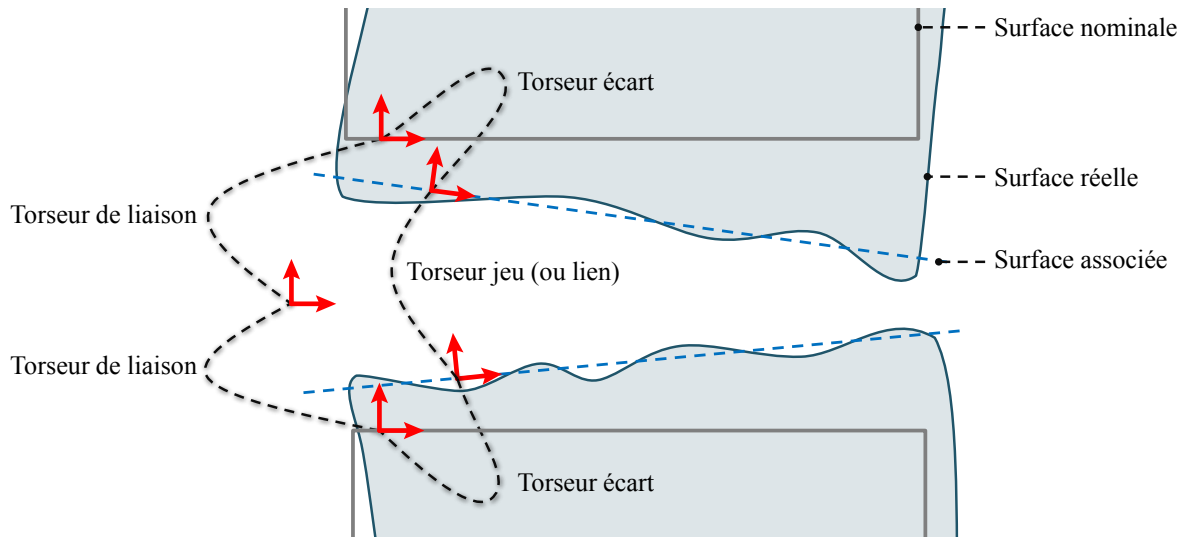


Fig. 2.13 – Torseurs d'un assemblage (d'après [MANSUY, 12])

Associés à ces outils de calculs, plusieurs méthodes de représentation par espace géométrique à n dimensions ont été développées. Ces espaces caractérisent les écarts par rapport au nominal. On peut citer la *méthode des domaines* [DURET et GIORDANO, 93], la *méthode UPEL* (Union Pondérée d'Espaces de Liberté) [TEISSANDIER *et al.*, 98, TEISSANDIER *et al.*, 99], mais également les travaux de Roy ou de Davidson avec le *modèle T-Maps* [ROY et LI, 99, JIAN *et al.*, 07]. L'avantage de ces modèles est qu'ils ont la faculté d'être comparables d'une pièce à l'autre permettant ainsi de faire l'analyse globale du tolérancement sur l'assemblage. Ces manipulations se font par l'intermédiaire d'opérations des espaces, telle que la somme de Minkowski [MINKOWSKI, 10].

Une méthode développée par Giordano et Duret, la *méthode des domaines*, propose de modéliser les petits déplacements autorisés d'une entité géométrique à l'intérieur de sa zone de tolérance [DURET et GIORDANO, 93]. Pour cela, on commence par traduire les limites de variations par un système d'inéquations puis l'ensemble des solutions est représentée par un espace généralement égal à 6 dimensions (3 translations et 3 rotations) : *le domaine*. On parle de *domaine écart* lorsqu'il s'agit des variations d'une surface liée à une spécification géométrique et de *domaine jeu* pour la modélisation de jeux entre plusieurs surfaces [BOURDET et BALLOT, 96, CLOZEL, 01, BALLU et MATHIEU, 99].

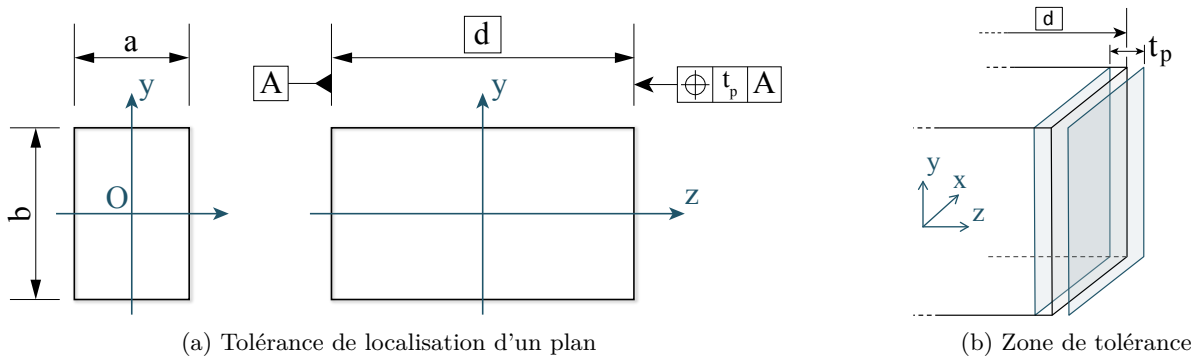


Fig. 2.14 – Tolérance de localisation d'un plan

Pour illustrer la méthode, une spécification de localisation de plan est présentée dans la figure 2.14a. La zone tolérance est composée de deux plans parallèles à la référence \boxed{A} et à une distance $\boxed{d} \pm t_p$ de celle-ci. On peut traduire les torseurs de variation des positions possibles du plan nominal à l'intérieur de cette zone par les huit inéquations 2.6 [GERMAIN, 07].

$$\begin{aligned}
 -\frac{t_p}{2} &\leq t_z + \frac{a}{2} \cdot r_y + \frac{b}{2} \cdot r_x \leq \frac{t_p}{2} \\
 -\frac{t_p}{2} &\leq t_z + \frac{a}{2} \cdot r_y - \frac{b}{2} \cdot r_x \leq \frac{t_p}{2} \\
 -\frac{t_p}{2} &\leq t_z - \frac{a}{2} \cdot r_y - \frac{b}{2} \cdot r_x \leq \frac{t_p}{2} \\
 -\frac{t_p}{2} &\leq t_z - \frac{a}{2} \cdot r_y + \frac{b}{2} \cdot r_x \leq \frac{t_p}{2}
 \end{aligned} \quad (2.6)$$

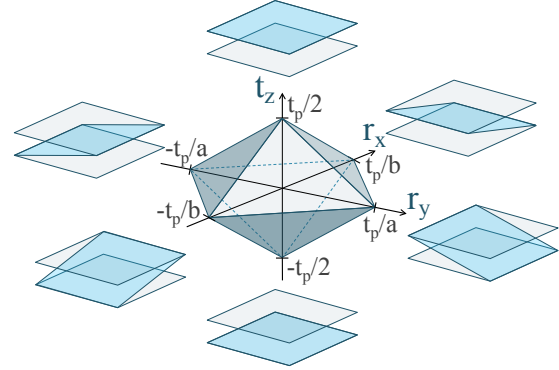


Fig. 2.15 – Domaine écart associé

Chaque inéquation linéaire définit un espace de mobilité. L'intersection des espaces de toutes les équations caractérise le domaine écart du plan tolérancé. Ici, la spécification de localisation autorise trois degrés de liberté : une translation et deux rotations. La représentation du domaine solution est visible sur la figure 2.15 avec une illustration des positions extrêmes. Chaque point défini dans ce repère peut se traduire par un torseur de petit déplacement et donc par une position du plan tolérancé dans le repère de la pièce. Si ce point est à l'intérieur du domaine écart alors le défaut du plan respecte la spécification géométrique de localisation ; sinon la pièce est non-conforme.

2.5 Synthèse

Ce chapitre a permis de sélectionner deux modèles de comportement local de déformation de surface : la présentation d'un modèle analytique de contact hertzien et un modèle numérique avec un comportement purement plastique du matériau, appelé érosion. Ces deux modèles seront par la suite utilisés pour l'étude de deux assemblages. Pour l'exemple de la bride du chapitre 3, pour laquelle les pièces sont en acier inoxydable, le modèle d'érosion sera utilisé. Dans l'autre exemple d'étude traité dans ce manuscrit (prothèse totale de hanche du chapitre 4), le comportement fragile du matériau permet de supposer des déformations locales purement élastiques.

Par ailleurs, la caractérisation et le paramétrage des surfaces en contact est une véritable problématique. À partir de mesures locales de surfaces, une multitude de points est alors disponible. Il est alors intéressant d'avoir recours à des techniques de simplification de surface afin de traiter un nombre limité de données et d'avoir des temps de calcul raisonnables pour l'estimation des pressions de contact. Pour cela, différentes approches sont proposées dans la littérature. Nous avons sélectionné l'approche modale, développée par Samper, qui permet, à partir d'une base de descripteurs géométriques de modéliser les défauts de surface [SAMPER, 10, SAMPER et FORMOSA, 07]. Un des intérêts majeurs de cette approche est qu'elle est utilisée par ces auteurs dans le cas d'études liées au tolérancement.

Enfin, la prise en compte des défauts de surface dans les assemblages, objectif principal de ce manuscrit, nécessite de considérer les défauts de pièces associés aux contraintes de l'assemblage. Afin de considérer de telles études, nous utiliserons la démarche présentée dans la section 2.4.2 appelée méthode des domaines qui permet de considérer à la fois les tolérances dimensionnelles et géométriques des pièces.

Assemblage sans mobilité : la bride

Objectifs du chapitre

Ce chapitre propose de se focaliser sur l'influence des défauts de surfaces d'une liaison mécanique particulière appuyé plan et centrage court de type bride. Une méthode de simulation d'assemblage est mise en place sur la base de deux approches. La première suppose des surfaces indéformables et une mise en position sur 3 points de contact. La seconde tient compte des efforts extérieurs et des déformations locales. Cette méthode est ensuite appliquée à plusieurs exemples pour analyser l'influence des défauts de forme et mettre en évidence l'importance de leur prise en compte dans le comportement des liaisons.

Sommaire

3.1	Introduction	50
3.2	Spécification géométrique	51
3.2.1	Description	51
3.2.2	Exigence fonctionnelle	52
3.3	Caractérisation géométrique des défauts	54
3.3.1	Création de la base modale	54
3.3.2	Utilisation de la méthode modale	55
3.3.3	Signature modale et troncature de base	57
3.3.4	Finesse du maillage	58
3.3.5	Génération des défauts de surface	60
3.4	Procédure d'assemblage	63
3.4.1	Assemblage équivalent	64
3.4.2	Assemblage rigide	65
3.4.3	Assemblage avec érosion	67
3.4.4	Synthèse de la méthode	71
3.5	Exemples d'applications	72
3.5.1	Précision d'assemblage et validation expérimentale	73
3.5.2	Conformité d'assemblage	85
3.5.3	Fonction d'étanchéité	90
3.6	Synthèse	106

3.1 Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est de mettre en place la méthodologie et l'ensemble des outils théoriques associés afin de prendre en compte les défauts de forme des surfaces en contact dans les assemblages. Elle prend en considération les étapes du synoptique présenté en figure 3.1. Cela repose sur une méthode de caractérisation des défauts de forme et de position des surfaces à partir de la méthode modale discrète. La simulation d'assemblage s'appuie sur le concept de surface écart et l'identification des facettes de contact potentielles (enveloppe convexe de la surface écart). Cet ensemble de facettes permet de déduire les composantes du torseur écart de l'assemblage considéré. La principale originalité de ces travaux est d'introduire les déformations de surface avec défauts de forme.

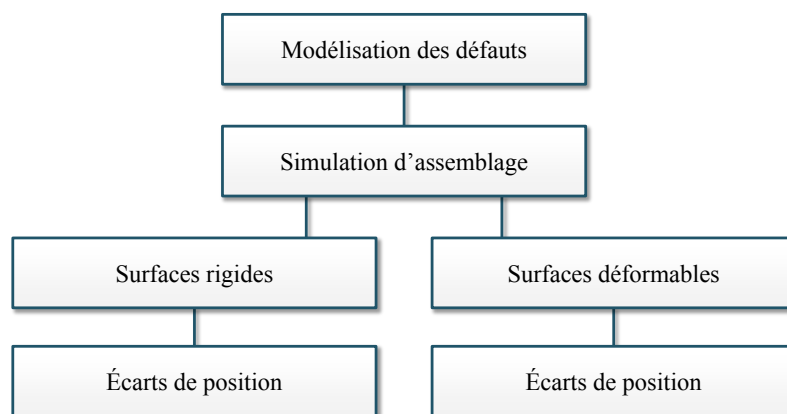


Fig. 3.1 – Synoptique de la simulation d'assemblage

Des approches du même type sont proposées dans la littérature pour simuler les assemblages de pièces avec défauts. Ainsi Hu propose une modélisation pour contrôler si les surfaces d'assemblage sont compatibles pendant le processus de montage d'un support de capot [HU et CAMELIO, 06]. Chang se base sur la matrice de rigidité pour simuler l'assemblage et les processus de mesure afin de quantifier les variations géométriques de celui-ci [CHANG et GOSSARD, 97]. Dans le même esprit on peut citer les travaux de Cid et Söderberg [CID *et al.*, 04, SÖDERBERG *et al.*, 06]. Xie propose un modèle d'assemblage et de soudage de pièces embouties qui considère à la fois les positions des pièces et les efforts de serrage qui déforment les surfaces. Ces interactions sont calculées avec un modèle par éléments finis et un paramétrage particulier des conditions de contact [XIE *et al.*, 07]. Pierre intègre dans le montage de composants d'un turbomoteur les déformations thermo-mécaniques des pièces [PIERRE *et al.*, 09].

Parmi ceux qui considèrent les défauts de forme tout en s'appuyant sur des validations expérimentales, on peut citer les travaux de Moriere qui étudie l'assemblage d'un montage hyperstatique soumis à une procédure d'assemblage et un dispositif de maintien en position [MORIERE, 10]. Ces auteurs maîtrisent les défauts par des relations polynomiales. Les surfaces avec défauts sont usinées et la définition des défauts de montage est réalisée au travers de la mesure de surfaces de références. Il en ressort que les défauts ont une influence sensible sur la position relative des pièces mais les auteurs soulignent les dispersions obtenues sur leurs résultats. À notre avis, ceci est principalement dû au type d'assemblage retenu (hyperstatique) et au protocole d'assemblage manuel. D'autres études ont été proposées par Ballu où l'influence des défauts de forme est étudiée sur une liaison de type appui plan [BALLU *et al.*, 10]. L'objectif principal de cette étude est l'identification de l'ensemble des positions possibles avec cette liaison. Les résultats sont exploités sous forme de domaine jeu. Ainsi les auteurs relient directement les défauts de surface au domaine jeu.

Dans ce chapitre, notre approche est appliquée sur un premier exemple où un dispositif expérimental servira à valider l'ensemble des outils théoriques utilisés. Le support d'étude correspond à une liaison de type appui plan. Nous avons choisi un assemblage de type bride couramment utilisé pour les carters de pompe, les turbomoteurs etc. (figure 3.2). Cet exemple sert à développer des outils de simulations qui vont pouvoir être par la suite adaptés à d'autres types d'assemblages, comme la liaison rotule de la prothèse totale de hanche dans le chapitre 4.

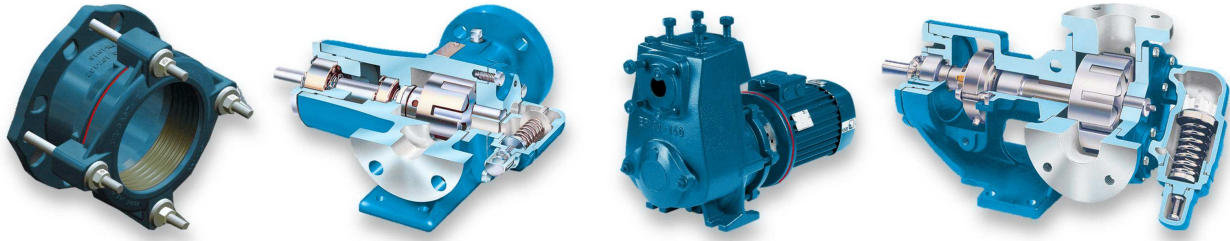


Fig. 3.2 – Exemples industriels d'assemblages de type bride

Ce chapitre débute par une présentation détaillée du contexte de la bride, nous verrons ensuite comment qualifier les défauts des surfaces fonctionnelles par la méthode modale. Le cœur de cette approche consiste ensuite à mettre en place une simulation d'assemblage de pièces avec défauts de forme pour évaluer leur influence. Deux approches sont envisagées : avec et sans prise en compte des déformations locales. L'ensemble des simulations sont programmées avec le logiciel Matlab®, mis à part le calcul des modes propres des surfaces effectué avec Abaqus®.

3.2 Spécification géométrique

3.2.1 Description

L'assemblage qui sert de support pour ce chapitre est représenté sur le schéma de la figure 3.4. Il est composé d'un carter constitué de 3 éléments, numérotés 1, 2 et 3 ; positionnés les uns par rapport aux autres par des appuis plans et centrages courts (liaisons linéaires annulaires). Ce carter supporte un rotor 4 dont la position est définie par les points A et E. L'exigence fonctionnelle de cet assemblage est de positionner précisément le rotor 4 par rapport au carter assemblé. Le caractère hyperstatique de l'assemblage (rotule/rotule) peut être par exemple provoqué par des roulements à rouleaux coniques qui réalisent la fonction pivot de l'assemblage. Ce type de solution technologique induit deux contraintes principales d'assemblages :

- Le rotulage (défaut d'alignement angulaire) au niveau des liaisons doit être faible. Un écart angulaire de $0,06^\circ$ peut en effet diviser par deux la durée de vie du roulement [NTN-SNR, 13].
- Le jeu axial doit être maîtrisé (montage avec jeu ou préchargé).

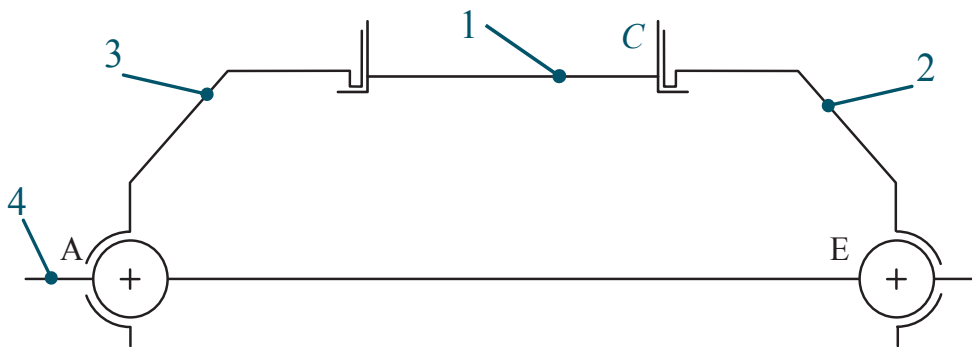


Fig. 3.3 – Représentation schématique du mécanisme

Pour garantir un montage dans des conditions optimales, ces exigences fonctionnelles sont traduites par le concepteur en spécifications géométriques. Pour cette étude nous nous focalisons sur les spécifications de l'appui plan et centrage court de la liaison C . Un exemple de tolérancement des surfaces en contact de cette liaison est visible sur les figures 3.4a-b. La surface de contact $C1$ (surface C du carter 1 détaillée sur la figure 3.4a) est spécifiée par une localisation t_1 par rapport à la référence \boxed{A} et par une planéité t_2 . La spécification géométrique de la surface $C2$ (figure 3.4b) est une spécification de planéité t_5 . Cette surface sert de référence pour localiser le centre de la liaison rotule (en E).

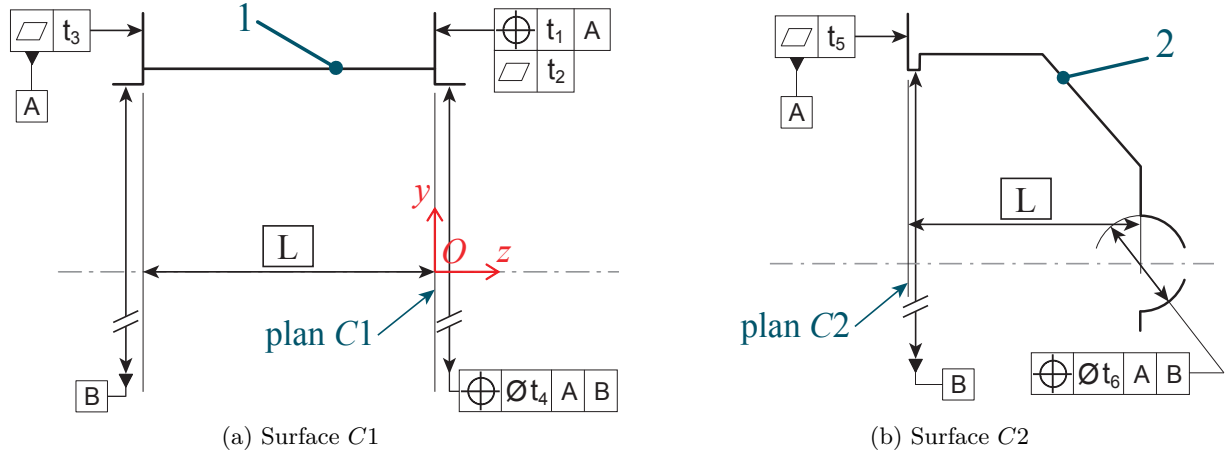


Fig. 3.4 – Détails de la spécification géométrique

Ainsi, les spécifications géométriques de localisation limitent les écarts de positionnement des surfaces par rapport à leurs références respectives. Les spécifications géométriques de planéité limitent quant à elles les défauts de forme des surfaces.

3.2.2 Exigence fonctionnelle

Sur la base des spécifications géométriques précédentes, on propose de représenter l'ensemble des positions extrêmes de la surface $C1$ par un domaine écart. Ce modèle de représentation a été initié par Giordano [GIORDANO *et al.*, 92], il s'agit d'une représentation de la spécification fonctionnelle dans l'espace des petits déplacements. Le domaine écart est la représentation de l'ensemble des déplacements limites qui gardent l'entité tolérancée à l'intérieur de la zone de tolérance. Dans le cas de la localisation d'un plan, l'espace des déplacements spécifiés est constitué de deux rotations et d'une translation. Le domaine écart correspondant est une entité 3D. Ce calcul néglige les défauts de forme des surfaces et repose sur une approche au pire des cas [GIORDANO *et al.*, 99, PETIT, 04]. Pour le calculer, nous prenons un point P_i de la surface plane $C1$. Le respect de la spécification de localisation revient à déterminer l'ensemble des points P_i qui doivent rester entre deux plans parallèles, distants l'un de l'autre de la tolérance t_1 et positionnés symétriquement par rapport à la surface nominale (voir figure 3.5a). Les déplacements autorisés $\vec{\delta p}_i$ des points P_i sur l'axe \vec{z} sont définis par l'équation 3.1.

$$-\frac{t_1}{2} \leq \vec{\delta p}_i \cdot \vec{z} \leq \frac{t_1}{2} \quad (3.1)$$

Or les coordonnées cartésiennes des points P_i peuvent être définies par la relation 3.2 en fonction du rayon r de la pièce 1, tel que $r \in [r_i(\text{rayon interne}), r_e(\text{rayon externe})]$ et $\theta \in [0, 2\pi]$.

$$P_i = (r \cdot \cos(\theta), r \cdot \sin(\theta), \Delta) \quad (3.2)$$

Ainsi, tous les déplacements des points P_i , exprimés au point O , sont caractérisés par l'équation 3.3 ; avec $\vec{\Omega}$ correspondant aux rotations r_x et r_y de la surface plane $C1$ autour des axes \vec{x} et \vec{y} ; $\vec{\delta}_O$ est composé des termes de translation (t_x, t_y, t_z) de $C1$.

$$\vec{\delta p_i} = \vec{\delta}_O + \overrightarrow{P_i O} \cdot \vec{\Omega} \quad (3.3)$$

On peut ainsi exprimer les déplacements $\vec{\delta p_i}$ suivant l'axe \vec{z} par l'équation 3.4

$$\vec{\delta p_i} \cdot \vec{z} = t_z + \cos(\theta) \cdot r \cdot r_y - \sin(\theta) \cdot r \cdot r_x \quad (3.4)$$

Conformément à la spécification géométrique exprimée par la relation 3.1, les déplacements autorisés $\vec{\delta p_i} \cdot \vec{z}$ sont finalement délimités par l'équation 3.5.

$$-\frac{t_1}{2} \leq t_z + \cos(\theta) \cdot r \cdot r_y - \sin(\theta) \cdot r \cdot r_x \leq \frac{t_1}{2} \quad (3.5)$$

Le système d'inéquations 3.5 limite ainsi les écarts (r_x , r_y et t_z) de la surface $C1$ en fonction de la spécification de localisation. Il représente dans l'espace des déplacements l'intersection de deux domaines coniques de révolution (figure 3.5b). Les limites de ce domaine déterminent les valeurs géométriques extrêmes des paramètres r_x , r_y et t_z certifiant une position de la surface $C1$ conforme à la tolérance de localisation du concepteur.

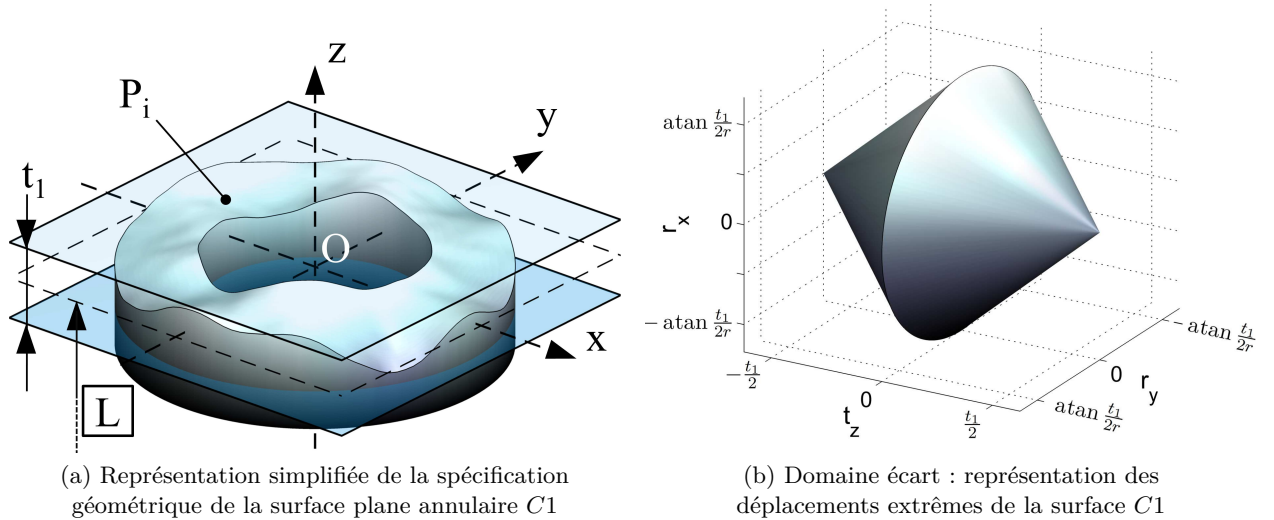


Fig. 3.5 – Exigence fonctionnelle

D'après le système d'inéquations 3.5, on peut voir que les paramètres r_x , r_y et t_z sont liés. La valeur extrême d'un paramètre ne peut être obtenue qu'à condition que les deux autres soient nulles. Le tableau 3.1 donne les valeurs extrêmes pour chacun des paramètres.

Paramètres géométriques	r_x	r_y	t_z
Valeur minimale autorisée	$-\arctan \frac{t_1}{2r}$	$-\arctan \frac{t_1}{2r}$	$-\frac{t_1}{2}$
Valeur maximale autorisée	$\arctan \frac{t_1}{2r}$	$\arctan \frac{t_1}{2r}$	$\frac{t_1}{2}$

Tab. 3.1 – Valeurs extrêmes autorisées des différents paramètres géométriques r_x , r_y et t_z

3.3 Caractérisation géométrique des défauts

Sur la base des descriptions géométriques de la bride proposées, on souhaite mettre en place une simulation d'assemblage de pièces avec défauts pour évaluer l'influence des défauts de forme.

Pour caractériser les défauts de surfaces, nous avons choisi d'utiliser la méthode modale parmi l'ensemble des méthodes présentées au paragraphe §2.3 page 39.

Il s'agit d'un outil mathématique basé sur la théorie de vibration des structures mécaniques discrétisées. Cette méthode permet de décomposer une géométrie dans une base de descripteurs définis a priori. Ici, la base est construite à partir des modes propres de vibration de la géométrie nominale de l'élément discrétisé, c'est pourquoi elle est appelée "base modale". Chaque mode propre de vibration définit une géométrie particulière. L'ensemble des modes constitue la base modale et ils sont utilisés comme paramètres définissant les défauts de surface [SAMPER, 10].

Le principal avantage de cette méthode dans notre application réside dans la capacité à maîtriser les défauts de forme simulés. On peut ainsi tester l'influence des défauts de forme élémentaires sur une fonction spécifique de l'assemblage, tout en faisant varier leur amplitude et leurs combinaisons.

3.3.1 Création de la base modale

3.3.1.1 Présentation

La méthode modale nécessite au préalable de calculer les modes propres naturels de la géométrie étudiée, ce calcul est basé sur les théories de dynamique des structures. Il peut se faire sur des systèmes continus mais la résolution devient alors rapidement complexe et dépend des conditions limites et de la géométrie étudiée. Dans le cadre de caractérisation de défauts, de nombreux solveurs de système dynamique permettent une approche discrète et rapide et applicable à tout type de géométrie.

Pour déterminer les modes propres Q_i de la base modale, il est nécessaire de discrétiser la géométrie nominale, puis d'y associer une matrice de raideur K et une matrice de masse M . En considérant des conditions aux limites de type libre-libre, les descripteurs Q_i sont obtenus par la résolution de l'équation matricielle d'équilibre dynamique des systèmes conservatifs définie par l'équation 3.6.

$$M \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + K \cdot q = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} M & : \text{Matrice de masse généralisée} \\ K & : \text{Matrice de raideur} \\ q & : \text{Vecteur des déplacements nodaux} \end{cases} \quad (3.6)$$

Chaque mode propre d'une structure correspond à un mouvement périodique, pour lequel la structure bouge en phase sur une fréquence fixe. En considérant que ces déplacements sont de faibles amplitudes, la résolution de l'équation 3.6 fournit un système linéaire dont les solutions sont de la forme $q_i = Q_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t)$, avec Q_i le vecteur d'amplitudes du mode propre i et ω_i la pulsation associée (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$). Les déformées modales sont ensuite calculées par l'équation 3.7.

$$(K - \omega_i^2 \cdot M) \cdot Q_i = 0 \quad (3.7)$$

Trois degrés de liberté sont attribués aux éléments du maillage : deux rotations (r_x et r_y) et une translation (t_z). La résolution de l'équation 3.7 conduit à calculer la base modale Q qui présente les caractéristiques suivantes :

- les trois premiers modes Q_1 à Q_3 , correspondent à des modes de corps rigides (déplacements rigides de la surface) ;
- les autres modes Q_i ($i = 4, n$), correspondent aux modes de vibration naturelle de la surface.

Le nombre n de modes calculés pour constituer la base modale dépend du niveau de précision souhaité dans la caractérisation des défauts. Plus ce nombre est élevé, plus on caractérise précisément les variations géométriques sur une large gamme de longueur d'ondes.

Chaque vecteur propre est ensuite normalisé selon la norme infinie tel que $\|Q_i\|_\infty = 1$. Cela permet d'obtenir des contributions modales métriques, homogènes avec l'unité de mesure [ADRAGNA, 07].

3.3.1.2 Application sur la bride

Dans le cas de la bride, les deux surfaces en contact sont deux surfaces annulaires avec un rayon r variant de 90 à 120 mm. On propose de caractériser leurs défauts à partir de la même base modale.

La première étape consiste à discrétiser la surface annulaire par 9660 éléments coques (9800 nœuds) constitués de quatre nœuds positionnés par l'intersection de 70 cercles concentriques et de 140 secteurs angulaires.

Ce maillage est visible figure 3.6. Il a été défini de manière fine pour respecter le critère d'échantillonnage de Nyquist-Shannon. Il sera vérifié dans le paragraphe §3.3.4 d'après la description des défauts par la méthode modale. La figure 3.7 illustre les vingt premiers modes propres obtenus avec ce modèle.

En triant les pulsations propres ω_i par ordre croissant, on obtient un ordre croissant de complexité des modes propres de la base qui peuvent être associés à un ordre d'ondulation.

3.3.2 Utilisation de la méthode modale

La méthode modale permet de décrire un vecteur mesure ^{mes}V , issu de la mesure d'un élément géométrique, par une combinaison linéaire des coefficients de pondération λ_i et des modes de vibration Q_i de l'élément géométrique de référence (équation 3.8).

$$^{mes}V = \sum_{i=1}^n \lambda_i Q_i + \epsilon(n) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} n : & \text{Nombre de modes utilisés pour la décomposition} \\ \epsilon : & \text{Résidu de la décomposition} \end{cases} \quad (3.8)$$

Une fois la base modale calculée, deux approches complémentaires sont possibles :

- La *Décomposition Modale Discrète* est une méthode qui permet de caractériser les défauts d'une surface mesurée, en calculant le vecteur λ des coefficients d'influence de chaque mode propre dans la surface mesurée.
- La méthode de *Composition Modale Discrète* est l'approche réciproque qui consiste, à partir d'un vecteur λ , à recomposer les modes pondérés par leurs coefficients d'influence pour générer des défauts de surface.

3.3.2.1 La Décomposition Modale Discrète (DMD)

Pour quantifier la contribution λ_i de chaque mode Q_i dans l'élément mesuré ^{mes}V , on effectue une opération de projection vectorielle écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\lambda = (Q^T \cdot Q)^{-1} \cdot Q^T \cdot ^{mes}V \quad (3.9)$$

Le vecteur résidu $\epsilon(n)$, constitué des défauts non filtrés (rugosité et micro-rugosité), est calculé par :

$$\epsilon(n) = ^{mes}V - \sum_{i=1}^n \lambda_i Q_i \quad (3.10)$$

Le résultat de la DMD peut être représenté sous forme d'histogramme des contributions λ_i de chaque mode dans la DMD (figure 3.8).

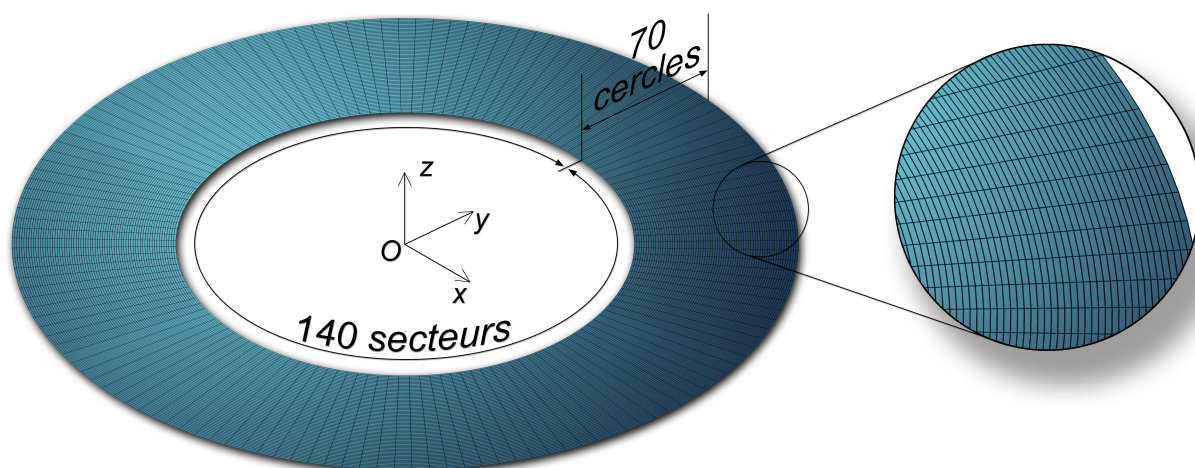


Fig. 3.6 – Maillage de la surface annulaire

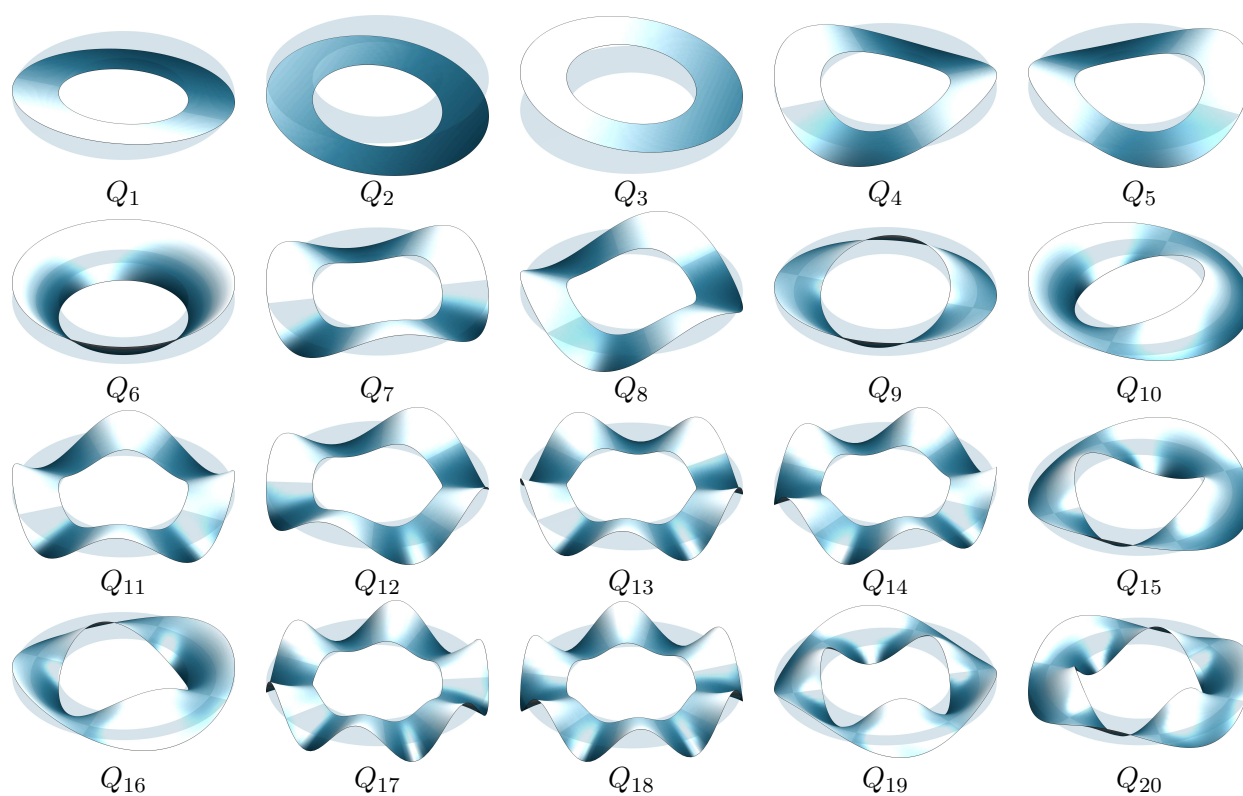


Fig. 3.7 – 20 premiers modes propres d'une surface annulaire

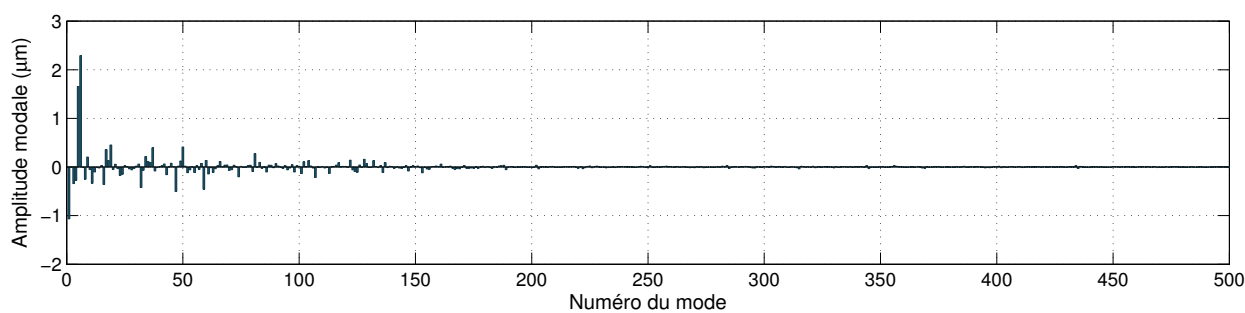


Fig. 3.8 – Spectre modale : représentation spectrale de la projection vectorielle

3.3.2.2 La Composition Modale Discrète (CMD)

La CMD est la méthode réciproque à la DMD, elle consiste à recomposer des défauts de surface à partir de coefficients modaux λ . Cette opération est réalisée par l'équation 3.11.

$$V = \sum_{i=1}^n \lambda_i Q_i \quad (3.11)$$

La figure 3.9 illustre le principe de composition des défauts.

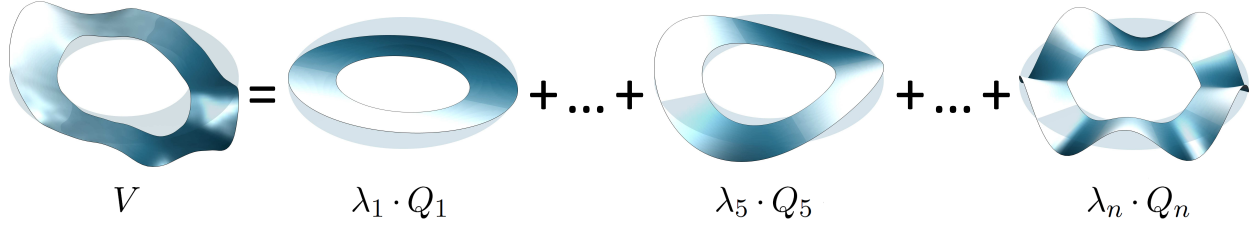


Fig. 3.9 – Composition modale défauts de surface

3.3.3 Signature modale et troncature de base

Sur la figure 3.8, on peut voir le spectre modal issu de la DMD. Si l'on superpose les spectres modaux d'un lot de surfaces fabriquées dans les mêmes conditions (échantillon pilote), il est possible de caractériser des tendances en calculant le spectre modal moyen du lot et sa matrice de covariance, on parle alors de la signature modale du lot de surfaces mesurées. [SAMPER *et al.*, 09]. Cette analyse statistique permet ensuite d'effectuer des tirages aléatoires de coefficients modaux qui suivent la loi de répartition du lot de l'échantillon pilote. On peut ainsi simuler des lots de surfaces avec défauts qui présentent les mêmes propriétés topologiques que l'échantillon pilote [ADRAGNA, 07, FAVRELIÈRE, 09].

Dans le cas de mesures de surfaces usinées, on constate que les contributions modales décroissent rapidement [PERPOLI, 04, ADRAGNA, 07, SAMPER *et al.*, 09, GOÏC, 12]. La loi statistique associée à ce type de distribution est une loi décroissante de type $\frac{1}{x}$. Comme les modes propres calculés sont naturellement ordonnés par complexité croissante (et donc que les longueurs d'ondes prépondérantes sont de plus en plus courtes), ce phénomène signifie que l'amplitude des défauts est relativement proportionnelle à leur longueur d'onde. Ainsi, les modes Q_i sont non seulement triés par complexité croissante, mais la forme de l'enveloppe de la signature modale montre qu'ils sont également classés par amplitude. Le résidu de la DMD diminue donc très rapidement avec l'augmentation du nombre n de modes utilisés pour la DMD en suivant la même tendance que la signature modale [ADRAGNA, 07, GOÏC, 12]. On peut ainsi conclure que la méthode est pertinente pour décrire avec précision les défauts de forme et ondulation d'une surface avec très peu de modes.

Grâce à ces propriétés, l'utilisateur de la méthode modale peut évaluer le nombre de modes n nécessaire à l'utilisation en fonction de la précision souhaitée dans la description des défauts de surface. Dans la littérature, plusieurs auteurs ont montré qu'une gamme de 100 modes est suffisante pour englober les défauts de position, orientation, forme, ondulation et une partie de la rugosité [GOÏC, 12, FAVRELIÈRE, 09, ADRAGNA, 07].

3.3.4 Finesse du maillage

Le nombre de modes utilisé pour la méthode modale définit la complexité des défauts géométriques en terme de longueur d'onde. Plus ces modes sont complexes, plus le nombre d'ondulations sera élevé et les longueurs d'ondes seront courtes (hautes fréquences). Pour définir correctement une géométrie, la finesse du maillage doit respecter le critère de Nyquist-Shannon. Celui-ci implique que, pour convertir efficacement un signal de forme analogique en une forme numérique, la fréquence d'échantillonnage de ce signal analogique doit être égale ou supérieure au double de la fréquence maximale contenue dans ce signal. Pour notre étude, la "fréquence d'échantillonnage" correspond au pas de notre maillage et la "fréquence du signal" aux fréquences des ondulations des modes propres de la décomposition modale. En respectant ce critère, on garantit un maillage suffisamment fin pour minimiser les pertes d'informations du signal et on évite le phénomène de repliement où l'on prend une ondulation pour une autre (figure 3.10).

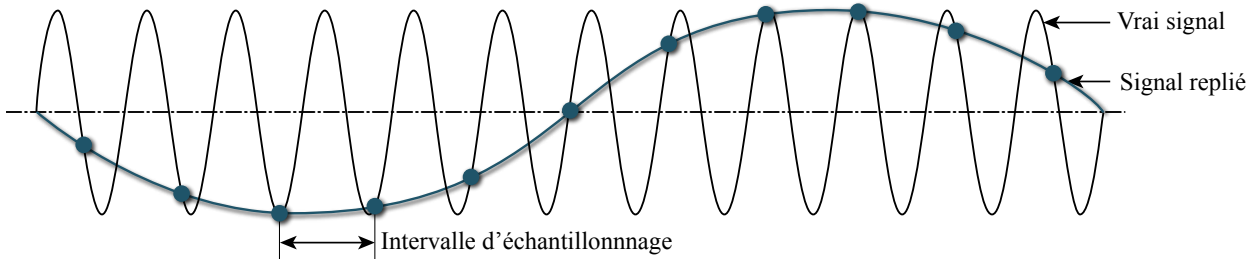


Fig. 3.10 – Phénomène de repliement

Il est difficile de définir le critère de Nyquist-Shannon avec l'utilisation de la méthode modale. En effet, il n'y a pas de rapport direct entre le numéro ou la fréquence d'un mode et les fréquences des ondulations qui le composent. Favrelière estime de façon empirique que pour n nœuds de maillage, on peut utiliser $\frac{n}{5}$ modes propres pour respecter le critère de Nyquist-Shannon [FAVRELIÈRE, 09]. Dans notre cas, avec 9800 nœuds de maillage, il ne faudrait donc pas dépasser les 1960 modes.

On propose de vérifier le critère de Nyquist-Shannon par une méthode réciproque qui consiste à générer d'abord une surface avec la méthode modale en utilisant tous les modes avec loi de répartition constante pour les coefficients modaux (par exemple $\lambda_{\{1,2,\dots,n\}} = 1$) puis ensuite d'utiliser les transformées de Fourier pour analyser les fréquences.

La technique alors appliquée est issue du milieu de l'imagerie où l'on souhaite également éviter le phénomène de repliement (appelé alors *aliasing* ou *effet de moiré*). Elle consiste à comparer les fréquences issues de transformée de Fourier discrète (FFT) sur les deux axes de l'image (lignes et colonnes) pour évaluer la résolution de l'image. Or la FFT d'un signal suppose que celui-ci est périodique, c'est à dire que l'image analysée se répète à l'infinie. Pour un cas réel, la discontinuité des bords de l'image vient perturber la FFT en faisant apparaître de nombreuses fréquences parasites, cet effet de bord est appelé *phénomène de Gibbs*. Pour éviter ce phénomène, on utilise alors un artefact pour "périodiser" l'image. Il consiste à ajouter une symétrie de l'image dans chacune des deux directions du plan avant d'opérer la FFT.

Dans le cas de l'analyse de la surface annulaire, on peut voir sur la figure 3.11 une surface composée avec $n = 400$ modes propres où tous les coefficients modaux sont identiques (tous les défauts modaux ont alors la même amplitude). Pour utiliser la procédure liée à l'imagerie, on représente la surface sous forme rectangulaire grâce aux coordonnées polaires (r, θ) . Le résultat est visible figure 3.12 où l'on peut voir que la surface est continue si l'on considère les extrémités angulaires (continuité naturelle puisque cette représentation consiste à "couper" la surface annulaire) alors que les extrémités radiales ne le sont pas (pas de propriété de continuité avec la méthode modale). L'artefact numérique est alors utilisé en doublant la superficie par une symétrie de la surface par rapport à l'axe du maillage radial. Pour éviter la redondance de mesure, la première et la dernière ligne de la surface symétrisée sont supprimées (figure 3.13).

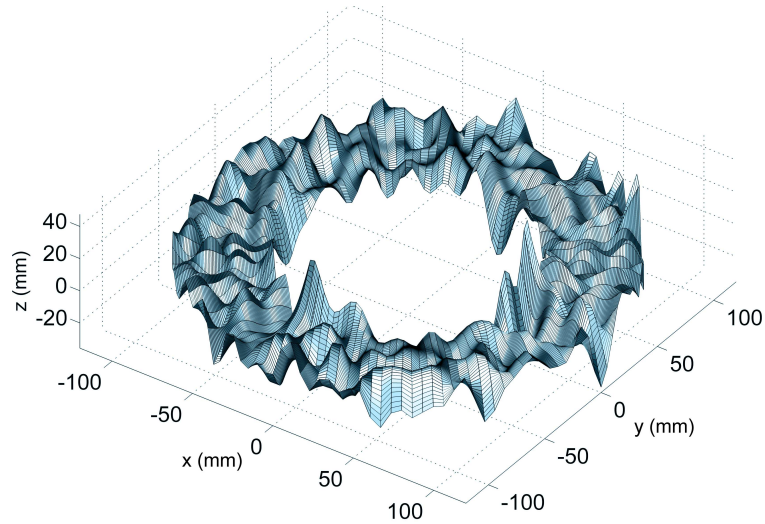


Fig. 3.11 – Surface issue de la composition modale avec $n=400$ modes et $\lambda_{1:n} = 1$

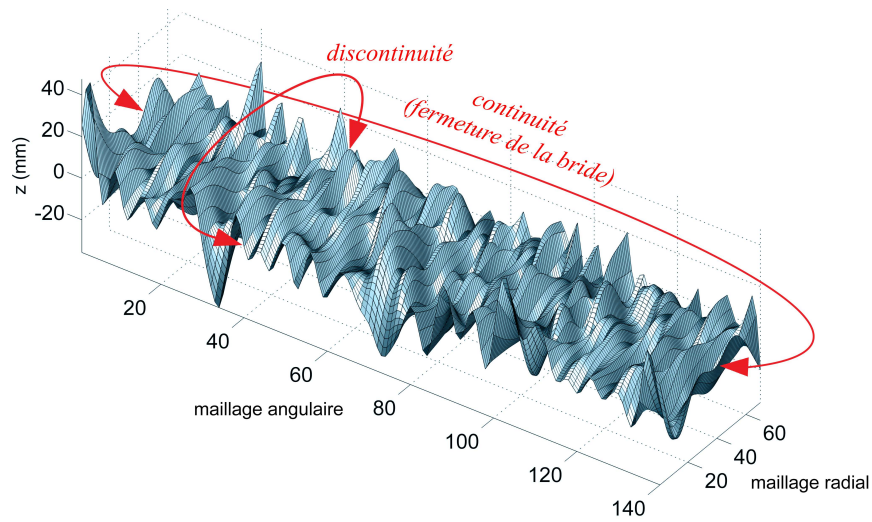


Fig. 3.12 – Surface développée sous forme rectangulaire

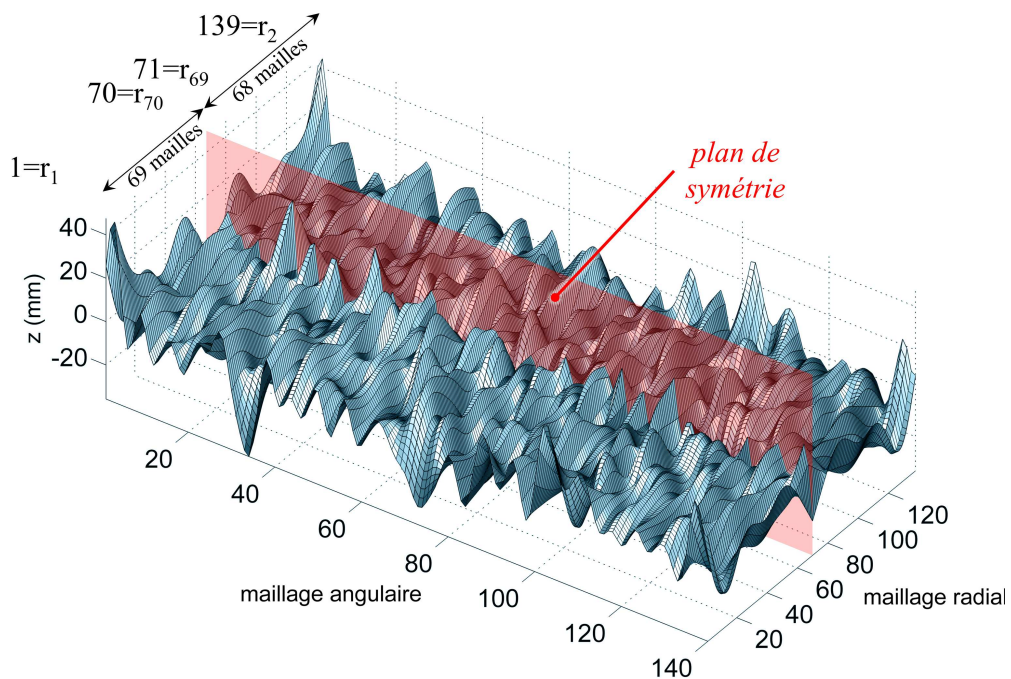


Fig. 3.13 – Symétrie de la surface pour assurer la continuité des bords

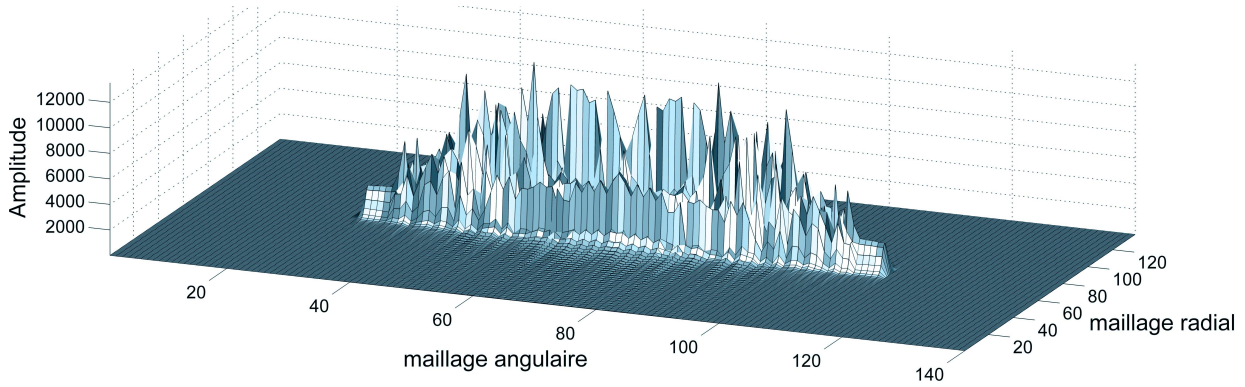


Fig. 3.14 – Fréquences issues de la transformée de Fourier discrète sur l'image "symétrisée"

On effectue enfin une FFT sur la surface obtenue suivant les deux axes (angulaire, radial). Les fréquences résultantes sont présentées sur la figure 3.14, la condition de Nyquist-Shannon est donc vérifiée puisque les valeurs en bordures de maillage sont nulles.

3.3.5 Génération des défauts de surface

On propose d'utiliser la méthode modale pour générer des surfaces avec défauts. Pour cela, nous avons choisi d'établir une base modale avec $n = 400$ modes pour couvrir un large panel de longueurs d'ondes. Pour composer le défaut de forme, le vecteur des contributions modales λ est généré de façon aléatoire en suivant une loi décroissante de type $\frac{1}{x}$. Cette loi de répartition privilégie les amplitudes des défauts de grandes longueurs d'ondes (paragraphe §3.3.3). Cette loi pourrait être affinée en fonction du procédé de fabrication à partir de la mesure d'un échantillon pilote de pièces [FAVRELIÈRE, 09]. Dans notre cas, cette distribution a été confirmée pour quatre surfaces annulaires que nous avons mesurées (et qui seront présentées au paragraphe §3.5.1.3).

On peut noter dans la figure 3.7 que les modes propres calculés vont par paires, c'est à dire qu'un même mode se succède deux fois dans la base modale, mais selon une orientation différente. Seuls les modes propres axisymétriques sont uniques. Nous avons tenu compte de cette caractéristique dans la loi de répartition en gardant un même coefficient d'influence pour les modes d'une même paire.

Enfin, on remarque que les 3 premiers modes correspondent à une combinaison des déplacements r_x , r_y et t_z . Afin d'avoir une approche classique pour définir ces déplacements rigides, nous avons choisi de ne pas tenir compte de ces trois premiers modes de la base et de piloter ces déplacements directement. Pour cela on utilisera les torseurs de petits déplacements.

L'algorithme de génération d'une surface avec défaut est décrite dans la figure 3.15. La procédure revient à générer des défauts de position puis des défauts de forme qui respectent les spécifications géométriques. Les paragraphes qui suivent détaillent chacune des étapes.

3.3.5.1 Défaut de position

Le paragraphe §3.2.2 a permis d'établir les variations extrêmes possibles des paramètres r_x , r_y et t_z de la surface $C1$ pour rester conforme à la spécification de localisation t_1 . Pour définir un défaut de position, nous calculons trois paramètres aléatoires par l'intermédiaire de fonctions de densité de probabilité uniforme continue $U[a; b]$ (également appelée fonctions rectangulaires). Une telle distribution possède une fonction de probabilité constante entre ses deux niveaux a (minimum) et b (maximum). On suppose que les paramètres sont indépendants et connaissant les positions extrêmes pour chacun d'eux (tableau 3.1), trois distributions uniformes sont définies. Le tableau 3.2 récapitule pour chaque paramètre la distribution associée.

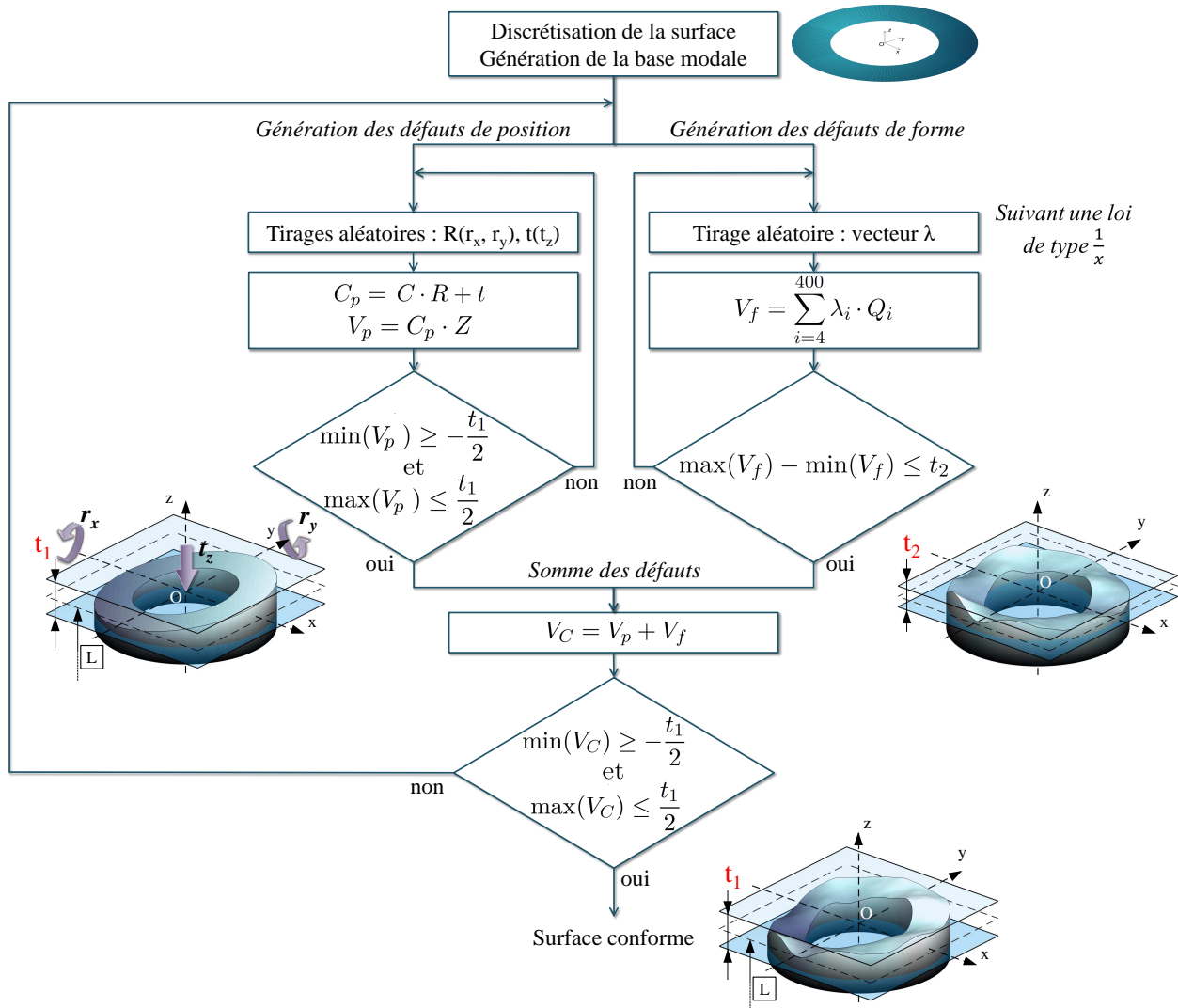


Fig. 3.15 – Algorithme de génération des défauts

Paramètres géométriques	r_x	r_y	t_z
Distribution associée	$U[-\arctan \frac{t_1}{2r}; \arctan \frac{t_1}{2r}]$	$U[-\arctan \frac{t_1}{2r}; \arctan \frac{t_1}{2r}]$	$U[-\frac{t_1}{2}; \frac{t_1}{2}]$

Tab. 3.2 – Définition des paramètres relatifs à la répartition uniforme de r_x , r_y et t_z

De ces trois distributions, un triplet aléatoire (r_{xr} , r_{yr} et t_{zr}) est tiré. Un test est effectué pour vérifier que le triplet reste à l'intérieur du domaine écart (c'est à dire qu'il respecte la spécification de localisation, équation 3.5). Si ce triplet est valide, alors on conserve les valeurs pour définir la matrice de transformation rigide, T , qui caractérise le défaut de position (translation et orientation). Cette matrice est utilisée pour calculer un défaut de position C_p par rapport à la surface nominale plane C (sans défaut). La procédure est détaillée par l'équation 3.12.

$$\begin{aligned}
C_p &= T(C) = C \cdot R + t \\
\text{avec } R &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos r_{xr} & -\sin r_{xr} \\ 0 & \sin r_{xr} & \cos r_{xr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos r_{yr} & 0 & \sin r_{yr} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin r_{yr} & 0 & \cos r_{yr} \end{bmatrix} \\
\text{et } t &= [0; 0; t_{zr}]
\end{aligned} \tag{3.12}$$

On considère les paramètres de rotation r_{xr} et r_{yr} petits devant le diamètre de la surface nominale. Ainsi, on peut négliger les déplacements des points de la surface C_p sur les axes \vec{x} et \vec{y} et considérer le défaut de position uniquement par la matrice V_p définie par l'équation 3.13.

$$V_p = C_p \cdot Z \quad \text{avec } Z \text{ la matrice } [0; 0; 1]^t \tag{3.13}$$

3.3.5.2 Défaut de forme

Le défaut de forme V_f est la matrice exprimant les écarts des points de la géométrie nominale C suivant l'axe \vec{z} . Elle est calculée par l'utilisation de la DMD à l'aide de la base modale calculée précédemment. Pour ne pas inclure de défaut de position, les modes rigides sont exclus de la composition (équation 3.14). Le vecteur λ correspond à la fonction décroissante de type $\frac{1}{x}$ décrite page 57, où chaque coefficient est multiplié par une valeur aléatoire de type $U[-1; 1]$.

$$V_f = \sum_{i=4}^{400} \lambda_i \cdot Q_i \tag{3.14}$$

La conformité du défaut de forme ainsi généré doit vérifier la spécification de planéité (figure 3.4a) par l'équation 3.15.

$$\max(V_f) - \min(V_f) \leq t_2 \tag{3.15}$$

3.3.5.3 Composition des défauts

La composition des défauts de surface V_C est finalement construite en additionnant les défauts de position V_p avec les défauts de forme V_f (équation 3.16).

$$V_C = V_p + V_f \quad (3.16)$$

Enfin, il reste à vérifier que la spécification géométrique de localisation est toujours conforme après la composition des défauts. On vérifie cette conformité par les deux inéquations écrites en 3.17.

$$\min(V_C) \geq -\frac{t_1}{2} \quad \text{et} \quad \max(V_C) \leq \frac{t_1}{2} \quad (3.17)$$

Si cette condition n'est pas respectée, l'algorithme recommence le calcul de V_p et V_f (figure 3.15).

3.4 Procédure d'assemblage

Sur la base des descriptions géométriques de la bride et de la méthode de génération des défauts de surface, nous proposons une simulation numérique d'assemblage de la liaison C (figure 3.3 page 51) composée de deux surfaces $C1$ et $C2$ avec défauts. En effet, les phénomènes physiques qui régissent un assemblage réel sont multiples et dépendent des conditions de chargement et de contact. Du point de vue numérique cela nécessite de mettre en place une technique particulière et performante quels que soient les types de défauts. Cette simulation a pour but d'évaluer l'influence des défauts sur le comportement de l'assemblage.

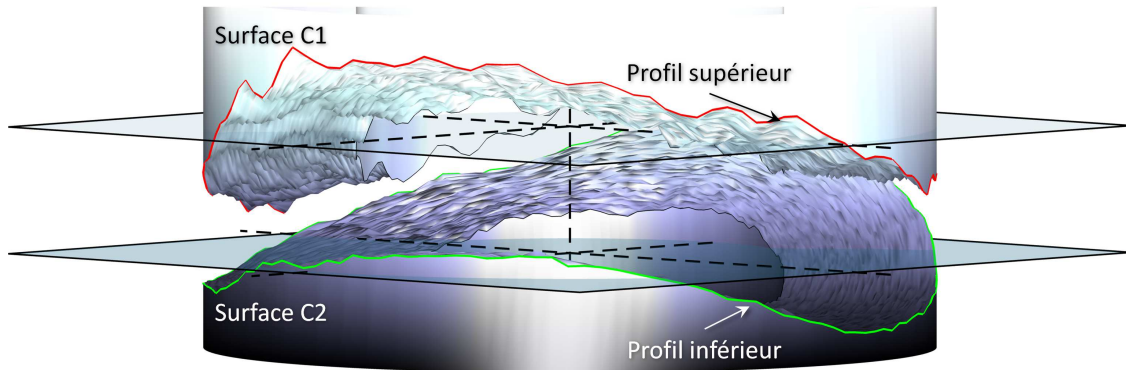


Fig. 3.16 – Surfaces à assembler

Pour cela, un couple de surfaces avec défauts de forme et de position est généré. Les défauts engendrés par ces compositions sont visibles sur la figure 3.16 où les surfaces sont positionnées en vis-à-vis avant la procédure d'assemblage. On notera que sur les figures du montage qui vont suivre, un facteur d'échelle est appliqué sur l'axe vertical afin d'améliorer la visibilité de la procédure d'assemblage. De la même manière, une distance sépare les deux composants pour illustrer la procédure d'assemblage, mais l'ensemble des calculs est effectué dans les repères respectifs de chacune des pièces.

3.4.1 Assemblage équivalent

La procédure d'assemblage consiste à mettre en position la surface supérieure $C1$ sur la surface inférieure $C2$. Pour calculer les paramètres de mise en position, nous utilisons le concept de "surface écart" (appelé également "surface somme") qui permet de simplifier l'assemblage. Ce concept consiste à transférer l'ensemble des défauts des pièces en vis-à-vis sur une seule des deux surfaces, l'autre devenant alors parfaitement plane [GREENWOOD et TRIPP, 70, SAMPER *et al.*, 09]. La caractérisation de la surface écart $C_{\text{écart}}$ est décrite dans l'équation 3.18. Le principe est de soustraire les défauts des pièces $C1$ (V_{C1}) et $C2$ (V_{C2}) exprimés par rapport à leur repère nominal respectif. Ce repère nominal dépend des spécifications géométriques et conditionne les défauts de position de la surface. Ensuite, en terme d'assemblage, le concept de surface écart permet d'obtenir un système équivalent à celui composé des surfaces $C1$ et $C2$.

$$C_{\text{écart}} = C2 \text{ puis } C_{\text{écart}} \cdot Z = V_{C2} - V_{C1} \text{ avec } Z \text{ la matrice } [0; 0; 1]^t \quad (3.18)$$

Le résultat de cette opération est visible sur la figure 3.17 où l'on peut voir la surface supérieure dépourvue de défaut tandis que les défauts sont recomposés sur la surface inférieure. La figure 3.18 présente les résultats du calcul de la surface écart pour les profils extérieurs des surfaces visibles en rouge (profil supérieur) et vert (profil inférieur) sur la figure 3.16 et en bleu (profil écart) sur la figure 3.17.

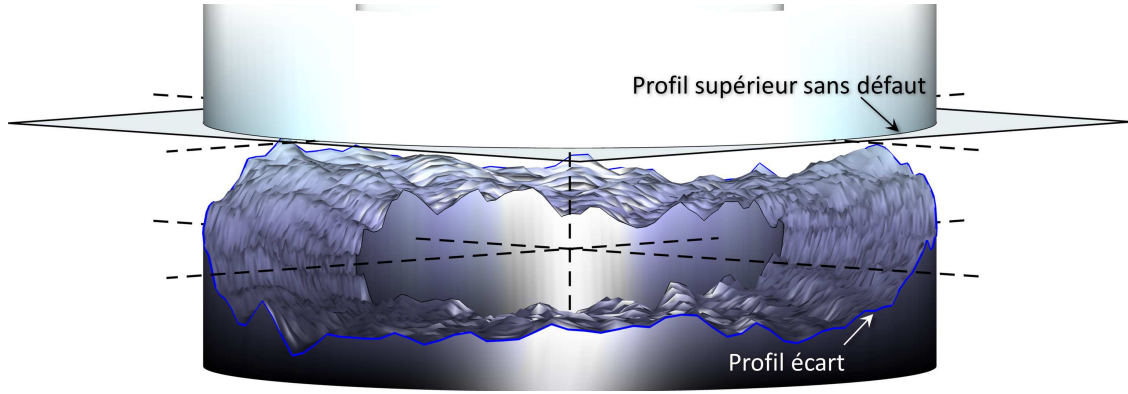


Fig. 3.17 – Assemblage équivalent avec le concept de surface écart

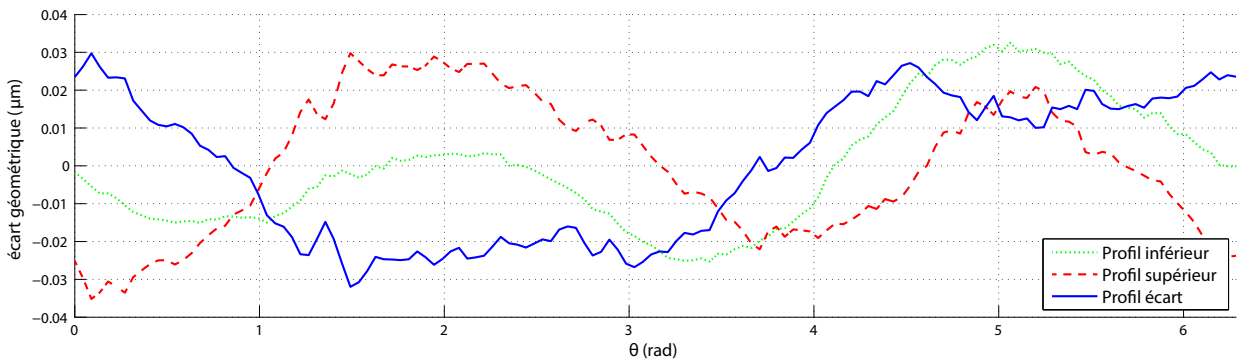


Fig. 3.18 – Détails des profils extérieurs pour le calcul de la surface somme

3.4.2 Assemblage rigide

Dans un cas réel, l'effort de serrage est le plus souvent réalisé par l'intermédiaire de systèmes vis et écrous (figure 3.2). Pour la simulation, cet effort de serrage est modélisé par une force verticale \vec{F}_{ext} colinéaire à l'axe \vec{z} .

On considère dans un premier temps les surfaces infiniment rigides, ce qui impose un contact en 3 points pour une mise en position isostatique des deux surfaces. Pour l'assemblage équivalent calculé dans la section précédente (représenté figure 3.17), il existe plusieurs positions possibles de contact entre la surface $C1$ et la surface $C2$. Il est possible d'identifier l'ensemble de ces positions en faisant "rouler" la surface $C1$ sur la surface $C2$ (cumulant l'ensemble des défauts). Cette opération est obtenue directement en recherchant l'enveloppe convexe de la surface écart [ADRAGNA, 07]. Cette enveloppe permet d'identifier l'ensemble de toutes les facettes potentielles de contact.

La recherche de la facette de contact de la surface écart sur laquelle le plan supérieur sans défaut va venir s'appuyer est réalisée à partir d'un critère d'équilibre statique entre les zones de contact (3 points) et le chargement \vec{F}_{ext} . La seule position d'équilibre est donnée par la facette qui est intersectée par l'effort \vec{F}_{ext} (concept du *polygone de sustentation*). Ce test est effectué en calculant les coordonnées du point M d'intersection de la droite colinéaire à \vec{F}_{ext} avec le plan coplanaire à la facette testée. M est à l'intérieur du triangle ABC si les 3 conditions de l'équation 3.19 sont respectées.

$$\begin{aligned} (\vec{AB} \cdot \vec{AM}) \cdot (\vec{AM} \cdot \vec{AC}) &\geq 0 \\ (\vec{BA} \cdot \vec{BM}) \cdot (\vec{BM} \cdot \vec{BC}) &\geq 0 \\ (\vec{CA} \cdot \vec{CM}) \cdot (\vec{CM} \cdot \vec{CB}) &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

On vérifie cette condition 3.19 pour chacune des facettes de l'enveloppe convexe. La facette d'intersection alors identifiée représente la facette de contact du mécanisme assemblé, elle est visible sur la figure 3.19.

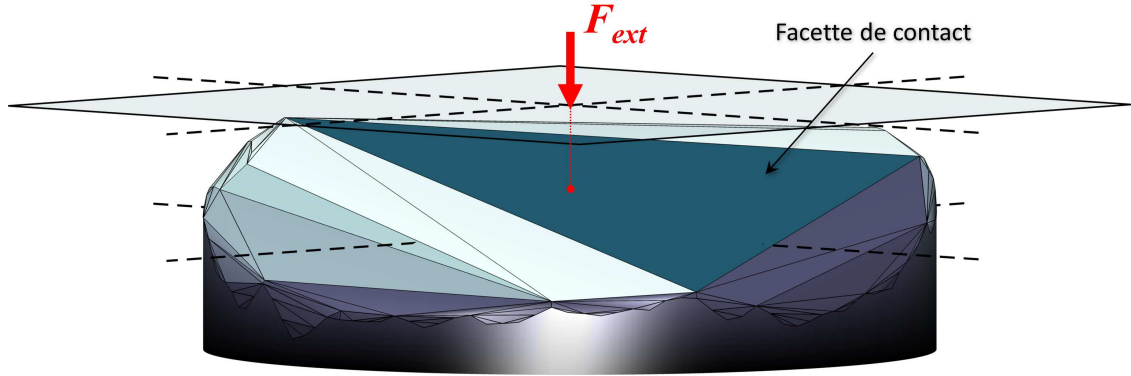


Fig. 3.19 – Détermination de la facette de contact de l'enveloppe convexe

On note que dans la figure d'exemple 3.19, la facette de contact est de grande étendue et que les facettes voisines sont de petites dimensions et d'orientation quasi similaires. Cette configuration est due aux défauts des surfaces initiales $C1$ et $C2$ qui se compensent et qui sont presque complémentaires. Elle traduit une mise en position très stable et quasi unique de la pièce $C1$ par rapport à $C2$. Il peut se produire des configurations opposées avec des défauts de pièces qui se trouvent en opposition ce qui génère par conséquent une multitude de facettes de contact de petites dimensions, configuration que l'on peut qualifier de peu stable.

Ainsi, nous proposons de mettre en place un critère d'identification de la facette de contact qui considère deux approches :

1. Une condition d'équilibre statique de la pièce connaissant la facette d'appui intersectée par la direction de l'effort appliqué sur la pièce $P1$.
2. Une condition de stabilité au regard des caractéristiques géométriques de la facette. Cela revient alors à identifier celle qui maximise l'aire du triangle de contact (critère de stabilité en fonction de la dimension de la facette).

Si l'on cumule l'ensemble de ces deux approches, cela revient à rechercher la plus grande facette parmi la facette intersectée par la direction de l'effort et ses surfaces voisines.

Pour calculer les déplacements à effectuer du plan supérieur (représentant la pièce supérieure) afin de le mettre en appui sur les 3 points de contact, nous utilisons un modèle cinématique basé sur la définition des paramètres de déplacements. Bourdet et Clément [CLEMENT et BOURDET, 88] ont défini une approche par des torseurs de petits déplacements (Small Displacement Torsor SDT) qui fournit un modèle unifié basé sur les positions et les orientations des facettes (des surfaces associées). Le SDT permet de calculer des écarts sans tenir compte du repère d'observation. Ainsi, en fonction de l'orientation de la facette de contact, et de la normale associée, les composantes du torseurs de petits déplacements caractérisant la position d'équilibre en sont déduites.

Cette étape nous permet de déterminer le torseur de petits déplacements qualifiant une translation le long de l'axe \vec{z} (t_z) et deux rotations autour des axes \vec{x} et \vec{y} (r_x , r_y) (figure 3.20).

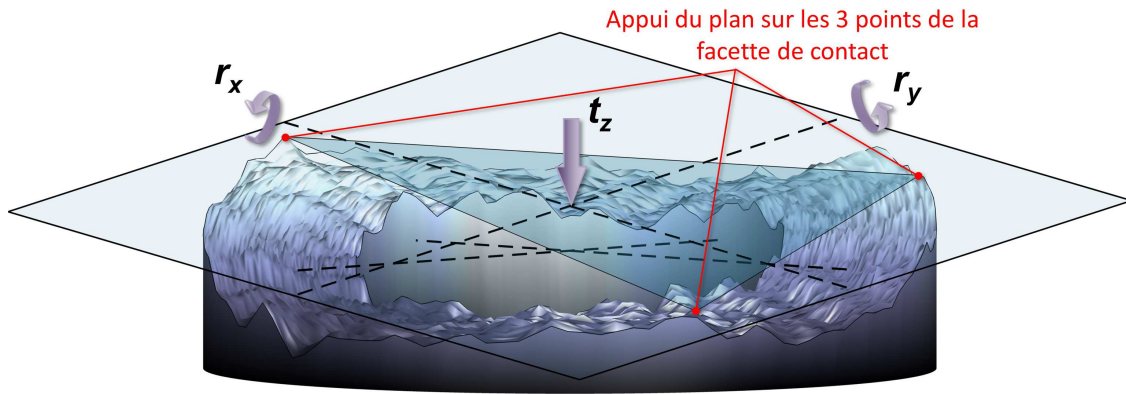


Fig. 3.20 – Mise en position du plan de référence sur les 3 points de la facette de contact

Comme en témoigne le résultat représenté figure 3.21, ce SDT de mise en position appliqué à la surface initiale $C1$ permet l'assemblage numérique sur la surface $C2$ en 3 points de contact .

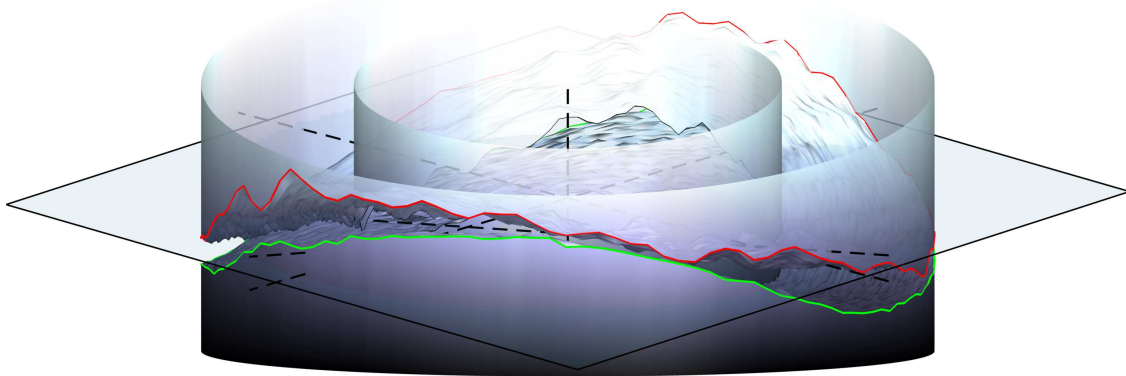


Fig. 3.21 – Torseurs des petits déplacements rigides appliqués à la surface $C1$ initiale

3.4.3 Assemblage avec érosion

La procédure de mise en position présentée dans la section précédente considère que les pièces sont infiniment rigides et donc que la mise en position s'effectue sur 3 points. Dans un cas réel d'assemblage de surfaces avec défauts, l'effort de serrage, modélisé par la force \vec{F}_{ext} , implique des déformations locales traduisant non plus des zones ponctuelles mais surfaciques de contact entre les deux carters. Pour un assemblage donné, les positions et les étendues de ces zones varient principalement en fonction de la valeur et la direction de l'effort et des caractéristiques des matériaux en contact (figure 3.22).

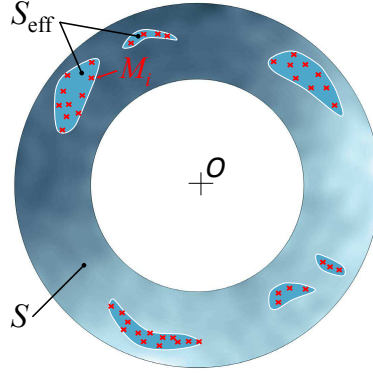


Fig. 3.22 – Exemple des points de contact effectifs M_i et des zones de contact associées S_{eff}

3.4.3.1 Équilibre statique

La prise en compte des déformations locales dans le cas de surfaces avec défauts de forme n'est pas une tâche facile.

Parmi les modèles de contact présentés au paragraphe §2.2 page 34, nous choisissons d'utiliser un modèle semi-analytique en considérant les solides en contact comme des corps semi-infinis couplés à un régime purement plastique des déformations. En effet la prise en compte du comportement élastique nécessite de mailler le volume sous-jacent aux surfaces. Cette approche permet ainsi de nous affranchir d'une méthode par éléments finis qui nécessite des temps de calcul bien plus importants. Elle suppose que les matériaux suivent un modèle de comportement plastique parfait (appelé *modèle d'érosion*). Les pressions de contact sont bornées par une pression limite qui peut être considérée comme étant la dureté \mathcal{H} du matériau le plus mou. Cette approche est suggérée par Vallet qui montre par ailleurs qu'elle est adaptée à ce type d'assemblage [VALLET, 08]. Pour ce type de modélisation, la valeur de la pression de contact est délimitée par la dureté \mathcal{H} du matériau, qui peut être approximée en multipliant par 2,8 la limite d'élasticité R_e [KADIN *et al.*, 06, TABOR, 00].

Avec ce modèle, les zones de contact de l'exemple étudié sont identifiées par des ensembles de points discrets M_i qui sont les nœuds du maillage. Pour une position donnée d'une surface par rapport à l'autre, et connaissant les propriétés mécaniques des matériaux, on peut calculer l'effort résultant de chaque point de contact par rapport à la déformation locale et de leur position. Conformément au principe fondamental de la statique, le système est en équilibre si la résultante globale des efforts des points de contact est égale et opposée à la force de serrage \vec{F}_{ext} .

Cette condition est traduite par l'équation 3.20, où l'intégration des efforts de chaque point M_i doit être égale à la valeur de la force de serrage \vec{F}_{ext} . De la même manière, la somme des moments exprimée au centre de la surface O doit être nulle.

$$\begin{cases} \sum \vec{f}(M_i) dS = \vec{F}_{\text{ext}} \\ \sum \vec{f}(M_i) \cdot \vec{OM}_i dS = \vec{0} \end{cases} \quad (3.20)$$

La force $\overrightarrow{f}(M_i)$ exprime l'effort élémentaire d'un point M_i . Conformément au modèle d'érosion, la fonction f correspond à une constante. Ainsi, les deux conditions de l'équation 3.20 sont simplifiées par le système d'équation 3.21, en ne comparant non plus les efforts mais les pressions. Pour cela on introduit la pression de contact apparente, appelée P et dépendante de $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$, tel que $P = \frac{\|\overrightarrow{F_{\text{ext}}}\|}{S}$, avec S l'aire totale de contact de la surface annulaire de rayon extérieur r_e et intérieur r_i tel que $S = \pi(r_e^2 - r_i^2)$.

$$\begin{cases} P = \mathcal{H} \cdot \frac{S_{\text{eff}}}{S} \\ \sum \overrightarrow{OM_i} dS = \overrightarrow{0} \end{cases} \quad \text{avec } S_{\text{eff}} \text{ la surface effective en contact} \quad (3.21)$$

Compte tenu du caractère discret de notre approche, ce système d'équation 3.21 n'a pas de solution exacte. Sa résolution consiste donc à rechercher le SDT et les paramètres r_x , r_y et t_z associés qui minimise les deux critères d'équilibre statique. Par ailleurs, l'introduction du couplage entre les zones d'appui et les composantes de petits déplacements aboutit à un problème fortement non linéaire à résoudre. Ainsi, il est nécessaire de mettre en place une stratégie d'optimisation adaptée.

3.4.3.2 Fonction d'optimisation

Une méthode d'optimisation permet de rechercher les valeurs optimales de différents paramètres pour s'approcher au mieux de la réponse attendue d'un système (définie alors comme une *fonction objectif*).

Parmi les méthodes existantes, deux caractères différencient les approches [COLLIGNAN, 11] :

- Les *méthodes déterministes* : Ces méthodes considèrent la continuité et la dérivabilité au premier ou au second ordre de la fonction objectif pour trouver l'optimum de la fonction.
- Les *méthodes stochastiques* : Ces méthodes sont appropriées aux systèmes dont la fonction objectif n'est pas dérivable et/ou continue.

3.4.3.2.1 Principe de l'algorithme de Nelder-Mead

Pour cette étude, nous avons choisi d'utiliser l'algorithme d'optimisation déterministe non-linéaire de Nelder-Mead [NELDER et MEAD, 65], également appelé la méthode du simplexe. C'est une méthode numérique heuristique qui cherche à minimiser une fonction continue dans un espace à plusieurs dimensions. Des études comparatives entre 8 méthodes d'optimisation ont été réalisées pour différentes fonctions analytiques, il a été montré que la méthode du simplexe était performante en vitesse de convergence pour des problèmes de dimensions allant de dix à vingt [BOX, 66].

Dans le cas d'une étude à p paramètres, l'algorithme va déplacer dans l'espace des solutions à p dimensions un simplexe de $(p + 1)$ sommets. La démarche est la suivante :

1. Initialement, la valeur de réponse de la fonction objectif que l'on cherche à minimiser est calculée pour chaque sommet.
2. L'algorithme va ensuite substituer le sommet ayant obtenu la plus grande valeur de réponse par un nouveau sommet. Cette opération est effectuée en calculant une nouvelle position par rapport au centre de gravité des p autres sommets du simplexe (opérations de réflexion, d'expansion et de contraction [LEDoux, 05]).
3. L'opération de substitution du sommet le plus mauvais est effectuée sur plusieurs itérations pour contracter le simplexe autour du minimum de la fonction.
4. Le critère d'arrêt des itérations est défini par un seuil sur la taille du simplexe ou un nombre maximal d'itérations.

3.4.3.2.2 Application à la bride

Pour cette étude, les trois paramètres r_x , r_y et t_z sont à optimiser. La fonction objectif à minimiser pour l'optimisation est définie par l'équation 3.22. Elle conditionne les deux équations du système 3.21 :

- le premier terme de différentiel de pression a été divisé par la dureté \mathcal{H} pour être adimensionné et élevé au carré ;
- le second terme, qui caractérise la distance du barycentre par rapport au centre O , a été divisé par la valeur du rayon extérieur de la bride r_e^3 pour être adimensionné et élevé à la puissance 3.

Les valeurs des puissances de chaque terme impliquent une surface de réponse parabolique ce qui facilite la convergence, elles sont établies de manière empirique en testant plusieurs combinaisons. Cette répartition nécessite de faire un compromis entre la précision d'équilibre de pression ou celui des moments. Nous avons choisi des coefficients qui répartissent les écarts de manière équilibrée.

$$\text{objectif}(r_x, r_y, t_z) = \min \left(\left(\frac{P}{\mathcal{H}} - \frac{S_{\text{eff}}}{S} \right)^2 + \left(\frac{1}{r_e^3} \cdot \left\| \sum \overrightarrow{OM_i} dS \right\| \right)^3 \right) \quad (3.22)$$

Pour pallier le risque de converger vers un minimum local, il est recommandé de redémarrer plusieurs fois l'algorithme en considérant des solutions initiales différentes [NELDER et MEAD, 65]. Il a aussi été montré que le fait de redémarrer l'algorithme de Nelder-Mead à partir de la dernière solution obtenue permettait d'améliorer de façon significative les résultats [SIMON, 11]. Dans notre cas, on utilise la solution de mise en position en 3 points dispersée d'un vecteur aléatoire. L'algorithme d'optimisation est lancé à partir de cette position afin de déterminer une première solution, puis répété 10 fois consécutivement pour améliorer localement la solution. Cette procédure est répétée 20 fois, avec un vecteur aléatoire différent, pour augmenter les chances de trouver le minimum global de mise en position avec déformations locales.

3.4.3.2.3 Précision de l'algorithme

Compte tenu de la discrétisation de la surface, la précision obtenue avec le modèle d'érosion dépend de l'effort unitaire $\overrightarrow{F_{\text{unit}}}$ supporté par un nœud en contact. Avec le modèle d'érosion, on sait que la pression de contact à l'interface est égale à la dureté \mathcal{H} du matériau. On peut donc calculer la valeur de l'effort unitaire appliqué en chaque nœud en fonction de la surface moyenne des mailles (équation 3.23).

$$\|\overrightarrow{F_{\text{unit}}}\| = \mathcal{H} \cdot \frac{S}{nb_{\text{mailles}}} \quad (3.23)$$

Pour une dureté du matériau $\mathcal{H} = 1800 \text{ MPa}$. La valeur de l'effort unitaire est de 3635 N . Si la pression de serrage est de 10 MPa (soit un effort de serrage $\overrightarrow{F_{\text{ext}}} \cdot \overrightarrow{z} = P \cdot S = 197\,920 \text{ N}$), la précision cible ne peut être atteinte qu'avec un minimum d'écart de l'ordre de $\pm 1,8\%$.

Afin de valider l'approche, on simule la mise en position de 20 surfaces aléatoires avec ce paramétrage, les résultats obtenus traduisent un écart-type de 9% par rapport à la pression ciblée et un écart de position du barycentre de 1% par rapport au diamètre de la bride. Ces écarts s'expliquent par le compromis de la fonction d'optimisation qui considère à la fois le différentiel de pression et la distance du barycentre (équilibre des moments). Ces résultats permettent de valider l'algorithme d'optimisation.

3.4.3.3 Résultats

Si l'on reprend la mise en position en 3 points obtenue au paragraphe §3.4.2, on peut appliquer la procédure d'érosion en considérant le chargement \vec{F}_{ext} . La figure 3.23 présente le résultat de cette mise en position et la surface de contact associée. On peut voir qu'avec le modèle d'érosion, la surface de sustentation n'est plus un triangle mais un polygone d'aire supérieure à celle du triangle d'équilibre en trois points (figure 3.20). La considération des déformations locales suppose donc une mise en position plus stable.

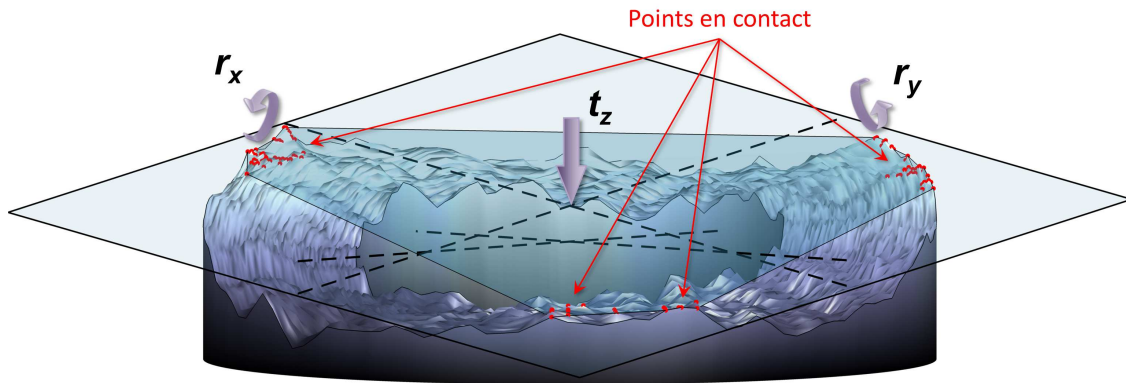


Fig. 3.23 – Mise en position du plan de référence avec le modèle d'érosion

La figure 3.24 illustre la configuration d'assemblage obtenu avec le modèle d'érosion. On peut voir les zones d'interpénétrations des deux surfaces qui sont les zones érodées liées à l'effort de serrage.

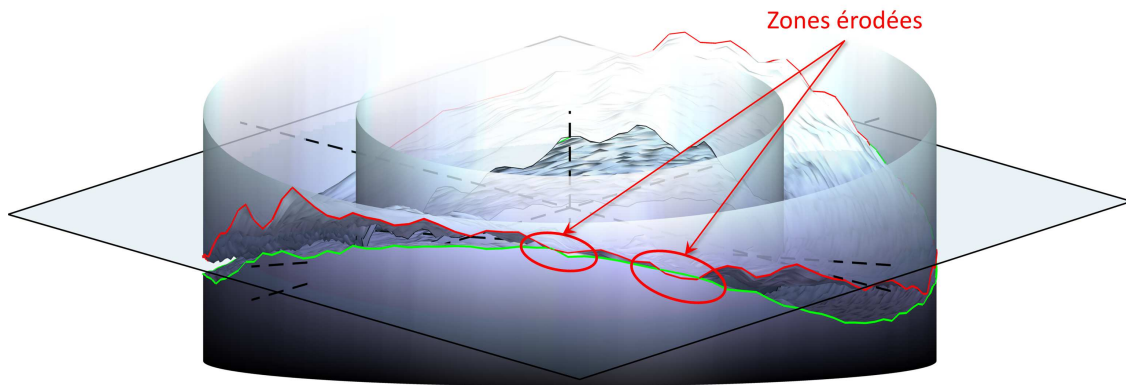


Fig. 3.24 – Torseurs des petits déplacements appliqué à la surface $C1$ initiale

La proximité des résultats de mise en position caractérisés par les SDT de ces deux approches (rigide et érosion) montre que les simulations numériques sont cohérentes. En effet, il est peu probable d'obtenir des mises en position complètement différentes d'un assemblage réel avec ou sans pression de serrage.

3.4.4 Synthèse de la méthode

Les sections précédentes de ce chapitre ont permis de développer les différentes étapes pour simuler un assemblage de surfaces planes avec défauts de forme et de positions. La démarche s'appuie sur la méthode modale qui sert de base de descriptions des défauts de forme. Les défauts de positions sont introduits (par commodité) par l'approche des torseurs de petits déplacements. À partir de la surface nominale (i.e. modèle issu de la CAO), on procède à la discrétisation de la surface (nœuds et éléments). Ce maillage est utilisé pour générer la base modale des défauts. Ensuite, en pondérant la contribution de chacun des modes, on compose différentes surfaces avec défauts.

La procédure d'assemblage consiste à déterminer la surface écart à partir des surfaces de liaison. Cela revient à calculer les distances (écarts) entre les surfaces en vis-à-vis. Ces écarts sont alors reportés sur une seule des deux surfaces, la seconde devenant alors sans défaut (surface nominale). La recherche des zones de contact repose sur le calcul de l'enveloppe convexe de la surface des écarts. Ainsi, un ensemble de positions est alors défini et permet d'identifier une ou plusieurs positions d'une surface par rapport à l'autre.

Par la suite, l'intégration des efforts extérieurs permet de définir de manière univoque la facette de contact et d'en déduire la position relative des surfaces. Deux considérations sont alors proposées.

- Soit les surfaces sont supposées infiniment rigides (hypothèse classique du tolérancement).
- Soit les surfaces en contact peuvent se déformer localement.

La prise en compte des déformations locales nécessite de faire des hypothèses sur le comportement des matériaux associé aux surfaces. Dans ce chapitre, nous supposons que le comportement est de type purement plastique. Cette hypothèse permet de simplifier la recherche de mise en position puisqu'il n'y a pas de couplage entre l'enfoncement local et l'effort résultant, seul l'état (contact ou non contact) suffit pour calculer l'effort local.

L'ensemble de la procédure est résumé sur la figure 3.25.

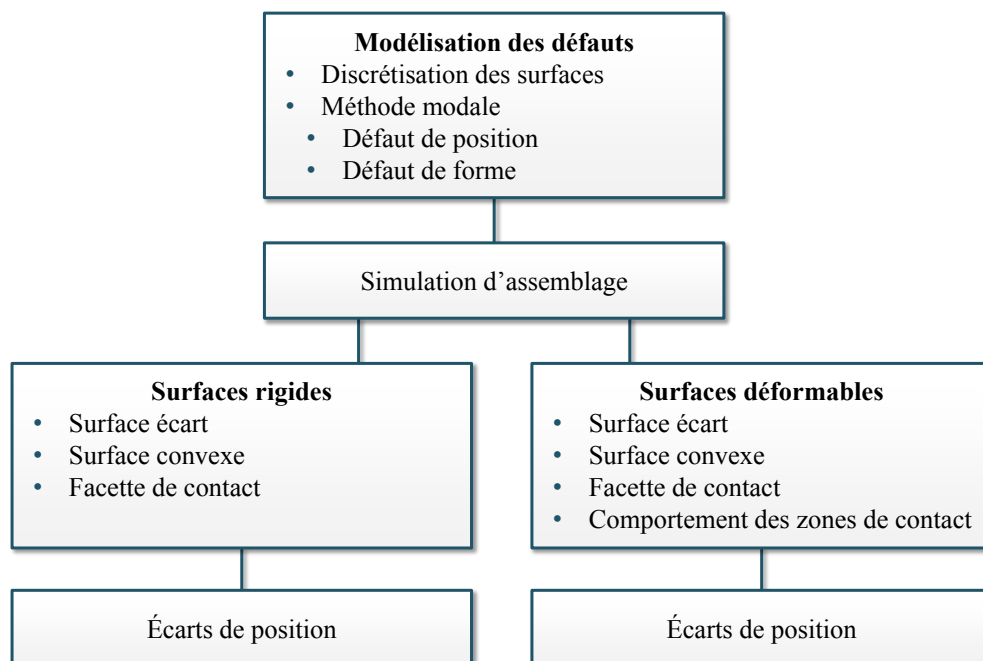


Fig. 3.25 – Synoptique détaillé de la simulation d'assemblage

3.5 Exemples d'applications

Les premières sections de ce chapitre ont mis en place la procédure de simulation d'assemblage de deux surfaces possédant des défauts de forme et de position. Dans cette section, nous allons voir comment exploiter cette procédure pour analyser l'influence des défauts de forme sur trois exemples d'applications où chacun traite d'un objectif différent.

Le premier exemple propose une analyse détaillée de l'influence des défauts sur la précision d'assemblage en considérant plusieurs configurations d'assemblage. Un support expérimental est également réalisé pour valider la procédure d'assemblage numérique.

Le deuxième exemple utilise une approche de type Monte-Carlo avec des tirages de lots d'assemblages avec défauts aléatoires pour évaluer l'influence des défauts de forme sur la conformité d'assemblage.

Enfin, nous verrons comment utiliser cette méthode pour évaluer l'influence des défauts sur une fonction spécifique d'assemblage : la fonction étanchéité.

3.5.1 Précision d'assemblage et validation expérimentale

Ce premier exemple a pour but d'étudier l'influence des défauts de forme sur la précision de la liaison. Nous proposons également de considérer plusieurs configurations d'assemblage en fonction des mobilités de liaison. Enfin, cet exemple permet de valider expérimentalement par comparaison la procédure d'assemblage numérique mise en œuvre sur la bride.

3.5.1.1 Problématique

La section §3.4 propose une procédure d'assemblage pour un couple de surface $C1$ et $C2$ avec défauts. De cette procédure est issu un torseur d'assemblage SDT composé des trois paramètres r_x , r_y et t_z de mise en position. Cette procédure suppose de calculer un assemblage équivalent en reportant l'ensemble des défauts sur une seule des deux surfaces : la surface écart $C_{\text{écart}}$.

La méthode présentée paragraphe §3.2.2 permet de représenter l'exigence fonctionnelle d'une surface tolérancée par un domaine écart (figure 3.5b page 53). Pour simplifier l'exigence fonctionnelle, on suppose pour cet exemple que les deux surfaces $C1$ et $C2$ sont tolérancées de la même manière, à savoir par une spécification de localisation t_1 et une spécification de planéité t_2 (figure 3.4a page 52). On peut ainsi redéfinir de nouvelles tolérances pour la surface écart $C_{\text{écart}}$ et en déduire le domaine écart associé (équation 3.24).

$$\begin{aligned} t_1(C_{\text{écart}}) &= t_1(C1) + t_1(C2) \\ t_2(C_{\text{écart}}) &= t_2(C1) + t_2(C2) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Le domaine écart est représenté par l'intersection de deux domaines coniques de révolution (figure 3.5b page 53), toutefois les bornes sont maintenant définies par rapport à $t_1(C_{\text{écart}})$. Ce domaine représente l'enveloppe de conformité de l'assemblage où chacun des axes caractérise un degré de liberté r_x , r_y ou t_z . Dès lors, il est possible de localiser dans ce repère un point représentatif des composantes de mise en position d'un couple de surface (SDT). L'avantage de cette représentation est qu'elle permet de visualiser rapidement les défauts d'assemblage induit par un couple de pièces.

On propose de représenter ce défaut d'assemblage pour différentes configurations initiales de mise en position. En effet dans le cas de l'assemblage d'une bride, on peut constater qu'il existe un degré de liberté en rotation autour de l'axe \vec{z} de la surface supérieure par rapport à la surface inférieure. Cette mobilité autorise ainsi différentes positions angulaires de la pièce 1 par rapport à 2 qui va dépendre de la conception du mécanisme (nombre de vis et écrous de fixation, caractère symétrique ou axisymétrique des composants, etc.).

3.5.1.2 Mobilité d'assemblage

Nous avons choisi des rayons internes et externes du carter de $r_i = 90$ mm et $r_e = 120$ mm. On suppose que les deux surfaces $C1$ et $C2$ des carters 1 et 2 ont des valeurs de tolérance identiques telles que $t_1(C1) = t_1(C2)$ et $t_2(C1) = t_2(C2)$.

3.5.1.2.1 Surfaces planes

Dans un premier temps, on propose de générer deux surfaces sans défauts de forme qui respectent les tolérances $t_1(C_{\text{écart}}) = 100$ μm (soit $t_1(C1) = t_1(C2) = 50$ μm) et $t_2(C_{\text{écart}}) = 0$. Ces surfaces sont visibles figure 3.26a-b et l'on peut voir sur la figure 3.26c la surface écart de ces deux surfaces positionnées en vis-à-vis.

Pour caractériser le SDT de chaque élément, la simulation d'assemblage est réalisée pour chaque surface de la figure 3.26 avec la procédure d'assemblage rigide mise en place au paragraphe §3.4.2.

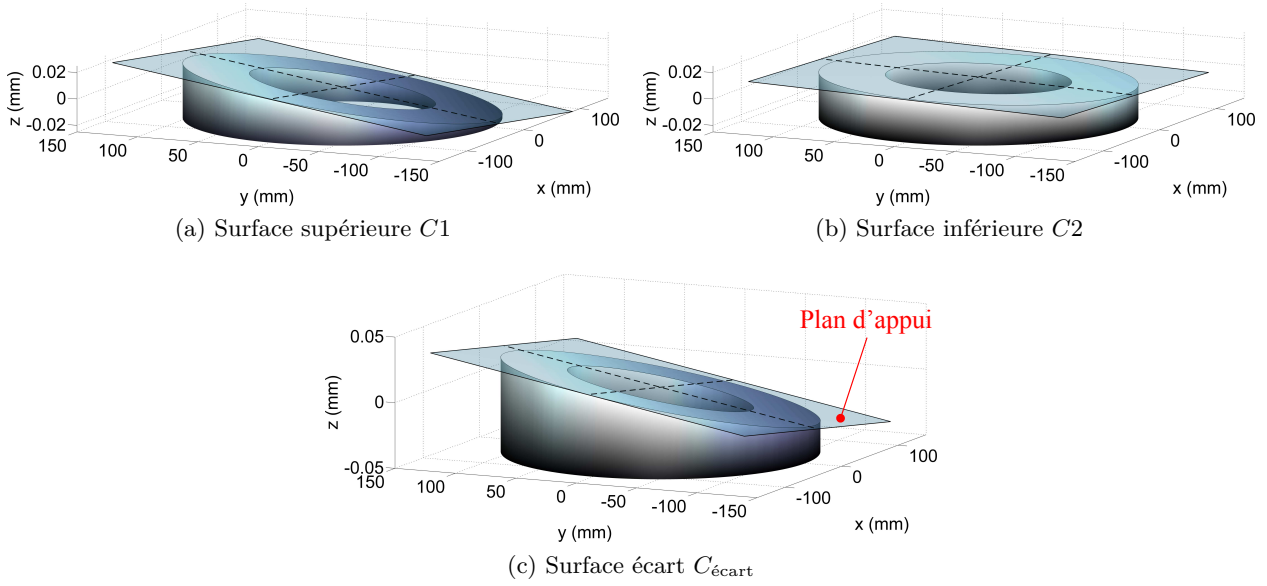


Fig. 3.26 – Surfaces générées sans défauts de forme

Le plan d'appui résultant de cette mise en position est caractérisé par les valeurs du SDT (r_x , r_y et t_z). Ce plan est visible sur chaque surface $C1$, $C2$ et $C_{\text{écart}}$ de la figure 3.26. La figure 3.27 positionne ces résultats dans le domaine écart et le tableau 3.3 contient les valeurs détaillées des SDT.

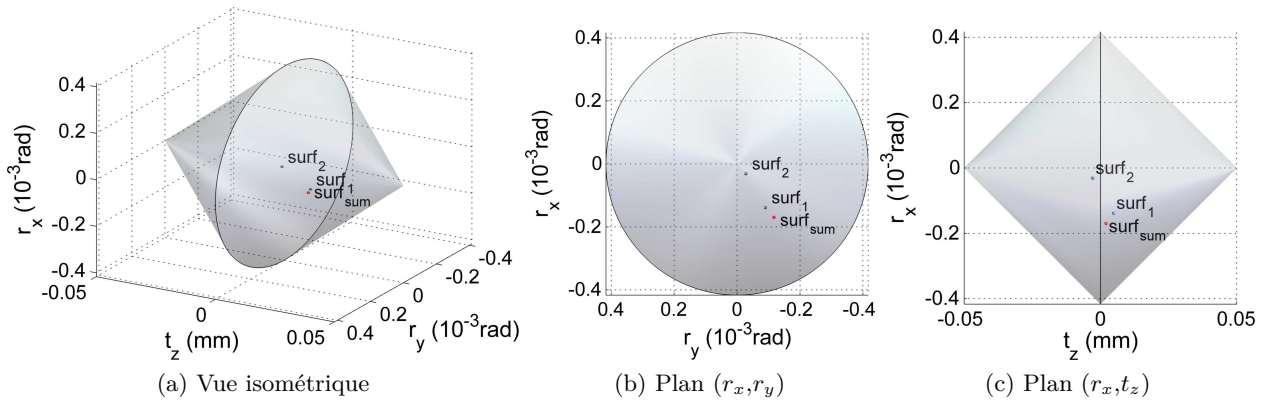


Fig. 3.27 – SDT des surfaces planes dans le domaine écart

	SDT de la surface $C1$	SDT de la surface $C2$	SDT de la surface écart $C_{\text{écart}}$
t_z (mm)	0,0048	-0,0028	0,0020
r_x (rad)	$-0,138 \cdot 10^{-3}$	$-0,031 \cdot 10^{-3}$	$-0,169 \cdot 10^{-3}$
r_y (rad)	$-0,089 \cdot 10^{-3}$	$-0,027 \cdot 10^{-3}$	$-0,116 \cdot 10^{-3}$

Tab. 3.3 – Valeur des SDT des surfaces planes

Si l'on compare, dans le tableau 3.3, les SDT des deux surfaces $C1$ et $C2$ par rapport à celui de la surface écart $C_{\text{écart}}$, on peut conclure que le torseur de mise en position de l'assemblage est égal à la somme du torseur de la surface $C1$ et de celui de la surface $C2$ comme défini par l'équation 3.25.

$$SDT_{C_{\text{écart}}} = SDT_{C1} + SDT_{C2} \quad (3.25)$$

L'équation 3.25 permet ainsi de prévoir l'erreur globale d'un assemblage où les défauts de forme sont nuls. Ce point a été détaillé par Samper [SAMPER *et al.*, 09].

3.5.1.2.2 Influence de la position angulaire de montage

Afin d'étudier d'autres configurations angulaires de l'assemblage, on effectue maintenant une rotation de la surface supérieure $C1$ autour de l'axe \vec{z} en considérant la surface $C2$ fixe. Pour chaque rotation de la surface $C1$ d'un pas angulaire de $2\pi/30$ (pour un total de trente positions différentes), on calcule la surface écart des deux surfaces. Il en résulte trente surfaces écarts différentes correspondant aux trente positions angulaires de la surface $C1$ sur la surface $C2$. Les SDT calculés pour chacune des configurations sont présentés dans la figure 3.28.

Nous avons choisi trente positions angulaires différentes pour visualiser les variations de position.

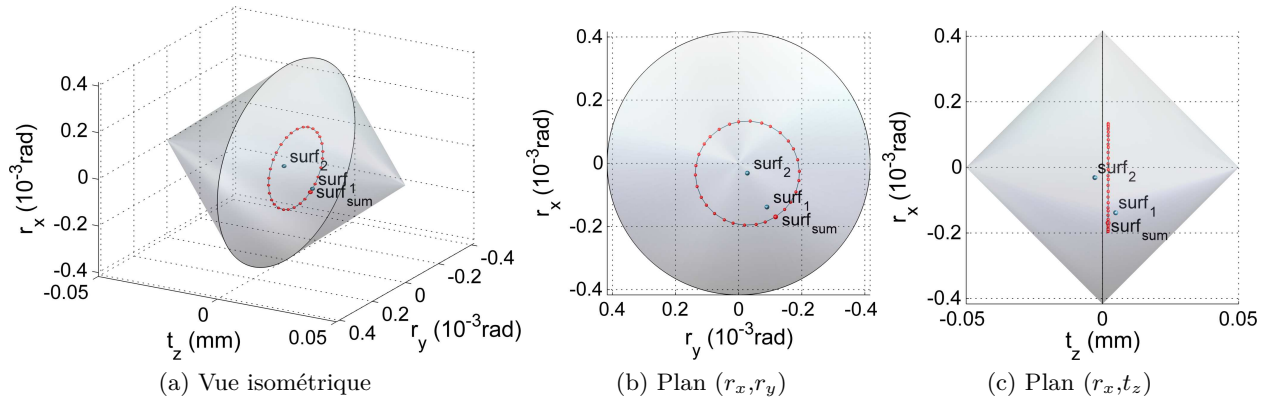


Fig. 3.28 – SDT des surfaces planes pour 30 configurations angulaires

Sur la figure 3.28b, on peut voir dans le plan (r_x, r_y) que l'ensemble des SDT forment un cercle dont le centre est le SDT de la surface $C2$. Le rayon de ce cercle dans ce plan est égal à la distance [origine, SDT $_{C1}$]. La translation t_z de l'ensemble des SDT est constante quelle que soit la position angulaire de la surface $C1$ (figure 3.28c). Comme indiqué par l'équation 3.25, $t_z C_{\text{écart}}$ est égal à $t_z C_1 + t_z C_2$. Ce résultat semble logique car il correspond à la rotation d'un vecteur centré sur SDT $_{C1}$ autour de l'axe \vec{z} .

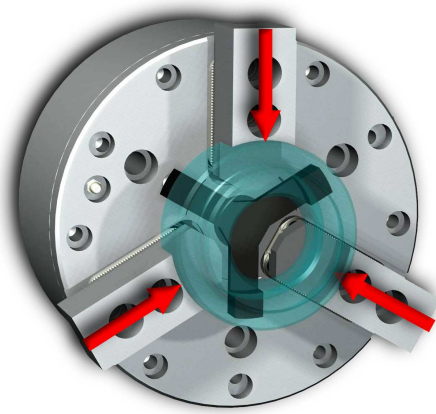
3.5.1.2.3 Surfaces avec défauts de forme

On souhaite maintenant observer l'influence des défauts de forme en supposant les défauts de position similaires au cas précédent (procédure de composition détaillée au paragraphe §3.3.5.3).

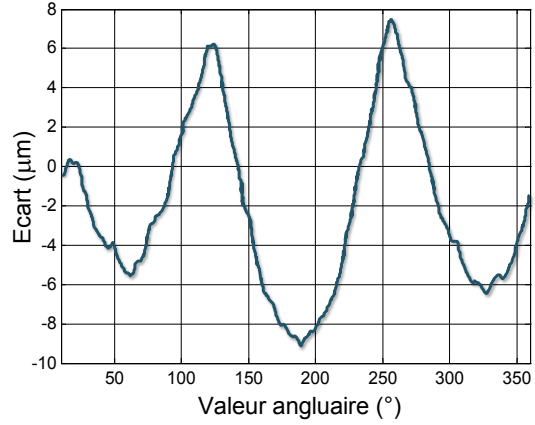
Pour illustrer l'intérêt de la méthode de composition des défauts, on choisit de considérer un défaut dit "technologique", lié à la méthode de fabrication choisie : le tournage. Lors de cette opération, la pièce est couramment maintenue dans un mandrin par trois mors concentriques (figure 3.29a). L'effet de serrage induit des déformations locales qui se traduisent par la formation de trois lobes (c-à-d composé de trois lobes sur la face avant de la pièce). Il est fréquent de retrouver ces déviations locales sur la surface dressée. La figure 3.29b présente un relevé de mesure d'une pièce réelle tournée où l'amplitude d'ondulation est d'environ 14 μm .

On peut voir sur la surface mesurée de la figure 3.29 que les défauts de forme ne correspondent pas seulement au défaut d'ondulation périodique (un lobe tous les 120°), mais contient d'autres défauts qui lui sont combinés.

Pour intégrer un défaut technologique dans la génération des défauts de forme de la surface, il faut dans un premier temps caractériser sa signature modale. Dans le cas du défaut tri-lobes,



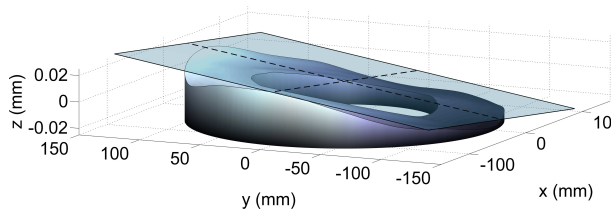
(a) Force de serrage des mors



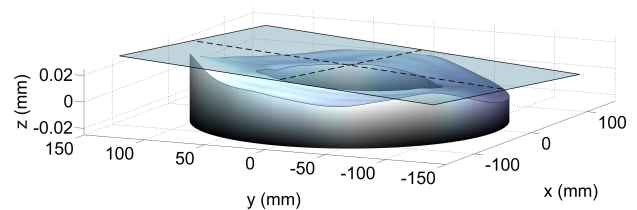
(b) Défaut tri-lobes induit sur la face de la pièce

Fig. 3.29 – Mesures des déviations locales associées au moyen de préhension d'un tour classique

l'expression modale permet de le caractériser par un seul mode qui possède à lui seul les mêmes propriétés. Il s'agit du mode n° 7 (ou son complémentaire n° 8) visible sur la figure 3.7 page 56. Ainsi, pour favoriser l'apparition de ce défaut durant la composition, on modifie la fonction décroissante de type $\frac{1}{x}$ décrite page 57 en amplifiant le septième coefficient par un facteur 5. Les surfaces ainsi obtenues sont présentées figure 3.30. Chacune d'elle vérifie les spécifications $t_1(C_{\text{écart}}) = 100 \mu\text{m}$ et $t_2(C_{\text{écart}}) = 50 \mu\text{m}$. Elles sont ainsi composées de défauts de position (qui sont les mêmes que ceux des surfaces d'exemple précédentes) et de forme.



(a) Surface supérieure C1



(b) Surface inférieure C2

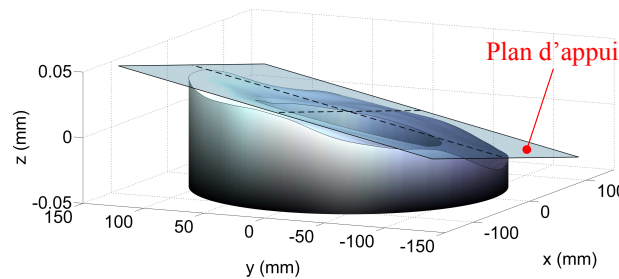

 (c) Surface écart $C_{\text{écart}}$

Fig. 3.30 – Surfaces planes avec l'ajout des défauts de forme

De la même manière que pour les surfaces planes, on exécute la procédure de mise en position des deux surfaces C1 et C2 pour 30 positions angulaires différentes de la surface supérieure C1 autour de l'axe \vec{z} en considérant la surface C2 fixe. Les SDT calculés pour chacune des configurations sont représentés figure 3.31. En comparant les figures 3.28 et 3.31, on peut voir que l'ajout des défauts de forme perturbe l'évolution de chaque composante du SDT r_x , r_y et t_z . Dans le plan (r_x, r_y) , le cercle caractéristique des rotations a été déformé. Dans le plans (r_x, t_z) apparaît une variation de la translation t_z de l'ordre de 0,01 mm.

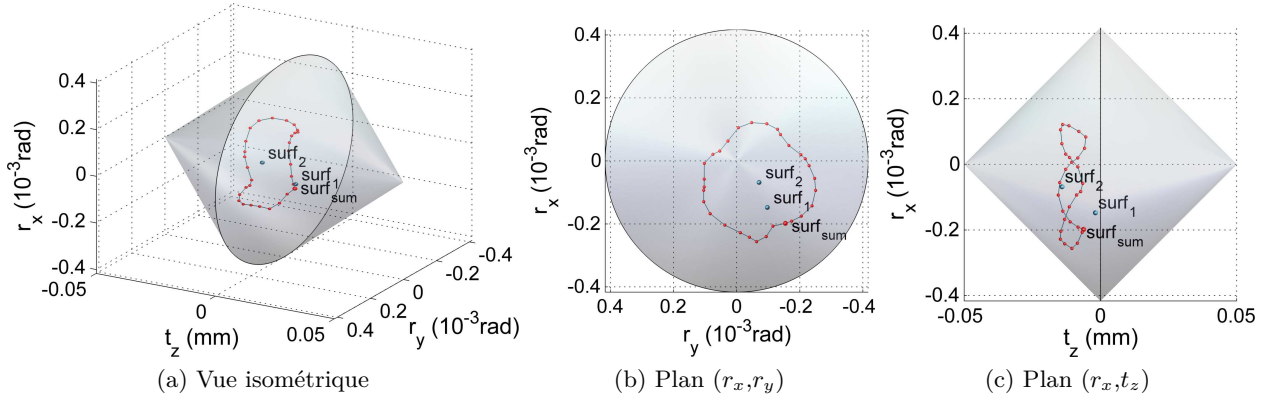


Fig. 3.31 – SDT des surfaces avec défauts de forme pour 30 configurations angulaires

La nouvelle forme décrite par l'ensemble des SDT est composée de trois lobes. Ceci s'explique par le défaut technologique ajouté sur les deux surfaces et visible sur les surfaces générées (figure 3.30). En effet, suivant la configuration angulaire, ces défauts vont tantôt se conformer, tantôt s'opposer, ce qui va avoir une influence sur l'écartement t_z . Sur une rotation complète de la surface $C1$ sur la surface $C2$, cette alternance de conformage/opposition va se succéder trois fois, ce qui explique le tri-lobes formé par les SDT.

Dans un cas réel, si la conception de l'assemblage permet de multiples positions, le calcul de l'ensemble des SDT permet de visualiser les écarts de chaque configuration (figure 3.31). Ainsi, lors du montage, on peut privilégier la configuration qui sera la mieux adaptée aux conditions fonctionnelles du montage. Par exemple, sur la figure 3.32a, on peut voir la configuration qui minimise l'écart t_z , tandis que la figure 3.32 représente celle qui minimise la rotation.

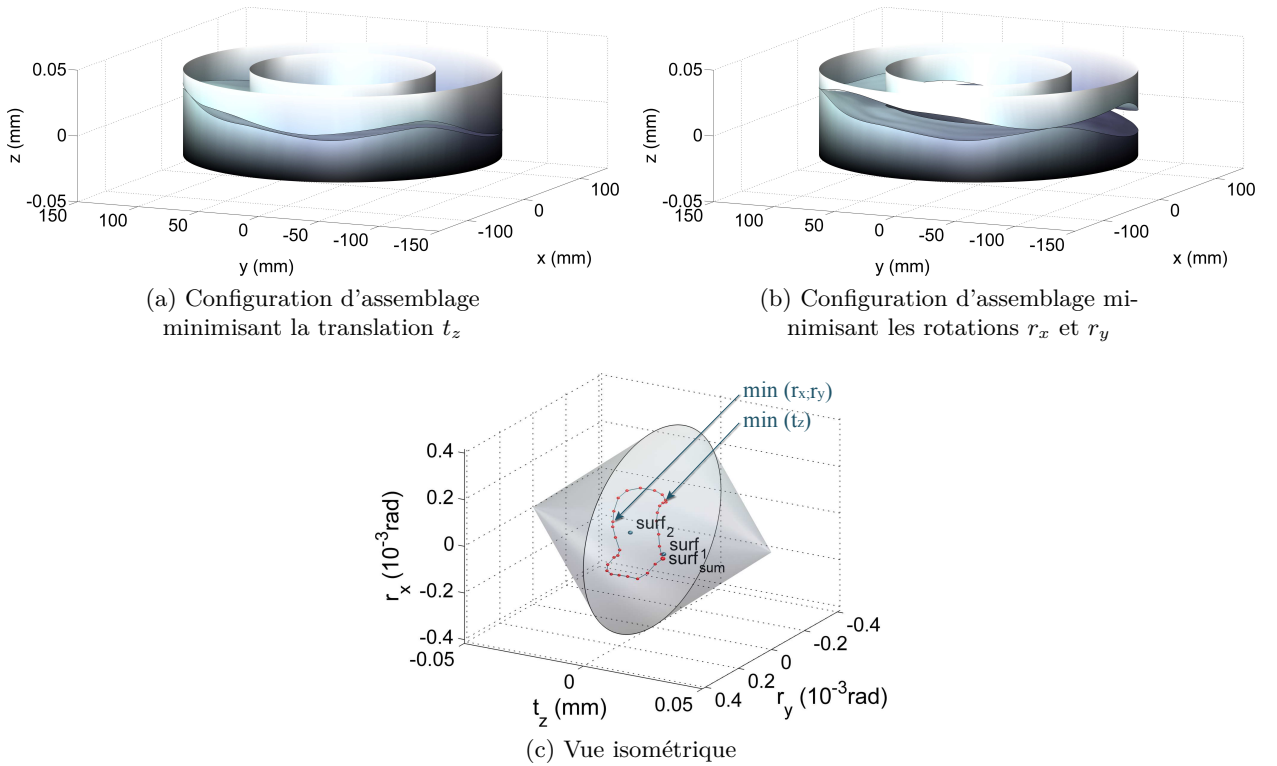


Fig. 3.32 – Configurations d'assemblage

3.5.1.3 Dispositif expérimental

On propose de valider la méthodologie développée par comparaison avec un dispositif expérimental. Ce dispositif est conçu pour permettre une liaison de type appui plan, centrage court qui :

- autorise une mobilité angulaire d'une pièce par rapport à l'autre ;
- offre la possibilité d'appliquer un chargement ;
- permet de mesurer le torseur écart entre $C1$ et $C2$.

Pour cela, deux pièces cylindriques, $P1$ et $P2$ sont réalisées (visibles sur la figure 3.33). On retrouve sur ces pièces deux parties annulaires planes extrudées, notées $C1$ et $C2$. Lorsque $P1$ et $P2$ sont assemblées, ces deux surfaces planes de rayon intérieur 71 mm et de rayon extérieur 98 mm sont positionnées l'une par rapport à l'autre par l'intermédiaire d'une goupille montée dans l'alésage central. On retrouve ainsi, une mobilité en rotation de $P1$ par rapport à $P2$.

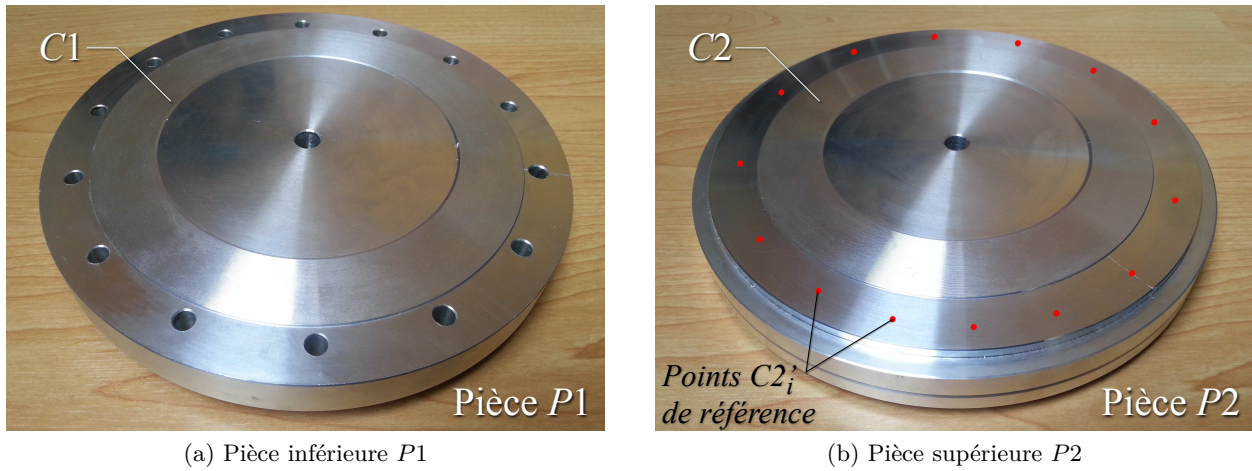


Fig. 3.33 – Montage ouvert

Le but de l'expérience est d'exploiter cette mobilité afin d'étudier l'évolution de l'écart de position de $P1$ par rapport à $P2$ en fonction de la position angulaire de $P1$. Il sera étudié 14 positions angulaires différentes avec un pas de $\pi/7$ radians. Cette mobilité est équivalente par exemple à un mécanisme industriel dont l'un des deux carters est axisymétrique et où 14 boulons servent de fixations.

3.5.1.3.1 Caractérisation expérimentale des écarts

En raison de la typologie du dispositif expérimental mis en place représenté sur la figure 3.34, nous avons décidé de mesurer la variation de position avec quatre comparateurs à cadran dans quatre trous de la pièce $P1$. Chaque comparateur i palpe la surface $C2'$ de la pièce $P2$ sur un des 14 points $C2'_i$ (figure 3.33b). Cette disposition permet ainsi de mesurer directement le torseur écart entre les surfaces $C1'$ et $C2'$.

Lors de l'assemblage, il est possible de déduire le torseur écart entre les surfaces $C1$ et $C2$ en fonction des positions angulaires de $P2$ par rapport à $P1$, en utilisant la relation 3.26.

$$\delta_{C1C1'} + \delta_{C1'C2'} + \delta_{C2'C2} + \delta_{C2C1} = 0 \quad (3.26)$$

Le seul paramètre inconnu de cette équation est le torseur écart $\delta_{C1C1'}$. Or, durant la procédure de mesure, tous les comparateurs sont remis à zéro lors de la première mise en position.

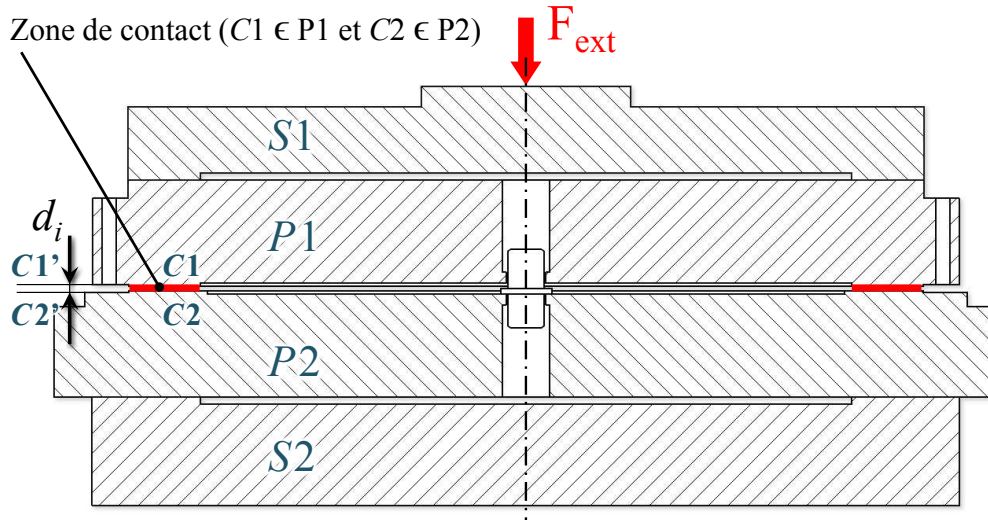


Fig. 3.34 – Schéma du dispositif expérimental

Cette méthode implique :

1. que la position de la surface $C1$ soit directement définie par rapport à la surface $C2'$, ce qui simplifie l'approche ;
2. que le défaut d'assemblage soit défini par une position de référence qui est la première configuration de position angulaire de l'assemblage.

L'équation de l'assemblage devient alors la relation 3.27.

$$\delta_{C1C2'} + \delta_{C2'C2} + \delta_{C2C1} = 0 \quad (3.27)$$

La surface $C2'$ qui sert d'appui aux comparateurs possède des défauts de forme. Afin de s'affranchir de l'influence de ces défauts dans la caractérisation du torseur écart δ_{C1C2} , on retranche ces défauts de forme, préalablement définis avec une machine à mesurer tridimensionnelle, aux valeurs mesurées par les comparateurs.

Ensuite, pour chaque position angulaire, l'évolution des écarts mesurés permet d'identifier, par un plan des moindres carrés, les torseurs de déplacements δ_{C1C2} de la surface $C1$ par rapport à $C2$.

Cette expérimentation est réalisée dans un premier temps sans chargement extérieur. Sous son poids propre, on suppose que la structure subit des déformations négligeables qui correspondent à une mise en position sur 3 points.

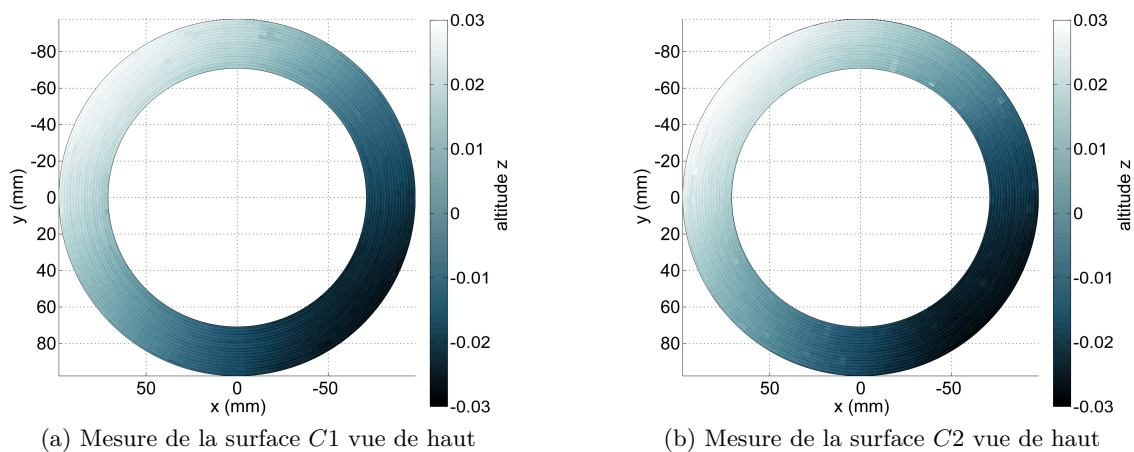
La même expérience est réalisée ensuite sous chargement. Pour cela, deux pièces intermédiaires $S1$ et $S2$ sont ajoutées au montage de manière à ne pas générer de flexion sur les pièces $P1$ et $P2$ (figure 3.34). En effet, dans le but de comparer ces résultats à notre approche numérique, il est important de rester conforme aux hypothèses de calcul qui ne considèrent que les déformations locales des surfaces. Pour cela, les pièces $S1$ et $S2$ disposent chacune d'un épaulement aligné avec la zone de contact, ce qui répartit directement les efforts sur cette zone (figure 3.34). Nous avons choisi d'exercer un effort de serrage de 4000 N. Pour cela, la bride est assemblée dans une machine de traction/compression Bose comme illustrée dans la figure 3.35. Les comparateurs sont remis à zéro à la première position angulaire sans chargement externe, on effectue ensuite un relevé des comparateurs pour chaque configuration angulaire lorsque la bride est chargée.



Fig. 3.35 – Assemblage de la bride dans une machine de compression

3.5.1.3.2 Caractérisation numérique des écarts

En parallèle de l'étude expérimentale, on réalise l'approche numérique. Les surfaces ont été mesurées avant l'essai de chargement avec une Machine à Mesurer Tridimensionnelle (MMT) Mitutoyo® *Crysta-Apex C* avec un palpeur tactile *Renishaw PH1* et une tête *TP200* de diamètre 4 mm. La figure 3.36 représente la mesure des deux surfaces annulaires composées chacune de 7800 points palpés suivant les nœuds du maillage positionnés par la discrétisation numérique paragraphe §3.3 page 54 (intersection de 70 cercles concentriques et de 140 secteurs angulaires). On peut discerner sur ces surfaces les sillons d'usinage produits lors du dressage des surfaces. Ils résultent du mouvement d'avance de l'outil de coupe par rapport à la rotation de la pièce (avance par tour combinée à la rotation). Ce défaut est similaire sur les deux pièces car elles ont été usinées dans les mêmes conditions.

Fig. 3.36 – Sillons d'usinage des surfaces *C1* et *C2*

Afin de comparer les résultats de mesure issus de la MMT, nous avons utilisé un microscope confocale à champ étendu *Altisurf 520* équipé d'une sonde optique confocale chromatique de profondeur de champ de 1400 μm , et de précision en \vec{z} de 0,2 μm . Bien que cette machine permette d'obtenir d'excellents résultats à l'échelle micrométrique, nous avons constaté des déviations sur

une échelle plus étendue en raison des mouvements du plateau de mesure. En effet les dimensions des pièces mesurées (diamètre ≈ 20 cm) arrivent à la limite de la zone de mesure de la machine (carré de 20×20 cm) et leur poids (≈ 3 kg) provoque un sensible basculement du plateau ce qui induit un défaut de mesure en forme de chips. Ces déviations de l'ordre des défauts la forme peuvent être corrigées par diverses méthodes numériques. Pour la simulation, nous avons choisi d'utiliser les mesures sans correction issues de la MMT. En effet bien que le diamètre de la tête de palpé soit important (4 mm), la mesure est suffisante pour connaître la topologie extérieure de surface qui nous intéresse dans le cadre de la mise en contact de deux éléments.

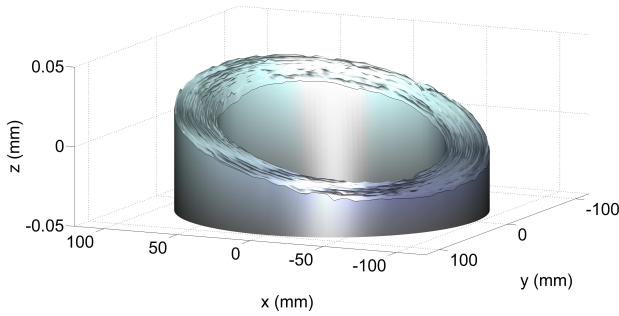
La surface $C2$ est localisée par rapport à la surface $C2'$ définie par un plan des moindres carrés des 14 points $C2'_i$ de référence (figure 3.33b). Pour définir numériquement la première mise en position de l'assemblage et attribuer un repère à la surface $C1$, nous avons utilisé la procédure de mise en position sur 3 points (décrit dans la section §3.4).

La première étape consiste à caractériser les torseurs de mise en position en considérant les surfaces rigides (mise en position sur 3 points), ensuite le modèle d'érosion est utilisé avec comme paramètres un effort de 4000 N (soit une pression $P = 37$ MPa) et une dureté de matériau \mathcal{H} estimée à 30 MPa.

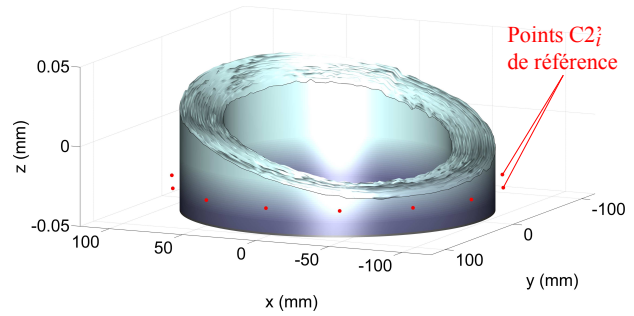
Afin de caractériser les défauts de forme et de position des deux surfaces, on utilise la Décomposition Modale Discrète décrite dans la section §2.3 page 39. On utilise les 400 modes de la base modale de l'anneau calculée au paragraphe §3.3.1. La recombinaison modale qui utilise les 3 premiers modes rigides permet de qualifier le défaut de position de chaque surface, visible sur les figures 3.37c-d. Ensuite, on choisit d'utiliser les modes 4 à 10 pour caractériser les défauts de forme visibles sur les figures 3.37e-f. Enfin, les défauts d'ondulations et de rugosités sont formés par les résidus des DMD, c'est à dire l'ensemble des composantes non filtrées par les 10 premiers modes (figures 3.37g-h). Les paramètres des décompositions sont ainsi déterminés par les formules de l'équation 3.28.

$$\begin{aligned} V_{\text{position}} &= \sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot Q_i \\ V_{\text{forme}} &= \sum_{i=4}^{10} \lambda_i \cdot Q_i \\ V_{\text{rugosité}} &= V_{\text{mesure}} - \sum_{i=1}^{10} \lambda_i \cdot Q_i \end{aligned} \quad (3.28)$$

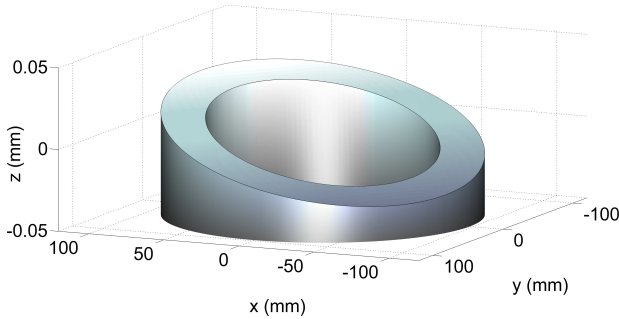
Les deux surfaces sont de mêmes dimensions et ont été usinées sur la même machine. L'amplitude des défauts mesurés de la surface $C1$ est de $63 \mu\text{m}$ et de $65 \mu\text{m}$ pour $C2$. De part la méthode de mesure, on peut ainsi voir sur les figures 3.37c-d que le défaut de position de $C1$ est le même que celui de la surface $C2$. On remarque par ailleurs que ce défaut est prépondérant : son amplitude est près de 15 fois supérieure à celle des défauts de forme ou rugosité. Les défauts de forme des figures 3.37e-f laissent apparaître une signature tri-lobes pour les deux surfaces, de plus on remarque un défaut de type conique qui va favoriser les contacts sur les bords extérieurs des surfaces lors de l'assemblage. Ces défauts de forme sont du même ordre de grandeurs que les défauts de rugosités présentés sur les figures 3.37g-h. Parmi les défauts non filtrés, on retrouve aussi le sillon d'usinage (figure 3.36).



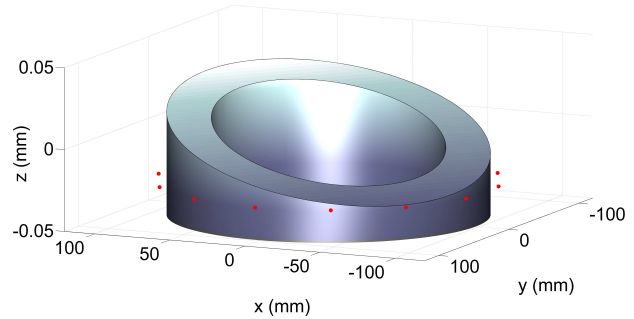
(a) Mesure de la surface $C1$ (amplitude= $63\text{ }\mu\text{m}$)



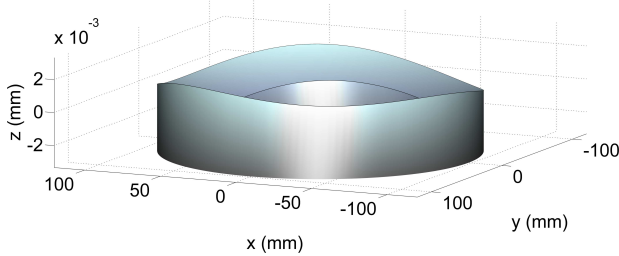
(b) Mesure de la surface $C2$ (amplitude= $65\text{ }\mu\text{m}$)



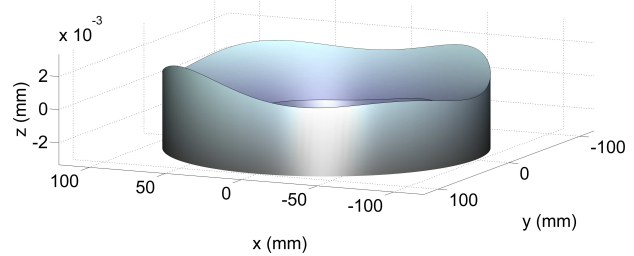
(c) Défaut de position de $C1$ (amplitude= $58\text{ }\mu\text{m}$)



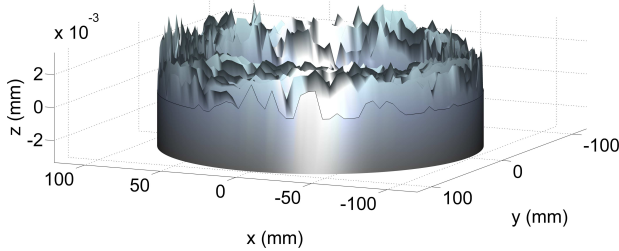
(d) Défaut de position de $C2$ (amplitude= $58\text{ }\mu\text{m}$)



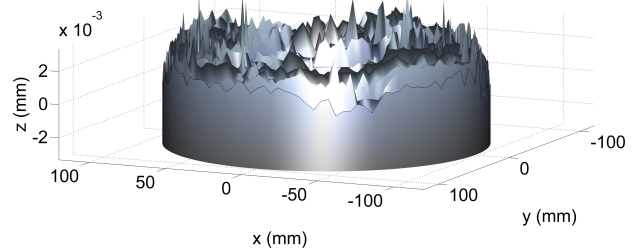
(e) Défaut de forme de $C1$ (amplitude= $3,2\text{ }\mu\text{m}$)



(f) Défaut de forme de $C2$ (amplitude= $4,5\text{ }\mu\text{m}$)



(g) Défaut de rugosité de $C1$ (amplitude= $4,2\text{ }\mu\text{m}$)



(h) Défaut de rugosité de $C2$ (amplitude= $6,6\text{ }\mu\text{m}$)

Fig. 3.37 – Mesures et DMD des surfaces du dispositif expérimental

3.5.1.3.3 Comparaisons des résultats

Pour chacune des 14 positions angulaires, le torseur δ_{C1C2} est calculé. La figure 3.38 présente les différentes composantes r_x , r_y et t_z des torseurs écarts quantifiés avec les approches numériques et expérimentales, avec et sans chargement extérieur. La sensibilité des comparateurs à cadran utilisés pour nos mesures est de $10\text{ }\mu\text{m}$, ce qui équivaut à une sensibilité angulaire de $0,8 \cdot 10^{-4}$ radians. On peut voir sur la figure 3.38 que cette sensibilité est acceptable pour l'analyse des composantes de rotations du torseur (r_x , r_y) mais insuffisante pour l'analyse de la composante de translation t_z .

L'utilisation de 4 comparateurs permet de diminuer ces erreurs de mesure puisque le torseur des petits déplacements est calculé par un plan des moindres carrés [LINARES *et al.*, 05]. Pour une telle configuration (4 comparateurs positionnés sur un rayon de 120 mm), la propagation des incertitudes de mesure aboutit à une incertitude de déplacement de $6 \cdot 10^{-5}$ radians pour la mesure des rotations (r_x , r_y) et de $5\text{ }\mu\text{m}$ pour la translation t_z . Ces incertitudes sont encore amoindries en répétant l'ensemble de la procédure 3 fois (un tour complet du plateau supérieur $P1$ en relevant les valeurs des 4 comparateurs pour chacune des 14 configurations angulaires). Ainsi, on obtient pour chaque position 3×4 valeurs. Une moyenne et un écarts-types est calculé pour chaque triplet de mesure issus des comparateurs. La moyenne est utilisée par la suite pour calculer le torseur écart entre $C1$ et $C2$. Afin d'estimer la dispersion des mesures, on calcule la moyenne des écarts-types des triplets de mesures obtenus, elle est de $8,9\text{ }\mu\text{m}$.

Compte tenu de ces écarts-types importants, nous avons effectué de nouvelles mesures à l'aide de 4 capteurs $DP5$ de la société *Solartron Metrology*. Ces capteurs sont basés sur la technologie LVDT¹ qui leur permet d'avoir une plage de mesure de 5 millimètres et une précision de $0,5\text{ }\mu\text{m}$. Pour le même test de 3 tours complets du plateau supérieur, la moyenne des écarts-types observés est de $7,2\text{ }\mu\text{m}$.

Ces fortes variations pour les deux moyens de mesure s'expliquent en partie par la rugosité importante des surfaces d'environ $6\text{ }\mu\text{m}$ chacune (figure 3.37g-h). Lors de la mise en place de l'assemblage dans une configuration, une faible variation angulaire est parfois suffisante pour modifier les contacts et faire varier les capteurs.

Les mesures comparatives réalisées avec les capteurs LVDT ont été effectuées en fin de projet et sans effort de chargement. Elles permettent de valider les résultats obtenus avec les comparateurs à cadran par la similitude des résultats. Nous nous contentons de présenter dans la suite de cette étude les résultats des mesures effectuées avec les comparateurs à cadran qui ont pu être réalisés avec et sans chargement de la bride.

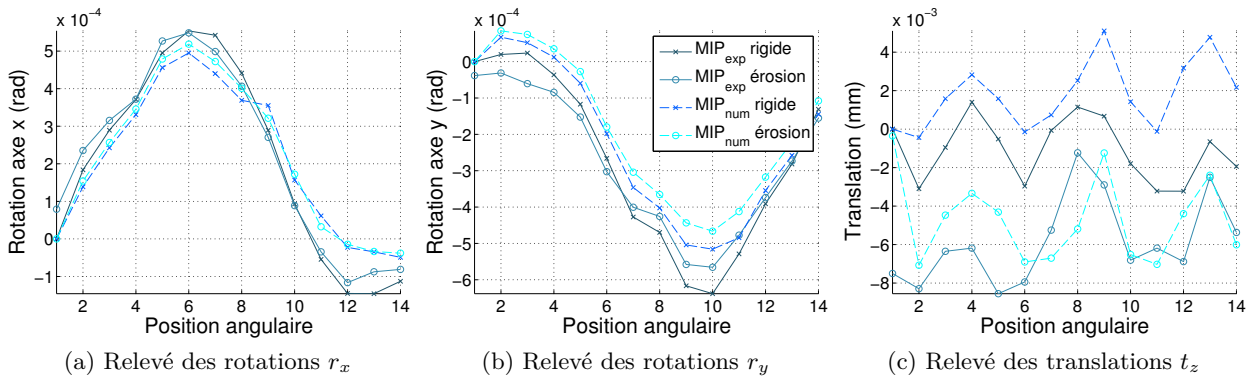


Fig. 3.38 – Comparatif des résultats expérimentaux et numériques

La première constatation que l'on peut faire est que les courbes ont globalement la même allure ce qui confirme les procédures globales.

¹LVDT : de l'anglais *Linear Variable Differential Transformer*, ce sont des capteurs électriques passifs (inductif) de déplacements linéaires.

Sur les courbes des figures 3.38a-b, on peut voir que les variations angulaires (r_x , r_y) forment des courbes de type sinusoïdales dont l'amplitude est d'environ $6,5 \cdot 10^{-4}$ radians ce qui correspond aux défauts d'orientations de la surface plane associée à la surface des différences. En effet cette amplitude est égale à l'angle maximum formé par l'ensemble des défauts additionnés compte tenu du diamètre de la bride ($\tan^{-1} \frac{0,063+0,065}{196} = 6,5 \cdot 10^{-4}$ rad). Par ailleurs, les courbes sont déphasées d'un angle de $\pi/2$, puisque pour une rotation d'un quart de tour, r_x devient r_y . Un décalage existe entre les courbes numériques et expérimentales, il est de l'ordre de $1 \cdot 10^{-4}$ radian. Ce décalage est dû à l'écart de mise en position qui a lieu pour la première configuration angulaire de la pièce supérieure $P1$ qui sert de référence et qui va donc décaler les courbes.

Sur les variations de t_z (figure 3.38c), on distingue pour chaque essai 3 oscillations d'une période de $2\pi/3$ similaires à celles de l'exemple du paragraphe §3.5.1.2.3. Ces variations de translation sont caractéristiques de la présence d'un défaut de forme. Ici, elles sont la signature du défaut tri-lobes présent sur chaque surface $C1$ et $C2$ (figures 3.37e-f). Ce sont ces défauts (avec ceux de rugosité) qui vont également venir perturber les variations sinusoïdales des rotations r_x et r_y . Le décalage global (de l'ordre de $2 \mu\text{m}$) qui existe entre les valeurs numériques et expérimentales peut s'expliquer par le décalage qui a lieu lors de la première mise en position qui sert de référence.

Si l'on observe l'influence du chargement, les figures 3.38a-b montrent que, pour l'analyse expérimentale et théorique, le chargement a une influence qui varie de 0 à $0,5 \cdot 10^{-4}$ radians. De la même manière sur la translation t_z (figure 3.38c), un écart d'environ $6 \mu\text{m}$ apparaît avec le chargement extérieur. Les différences qui existent entre les résultats théoriques et expérimentaux sont liés à plusieurs facteurs. Pour la partie expérimentale, le principal facteur est la précision des comparateurs utilisés, qui est du même ordre de grandeur que celle des déplacements mesurés. Bien que ceux-ci permettent d'obtenir principalement l'allure générale des déplacements. Ce manque de précision est source de dispersion. Ces dispersions sont aussi dues à la rugosité et aux écarts de reproductibilité. Enfin, il est fort possible que les essais en compression plastifient localement les surfaces ce qui accentue les dispersions lors des mesures successives.

Concernant l'approche numérique, plusieurs hypothèses simplificatrices du modèle sont sources d'écarts pour les résultats. On peut citer les écarts causés durant la discrétisation des surfaces qui vont ensuite être assemblées numériquement (précision de mesure de la MMT (de l'ordre de $\pm 1 \mu\text{m}$), diamètre du palpeur, nombre de points de la discrétisation...) et les hypothèses simplificatrices de l'approche sous chargement (modèle d'érosion, propriétés homogènes des matériaux, etc.).

Malgré ces différentes sources d'incertitudes, les tendances constatées permettent de valider la pertinence de la procédure développée tant avec que sans chargement.

3.5.1.4 Bilan

Cet exemple permet de mieux comprendre l'influence des défauts de forme des surfaces fonctionnelles sur la précision de liaison pour un assemblage de type bride. La connaissance des défauts de chaque pièce permet ainsi de déterminer leur conséquences sur l'assemblage et, dans le cas proposé, de déterminer la configuration angulaire optimale qui répond au mieux aux besoins fonctionnels du système.

Par cette approche, on évalue également la procédure d'assemblage numérique par une comparaison avec un dispositif expérimental. La confrontation entre les développements théoriques et les mesures donne des résultats très satisfaisants. Ces résultats permettent de valider l'ensemble de la démarche et les outils théoriques utilisés dans la section §3.4.

Des poursuites sont envisagées pour affiner les modèles et améliorer la précision des approches. Les améliorations importantes comprennent la description des surfaces par un moyen de mesure plus adapté, l'utilisation de capteurs de déplacements plus précis et enfin utiliser des surfaces en contact avec une rugosité plus faible afin pour diminuer la dispersion et avoir un modèle plus réaliste.

3.5.2 Conformité d'assemblage

3.5.2.1 Problématique

L'objectif principal de cet exemple est de quantifier l'influence des défauts de forme sur la conformité de l'assemblage. Cela permettra de montrer les limites des hypothèses du tolérancement.

Pour cet exemple, nous proposons d'évaluer la conformité d'assemblage pour des surfaces où la répartition des défauts géométriques de position, d'orientation et de forme sont contrôlés. Nous simulons des lots de 10 000 assemblages avec des combinaisons de défauts aléatoires pour analyser leur influence sur la mise en position finale du carter 1 par rapport au carter 2 (figure 3.3 page 52). Pour cela, les écarts de mise en position de chaque assemblage sont évalués et un taux de non-conformité est associé à chaque lot.

3.5.2.2 Qualification de la conformité

Dans cette étude on utilise la procédure d'assemblage développée dans la section §3.4. Cette procédure suppose de calculer un assemblage équivalent en reportant l'ensemble des défauts sur une seule des deux surfaces : la surface écart $C_{\text{écart}}$.

Comme pour l'exemple précédent, l'exigence fonctionnelle suppose que les deux surfaces $C1$ et $C2$ sont tolérancées de la même manière, à savoir par une spécification de localisation t_1 et une spécification de planéité t_2 (figure 3.4a page 52), tel que $t_1(C1) = t_1(C2)$ et $t_2(C1) = t_2(C2)$. Ainsi les nouvelles tolérances de la surface écart $C_{\text{écart}}$ sont déduites par l'équation 3.29.

$$\begin{aligned} t_1(C_{\text{écart}}) &= t_1(C1) + t_1(C2) \\ t_2(C_{\text{écart}}) &= t_2(C1) + t_2(C2) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Les rayons internes et externes du carter restent inchangés ($r_i = 90$ mm et $r_e = 120$ mm). Pour comparer l'influence des défauts de position/orientation par rapport à celle des défauts de forme, on propose une étude paramétrique avec une valeur de $t_1(C_{\text{écart}}) = 100$ μm fixe ($t_1(C1) = t_1(C2) = 50$ μm , figure 3.39a) alors que nous faisons varier la tolérance $t_2(C_{\text{écart}})$ de 0 (sans défaut de forme) à 100 μm (l'amplitude du défaut de forme peut être alors équivalente à celle de position) par pas de 25 μm . Le domaine écart associé défini par $t_1(C_{\text{écart}})$ est représenté figure 3.39.

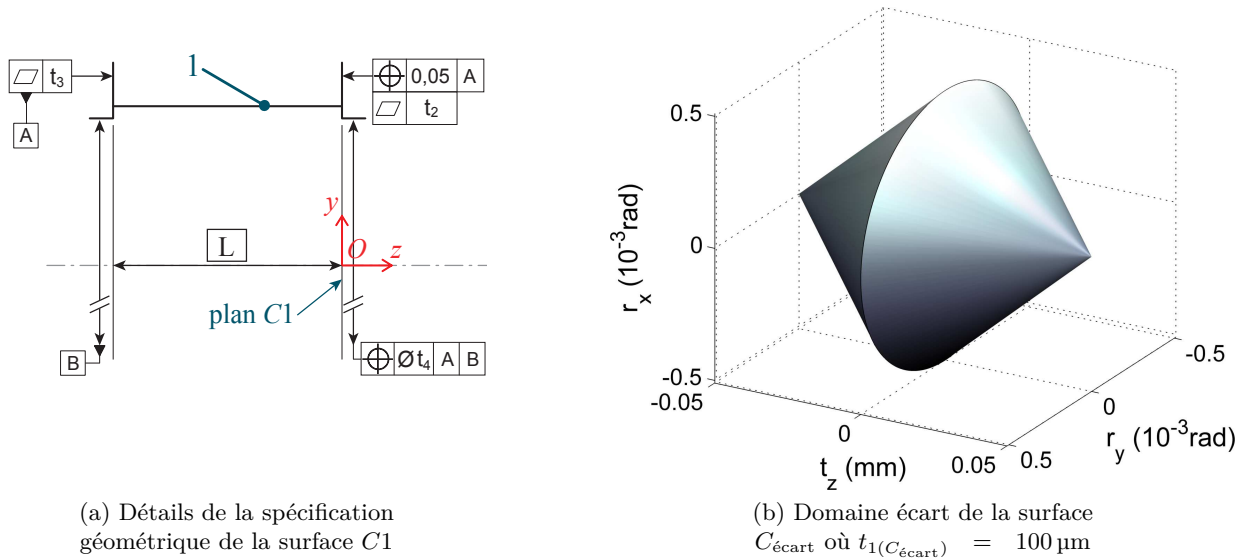


Fig. 3.39 – Mécanisme de la bride

Chaque configuration d'assemblage (couple de surface $C1$ et $C2$) est représentée dans l'espace des déplacements par un point (r_x , r_y et t_z). Pour vérifier si cet assemblage est conforme aux exigences fonctionnelles, il suffit de vérifier que ce point est à l'intérieur du domaine spécifié (test d'inclusion).

5 lots de 10 000 assemblages aléatoires sont générés pour chacun des 5 cas de l'étude paramétrique. Toutes les pièces générées sont conformes, leur construction respecte le synoptique présenté figure 3.15 (page 61). La simulation d'assemblage est réalisée pour chaque lot grâce aux deux types de procédure mises en place précédemment : l'assemblage rigide puis l'assemblage avec déformations (modèle d'érosion). La pression de serrage correspond à 10 MPa et la dureté du matériau \mathcal{H} est définie à 1800 MPa (acier). Pour chaque lot, un taux de conformité est calculé.

3.5.2.3 Résultats

Le graphique 3.40 illustre les résultats de cette étude paramétrique synthétisés par le tableau 3.4.

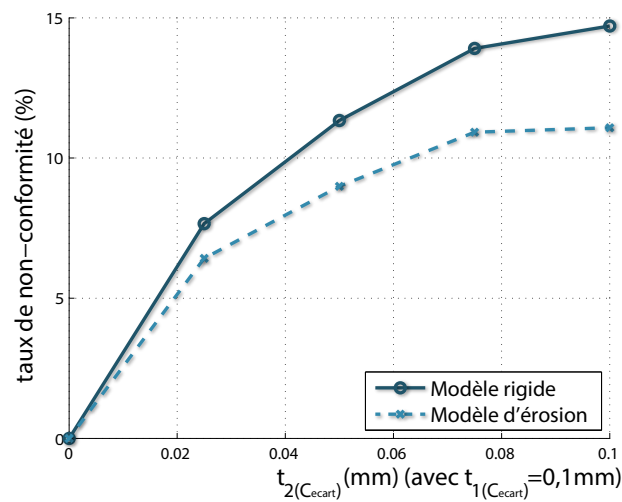


Fig. 3.40 – Graphique des taux de non-conformité en fonction de la valeur $t_2(C_{\text{écart}})$

Valeur de $t_2(C_{\text{écart}})$ avec $t_1(C_{\text{écart}}) = 100 \mu\text{m}$	0 μm	25 μm	50 μm	75 μm	100 μm
Taux de non-conformité avec le modèle rigide (%)	0	7,66	11,34	13,91	14,71
Taux de non-conformité avec le modèle d'érosion (%)	0	6,42	8,99	10,92	11,08

Tab. 3.4 – Taux de non-conformité en fonction de la valeur $t_2(C_{\text{écart}})$

Le premier point des deux courbes ($t_2(C_{\text{écart}}) = 0$) est obtenu pour un lot de surfaces composées uniquement de défauts de position et orientation. Cette condition est une des hypothèses utilisées lors de la phase de tolérancement des pièces (i.e. les défauts de forme sont négligeables). Le résultat du tirage aléatoire des 10 000 paires d'assemblages est visible sur la figure 3.41. Ainsi chaque torseur de déplacement SDT (représenté par un point) est inclus dans le domaine écart, traduisant un taux de non-conformité nul. Ce résultat permet de valider la procédure d'assemblage (surfaces rigides et sans défauts de forme). Pour ce cas, l'introduction des déformations locales ne modifie pas le taux de non-conformité. Ce phénomène correspond à une condition de contact optimale (les surfaces annulaires $C1$ et $C2$, planes sans défauts, sont en contact sur l'ensemble de leur surface). Dans une telle configuration, le déplacement induit par les déformations et dépendant de la dureté \mathcal{H} est estimé inférieure à $0,01 \mu\text{m}$ ($\epsilon = \frac{F_{\text{ext}} \cdot \vec{z}}{\mathcal{H} \cdot S}$). Ce déplacement est donc négligeable devant le défaut de position.

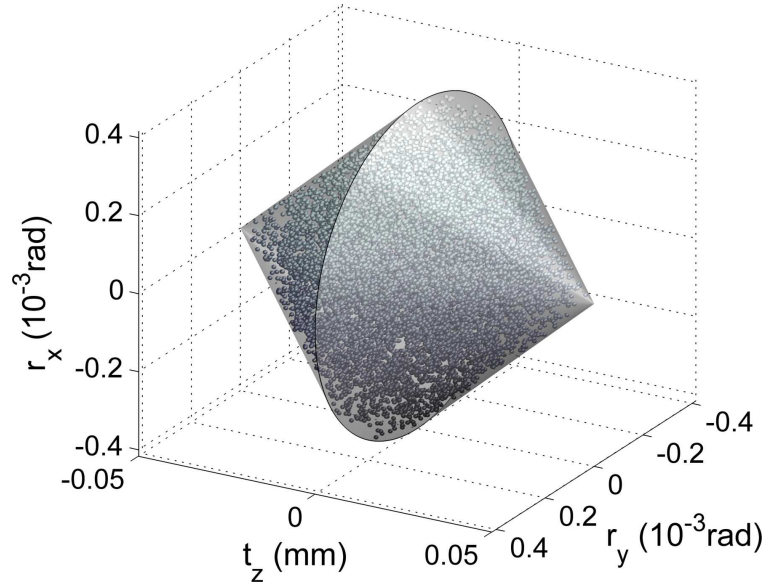


Fig. 3.41 – Représentation des mises en position d'un lot de 10 000 assemblages avec $t_{1(C_{\text{écart}})} = 100 \mu\text{m}$ et $t_{2(C_{\text{écart}})} = 0 \mu\text{m}$ (sans défaut de forme)

L'influence des défauts de forme est ensuite évaluée en augmentant la tolérance $t_{2(C_{\text{écart}})}$. On peut voir sur le tableau 3.4 que ces défauts conduisent à l'apparition d'assemblages non-conformes dans les simulations de Monte-Carlo. Cet exemple montre qu'avec les défauts de forme, une paire de pièces conformes aux exigences fonctionnelles peut aboutir à un assemblage non-conforme. Cette constatation illustre ainsi les limites de l'approche traditionnelle de tolérancement qui suppose les défauts de forme négligeables.

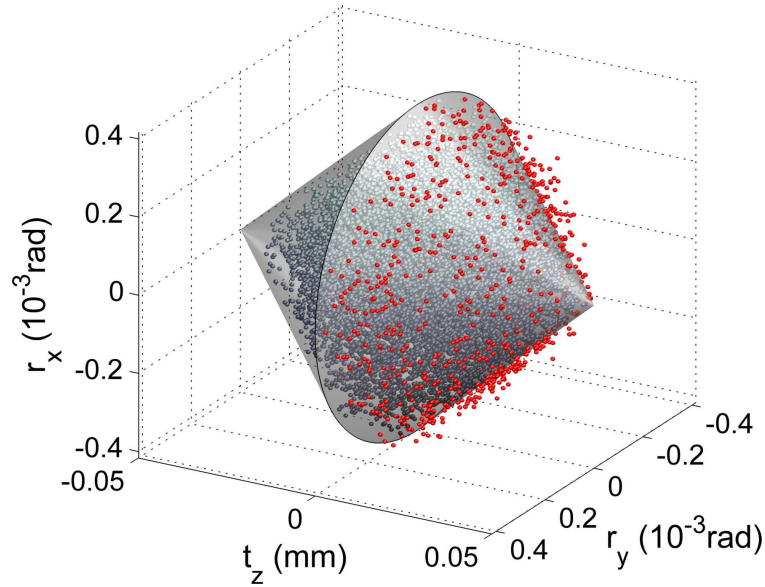


Fig. 3.42 – Représentation des mises en position d'un lot de 10 000 assemblages avec $t_{1(C_{\text{écart}})} = 100 \mu\text{m}$ et $t_{2(C_{\text{écart}})} = 25 \mu\text{m}$, modèle rigide

La figure 3.42 présente le résultats des SDT des 10 000 assemblages avec $t_1 = 0,1 \text{ mm}$ et $t_2 = 0,025 \text{ mm}$ pour le modèle rigide. Les SDT en dehors du domaine écart sont représentés par des points rouges (766 points), conduisant à des taux de non-conformité de 7,66% (tableau 3.4). En comparant la figure 3.42 avec la figure 3.41, on peut remarquer que l'introduction des défauts de forme décale le lot d'assemblage vers les translations positives. En effet, pour un même assemblage,

les surfaces sont parfaitement en contact si elles sont sans défaut de forme. La présence de ceux-ci ne peut qu'augmenter la distance qui les sépare, et donc décaler le SDT dans le sens positif. Cependant cette condition n'est pas suffisante pour faire sortir les SDT en dehors du domaine écart. Nous avons constaté que les assemblages non-conformes ont des défauts de forme qui conduisent à des rotations supérieures à celles autorisées par l'exigence fonctionnelle. La figure 3.43 illustre ce phénomène sur un exemple 2D où l'on peut voir que l'angle de mise en position avec un défaut de forme qui respecte les zones de tolérances peut être supérieur à celui composé seulement d'un défaut de position.

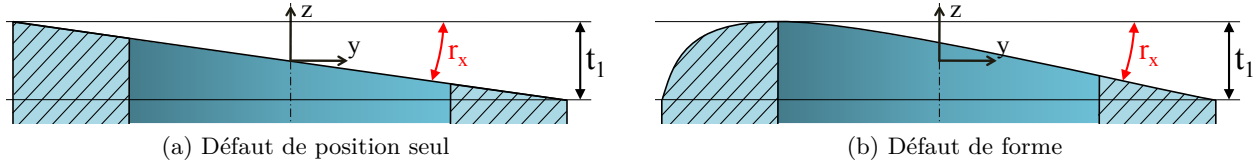


Fig. 3.43 – Exemple de défaut de forme augmentant la rotation r_x

Ceci explique pourquoi le taux de non-conformité augmente avec la tolérance $t_{2(C_{\text{écart}})}$ délimitant l'amplitude des défauts de forme (tableau 3.4). Cette tolérance augmente la prédisposition des défauts à induire une mise en position sur des angles supérieurs à ceux définis par l'exigence fonctionnelle.

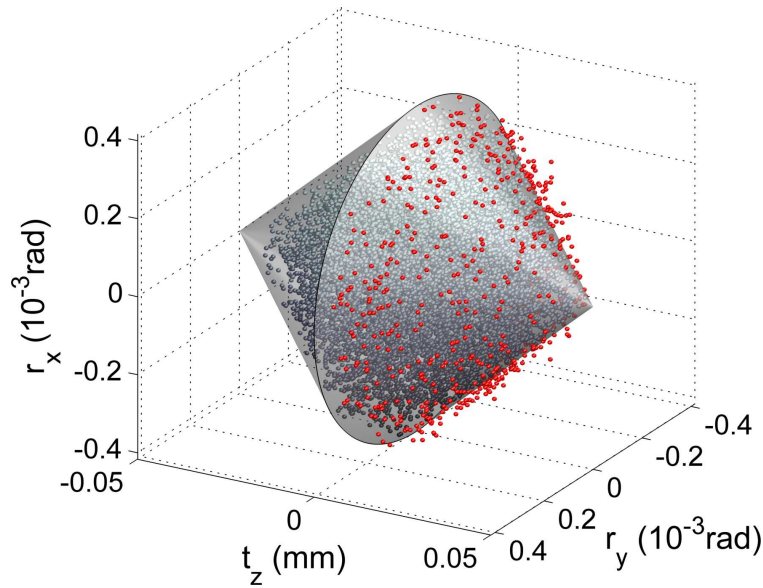


Fig. 3.44 – Représentation des mises en position d'un lot de 10 000 assemblages avec $t_{1(C_{\text{écart}})} = 100 \mu\text{m}$ et $t_{2(C_{\text{écart}})} = 25 \mu\text{m}$ avec le modèle d'érosion

Sur la figure 3.44, on peut voir les résultats des SDT du même lot de 10 000 assemblages que celui utilisé pour la figure 3.41 (tolérances $t_1 = 0,1 \text{ mm}$ et $t_2 = 0,025 \text{ mm}$), mais où les mises en position sont calculées avec le modèle d'érosion. Avec ce modèle, on dénombre 642 assemblages non-conformes soit 6,42% (tableau 3.4). Ce taux est inférieur de 1,24% à celui obtenu avec le modèle rigide.

Cette variation s'explique par la réduction de l'écart de translation des surfaces de l'assemblage combinée à un meilleur équilibrage engendré par ce modèle (paragraphe §3.4.3). La réduction de l'écart de translation est provoquée par l'érosion des aspérités extrêmes des surfaces. L'équilibrage est produit par le calcul des moments autour de la force de serrage \vec{F}_{ext} dont l'axe est centré par rapport aux surfaces annulaires. Ceci compense la déviation initiale de la surface et traduit une diminution des angles de rotation. Ces phénomènes réduisent les composantes de rotation et de

translation des SDT et donc le taux de non-conformité. Ils sont visibles en comparant les figures 3.44 et 3.42 où l'ensemble des SDT est légèrement plus recentré et où le nombre de SDT non-conforme a diminué avec le modèle d'érosion.

3.5.2.4 Bilan

Durant la phase de tolérancement, le concepteur suppose que les surfaces sont sans défauts de forme et les pièces infiniment rigides. Il définit ainsi la tolérance de position des surfaces sur la base des exigences fonctionnelles, et la prise en compte des défauts de forme se fait généralement au travers d'une spécification de planéité.

La valeur de la tolérance de positionnement est calculée par rapport aux spécifications fonctionnelles géométriques attendues du mécanisme. La spécification de forme est alors déduite de cette valeur à l'aide de règles empiriques. Un taux de $t_{\text{défaut de position}}/t_{\text{défaut de forme}}$ supérieur à 2 est couramment utilisé. Dans cette étude, nous avons montré que l'assemblage peut être non-conforme même si ce ratio reste relativement important (pour $t_1/t_2 = 4$, taux de non-conformité $\approx 7\%$).

Ces résultats sont d'autant plus importants que la condition de serrage des surfaces est favorable. En effet, l'effort de serrage, le plus souvent réalisé par l'intermédiaire de systèmes vis et écrous, est modélisé par une force verticale \vec{F}_{ext} centrée sur la pièce et colinéaire à l'axe \vec{z} . Cette force tend ainsi à diminuer le taux de non-conformité en recentrant l'équilibre des moments et en diminuant l'écartement des surfaces. Dans la réalité il est fort probable que cet effort soit désaxé, par exemple par un serrage non homogène ou par les perturbations d'efforts externes au carter comme ceux appliqués sur l'arbre en rotation durant le fonctionnement du mécanisme (effort perpendiculaire à l'arbre).

Pour diminuer les défauts de forme, le concepteur peut diminuer la tolérance de planéité afin d'augmenter le taux $t_{\text{défaut de position}}/t_{\text{défaut de forme}}$. Cette solution implique d'utiliser des moyens de production plus précis ou d'ajouter des opérations de finition sur les surfaces usinées ce qui augmente les coûts de production. L'enjeu est de définir un compromis entre la précision de la forme de la surface et le niveau admissible de taux de non-conformité.

Cet exemple illustre ainsi une application de la méthode développée dans ce manuscrit pour quantifier l'influence du taux $t_{\text{défaut de position}}/t_{\text{défaut de forme}}$ (t_1/t_2) sur le taux de non-conformité. Le traitement numérique est effectué dans un délai raisonnable. Pour la mise en position rigide, quelques minutes sont nécessaires pour tester les 10 000 assemblages. Le traitement est plus long avec la prise en compte des déformations locales (quelques heures sont nécessaires pour traiter les 10 000 assemblages). Cette augmentation du temps est principalement due à la non-linéarité du problème lorsque l'équilibre mécanique est défini par l'algorithme d'optimisation (position angulaire de la surface).

3.5.3 Fonction d'étanchéité

3.5.3.1 Problématique

Pour ce dernier exemple du chapitre, on propose d'utiliser la procédure d'assemblage pour évaluer l'influence des défauts de forme sur la performance d'un besoin fonctionnel précis : l'étanchéité d'une liaison annulaire statique sans joint. Ce type d'étanchéité est couramment utilisé pour des systèmes de tuyauterie et robinetterie devant supporter des hautes températures, des conditions cryotechniques, des hautes pressions ou encore des fluides corrosifs.

Le support de cette étude est un clapet anti-retour dont le mécanisme est présenté figure 3.45. Sa conception suppose que lorsque le fluide circule dans le sens indiqué, l'opercule ⑦ s'ouvre pour le laisser passer. Si le sens de l'écoulement s'inverse, l'opercule se referme automatiquement [VALLET, 08].

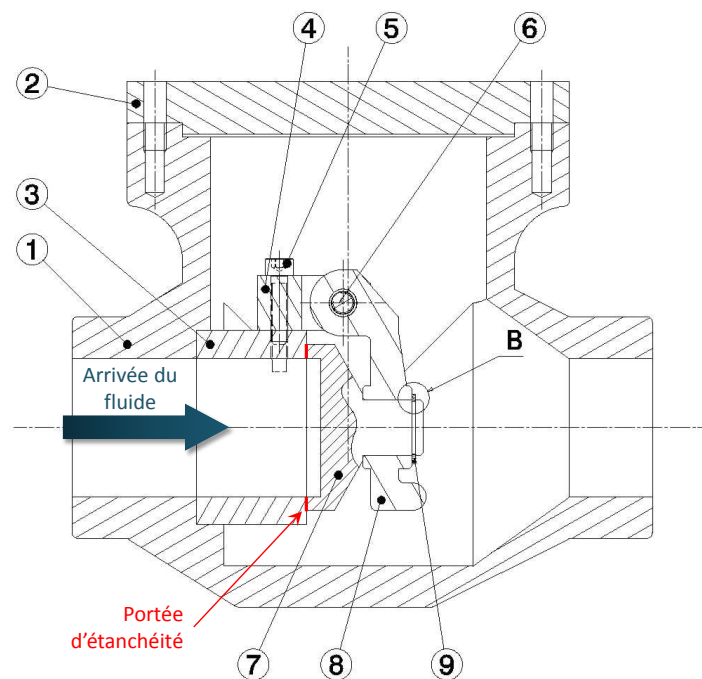


Fig. 3.45 – Plan d'un clapet anti-retour [VALLET, 08]

Ce type de clapet anti-retour est utilisé par exemple dans les centrales nucléaires. Pour cette application, les conditions thermodynamiques peuvent être très sévères, rendant l'utilisation de joints en élastomère impossible. Par exemple, l'eau qui circule dans le circuit primaire est maintenue à une température moyenne de 300 °C environ et une pression de 155 bars. Dans ces conditions, l'étanchéité va dépendre de la nature et de l'état du fluide, mais également des conditions de contact et des défauts de surface des zones portantes.

La fonction d'étanchéité du clapet est réalisée par un contact direct entre les surfaces métalliques annulaires. Les portées d'étanchéité du siège ③ et de l'opercule ⑦ sont préalablement obtenues par usinage sur un tour : il s'agit de surfaces dressées. Quelle que soit le procédé d'obtention, il subsistera sur les surfaces des défauts géométriques. L'imperfection du contact entre les surfaces qui en découle altèrera la qualité de l'étanchéité de la liaison. Le but de cette étude est de qualifier leur influence sur cette fonction.

Un dispositif expérimental a été mis en place dans le cadre d'une thèse au sein de l'équipe "Mécanique des Fluides Numérique" du laboratoire I2M de Bordeaux [VALLET, 08]. Il permet de mesurer les fuites de fluide à travers un contact métallique rugueux (figure 3.46) [MARIE *et al.*, 03, MARIE et LASSEUX, 07]. Ce montage est composé de deux pièces cylindriques, supposées rigides,

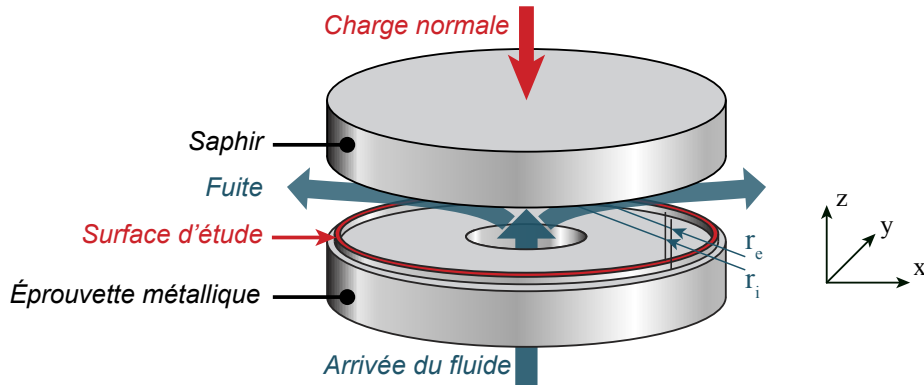


Fig. 3.46 – Schéma du dispositif expérimental

qui viennent en contact l'une sur l'autre lors de l'assemblage. L'expérience consiste à injecter un liquide sous pression au centre de l'éprouvette pour ensuite, durant plusieurs jours, observer et quantifier les débits de fuites au niveau de la zone de contact.

Le but de cette expérimentation est de valider une modélisation numérique des phénomènes d'écoulement visqueux permettant la prédiction des performances d'étanchéité en fonction des champs d'ouverture dues aux défauts de surfaces [VALLET *et al.*, 08, VALLET *et al.*, 09]. Pour mesurer ces champs et les intégrer dans le modèle, le dispositif expérimental est composé d'un saphir considéré comme parfaitement rigide, plan et lisse au regard de l'éprouvette métallique. Cette disposition suppose ainsi que seule l'éprouvette métallique comporte des défauts ce qui facilite dans l'expérimentation les mesures et la déduction des champs d'ouvertures. Dans le cas d'un assemblage de deux surfaces avec défauts, cette configuration peut être reproduite en utilisant le concept de surface écart. L'assemblage est maintenu en compression par un effort centré équivalent à un champ de pression.

Ce travail de collaboration a permis de combiner nos simulations d'assemblage avec des algorithmes de calculs de fuites pour les confronter aux résultats expérimentaux selon la procédure suivante :

1. Mise en position des surfaces avec le modèle d'érosion
2. Calculer la surface écart
3. Quantifier la fuite avec le module de calcul de l'équipe *I2M*

Afin d'identifier les types de défauts les plus pénalisants sur l'étanchéité, un plan d'expériences et une étude statistique associée sont réalisés. La finalité est d'évaluer la criticité des défauts ou des combinaisons de défauts sur les performances de l'étanchéité pour un champ de pression fixé.

3.5.3.2 Qualification de l'étanchéité

L'algorithme de calcul du débit de fuite développé par l'équipe *I2M* nécessite de connaître les champs d'ouverture de passage du fluide. Ces champs correspondent aux distances verticales qui existent entre la surface d'étude de l'éprouvette métallique et le saphir lorsque l'assemblage est soumis à un effort de compression. Ils correspondent ainsi à la surface écart $C_{\text{écart}}$ de l'assemblage.

Pour les calculer, on utilise donc la procédure d'assemblage (partie §3.4 page 63) en assimilant le saphir à la surface $C'1$ et la surface d'étude de l'éprouvette métallique à la surface $C'2$. À partir des caractéristiques géométriques de la surface d'étude de l'éprouvette métallique (figure 3.46), la mise en position du saphir (plan supposé parfait) est calculée suivant le modèle d'érosion. Ce modèle est indispensable pour ce type d'analyse pour prendre en compte les déformations locales des surfaces en contact. En effet, il a été montré dans les travaux de Vallet que la variation d'intensité de

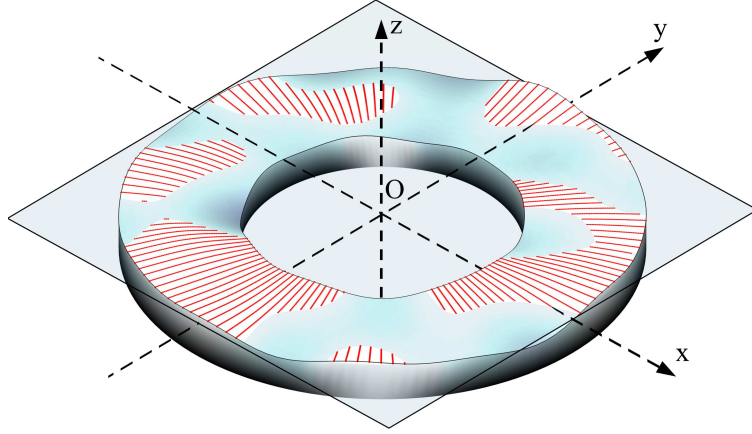


Fig. 3.47 – Mise en position du saphir sur la surface d'étude suivant le modèle d'érosion

l'effort de serrage a une influence importante sur le débit de fuite [VALLET, 08]. On peut voir sur la figure 3.47 un exemple de mise en position où les zones érodées sont hachurées.

Les zones érodées permettent d'identifier les zones de contact. Pour faciliter le calcul de la fuite circonférentielle, la surface d'étude $C2$ et ses champs d'ouverture $C_{\text{écart}}$ sont développés sous forme de bande rectiligne comme présenté sur la figure 3.48. En effet l'algorithme ne gère que les surfaces rectangulaires avec un maillage régulier. On suppose que la surface annulaire possède un fort élancement (largeur de l'anneau très fine avec $\frac{r_e - r_i}{r_e + r_i} \ll 1$) et donc que l'influence de ce développement est négligeable sur le calcul de fuite. La longueur et largeur de la bande sont définies par l'équation 3.30.

$$\begin{aligned} L_x &= r_e - r_i \\ L_y &= \pi \cdot (r_i + r_e) \end{aligned} \quad (3.30)$$

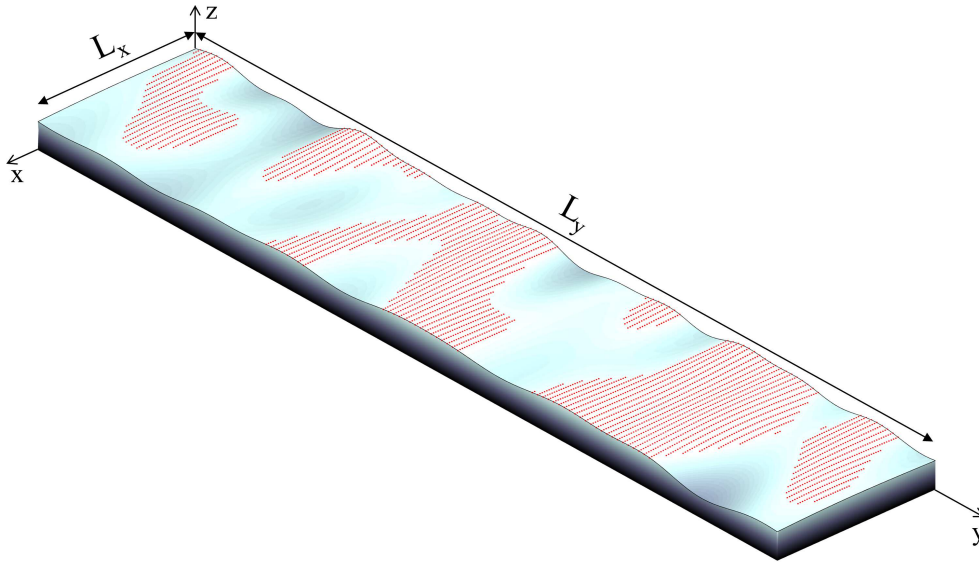


Fig. 3.48 – Surface développée sous forme de bande rectiligne

L'algorithme de caractérisation de fuite se déroule en deux étapes. La première consiste à détecter les zones non-percolées² à partir des champs d'ouverture non nuls qui ne relient pas les

²Percolé : du latin *percolare* : couler à travers. Les zones percolées sont celles qui peuvent être traversées par un

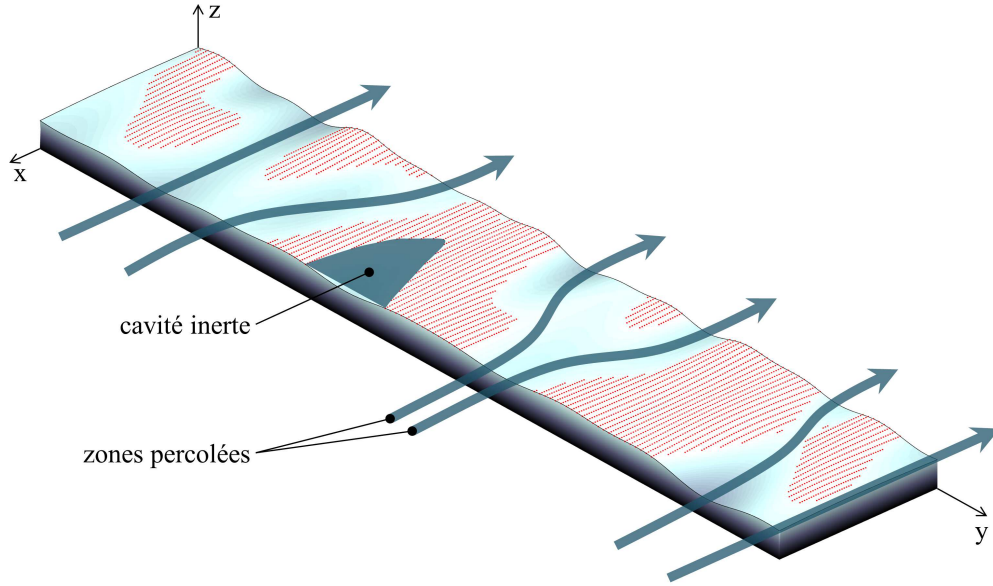


Fig. 3.49 – Étape de percolation

bords interne et externe de la surface, puis d'en déduire les zones percolées où s'écoule le fluide (figure 3.49). L'étape de percolation permet de détecter et d'éliminer les cavités "inertes" pour que le calcul de débit de fuite converge plus rapidement.

La seconde étape est le calcul de quantification de la fuite. Celle-ci est exprimée par un tenseur de transmissivité K . La transmissivité relie linéairement le débit de fuite visqueux au gradient de pression. K est ainsi un paramètre intrinsèque qui est suffisant pour caractériser le comportement de la liaison vis-à-vis de l'étanchéité. Il est calculé en résolvant les équations qui régissent l'écoulement d'un fluide incompressible de viscosité dynamique μ saturant l'interface lorsqu'un différentiel de pression est appliqué entre les bords intérieur (rayon r_i) et extérieur (rayon r_e) de la surface annulaire. Ces paramètres sont pris en compte en associant des conditions limites de pression p et de débit q aux bords de la surface (équation 3.31).

$$\begin{aligned} p(x=0) &= P_e \\ p(x=L_x) &= P_i \\ p(y=0) &= p(y=L_y) \\ q(y=0) &= q(y=L_y) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Le calcul de la transmissivité est basé sur un modèle de Reynolds (équation 3.32) où $\langle q_x \rangle$ représente la moyenne surfacique du champ de débit q_x . La procédure de calcul est détaillée en annexe A.

$$\langle q_x \rangle = \frac{K_{xx}}{\mu} \frac{P_i - P_e}{L_x} \quad (3.32)$$

La résolution de cette équation conduit à la transmissivité macroscopique K_{xx} du contact suivant l'axe \vec{x} . Ce coefficient de transmissivité K est le paramètre clef qui caractérise la performance de l'étanchéité de la liaison pour une pression de serrage donnée. Plus ce paramètre sera faible, meilleures seront les performances d'étanchéité.

Pour valider la procédure de mise en position et le calcul de fuite, nous utilisons deux résultats expérimentaux obtenus pour deux surfaces différentes nommées *Exp.1* et *Exp.2* usinées dans les fluide.

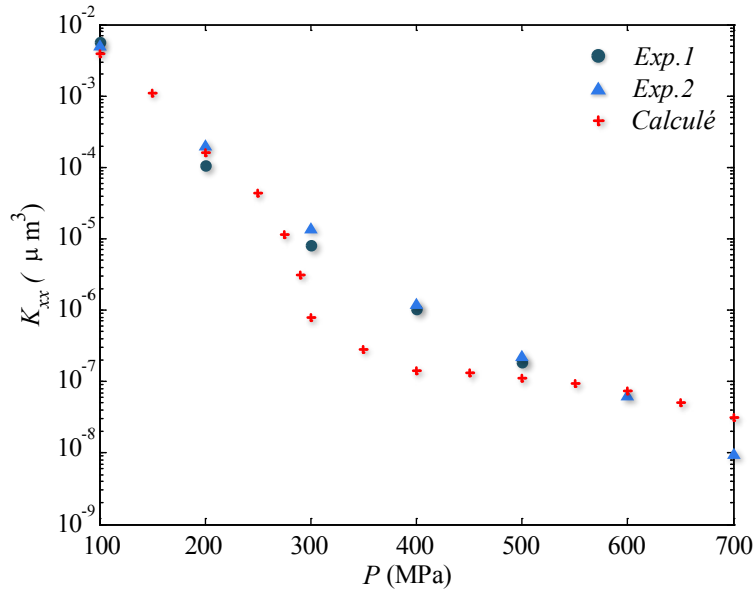


Fig. 3.50 – Comparaison entre les estimations numériques des transmissivités K_{xx} par rapport à la pression P de contact apparent et les données expérimentales provenant de deux échantillons différents (*Exp.1* et *Exp.2*)

mêmes conditions. Ce sont des surfaces tournées en acier inoxydable 316L avec $r_i = 19,85$ mm et $r_e = 20,15$ mm. Pour l'expérimentation, chacune d'elle est positionnée sur le saphir plat comme représenté sur la figure 3.46, puis le taux de fuite du liquide à travers le contact est mesuré pour un différentiel de pression liquide de 30 bars, en faisant varier la pression de serrage P de 100 à 700 MPa. Le dispositif expérimental et le protocole utilisé pour ces mesures sont détaillés dans [MARIE et LASSEUX, 07, LASSEUX et MARIE, 08]. En utilisant le modèle macroscopique de l'équation 3.32, la transmissivité K_{xx} est déduite directement des mesures du taux de fuite. Sur la figure 3.50, nous avons rapporté les résultats expérimentaux de K_{xx} obtenus. Ces résultats montrent que le facteur de transmission diminue de façon drastique d'environ six ordres de grandeur lorsque P augmente de 100 à 700 MPa, suivant une loi de puissance [MARIE et LASSEUX, 07]. Sur cette figure, on peut noter l'excellente reproductibilité expérimentale.

Pour valider la procédure numérique d'assemblage, des simulations ont été effectuées en utilisant une représentation simplifiée des surfaces métalliques réelles. Cette représentation simplifiée est basée sur une combinaison des défauts mesurés sur la surface réelle à deux échelles différentes [MARIE *et al.*, 03]. Les défauts d'échelle microscopique (essentiellement la rugosité) sont identifiés à partir d'un profil radial sur l'anneau. Ce profil est extrait de la mesure du relief sur une petite portion de la surface annulaire en utilisant une méthode d'interférométrie à lumière blanche. Les défauts d'échelle macroscopique (forme et ondulation) sont enregistrés dans la direction orthoradiale par un palpeur classique en utilisant un dispositif de mesure de la planéité. La transmissivité K_{xx} est calculée à partir de ces représentations des surfaces réelles, après le calcul de mise en position suivant le modèle d'érosion pour la même plage de pressions P que celle de l'étude expérimentale. Les résultats sont présentés dans la figure 3.50.

Bien que l'on puisse observer des écarts sur la plage intermédiaire des pressions de contact, la similarité globale est remarquable pour les six ordres de grandeurs des variations de K_{xx} . Les écarts sont la signature de la représentation simplifiée de la géométrie. En effet, la topographie réelle des surfaces est beaucoup plus riche que celle discrétisée. Ainsi, certaines échelles de défauts ne sont pas prises en compte dans le modèle numérique. Ceci implique des variations dans le calcul des déformations, (lors de la mise en position avec érosion) et dans le calcul de l'écoulement (écarts des champs d'ouverture). Cette comparaison valide ainsi le modèle numérique de calcul de transmissivité.

3.5.3.3 Paramétrage des défauts cinématique et dynamiques

La surface annulaire de contact du clapet est obtenue par usinage sur un tour : il s'agit d'une surface dressée. Ce procédé induit des défauts d'ordre cinématique et dynamique superposés lors la fabrication qu'il faut intégrer aux surfaces du modèle d'assemblage du chapitre §3.4.

Les défauts dynamiques regroupent l'ensemble des défauts : position, orientation, forme, ondulation, rugosité. Ces défauts ont pour origine les vibrations, les déformations et les différents jeux des machines qui créent des irrégularités durant l'usinage. Ces défauts sont déjà pris en compte dans le modèle de génération de défauts basé sur la DMD.

Pour une face dressée, le défaut cinématique a pour signature une spirale résultant du mouvement d'avance de l'outil de coupe par rapport à la rotation de la pièce (avance par tour combinée à la rotation). Ce défaut est systématique pour chaque pièce d'une même gamme. En effet la géométrie de la spirale est intrinsèque aux paramètres utilisés lors de l'usinage (vitesse de rotation, d'avance, forme de l'outil...). Ce défaut est caractérisé par le vecteur V_S . Il est défini par l'équation 3.33, où p et A sont le pas et l'amplitude de la spirale déterminés par la cinématique de tournage. Il est calculé pour chaque point du maillage défini au début de la mise en place de la procédure d'assemblage page 56, où les 70 cercles concentriques sont caractérisés par leur rayon r_j et les 140 secteurs angulaires de la surface annulaire par leur position angulaire θ_k .

$$V_{S_i} = A \cos \left(2\pi \cdot \frac{r_j}{p} + \theta_k \right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i = j \cdot k \\ j \in [1, 70] \text{ tel que } j \in \mathbb{N}^* \\ k \in [1, 140] \text{ tel que } k \in \mathbb{N}^* \end{cases} \quad (3.33)$$

Durant le processus de génération de défauts de pièce du chapitre §3.4, le défaut cinématique peut-être intégré en l'ajoutant à la composition du défaut de forme et de position (présenté au paragraphe §3.3.5.3). Pour l'assemblage étudié, les jeux autorisent un rotulage du clapet par rapport à l'orifice qu'il doit obturer. Par conséquent le défaut de position est compensé par ce rotulage. Dans la génération des défauts de surface, il ne faut pas tenir compte du défaut de position. La relation 3.16 : $V_C = V_p + V_f$ page 63, est ainsi remplacée par l'équation 3.34.

$$V_C = V_f + V_S \quad (3.34)$$

La figure 3.51 présente un exemple de composition de défaut dynamique et cinématique.

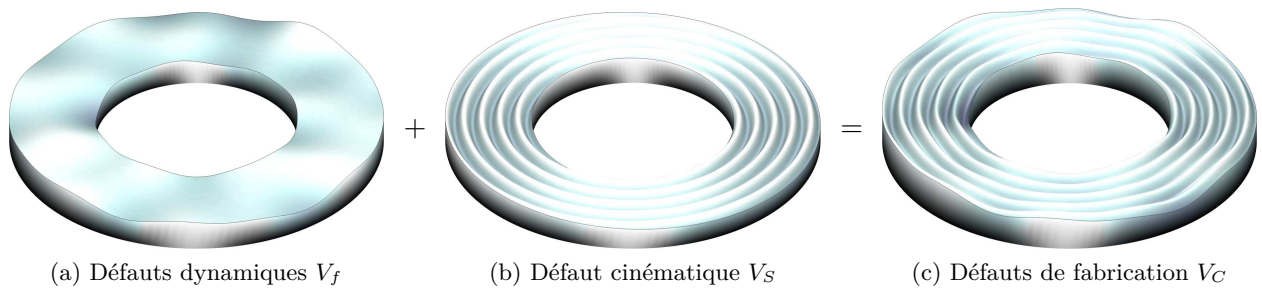


Fig. 3.51 – Somme des défauts dynamiques et cinématique de la surface annulaire

3.5.3.4 Procédure d'analyse

Pour cette étude, on cherche à connaître l'influence des défauts de forme sur la performance d'étanchéité. Nous avons choisi d'utiliser des approches statistiques basées sur les plans d'expériences.

3.5.3.4.1 Principe général du plan d'expériences

Un plan d'expériences est une suite d'essais organisés à l'avance ayant pour but de quantifier l'influence de plusieurs paramètres sur la réponse d'un système à partir de résultats d'expérimentations.

Dans un plan d'expériences, les paramètres sont des facteurs variables que l'on désire étudier et qui sont supposés avoir une influence sur la réponse du système. Ces facteurs peuvent prendre toutes les valeurs contenues dans un intervalle de variation défini $[b_{inf}; b_{sup}]$:

- b_{inf} : Borne inférieure - limite basse (ou niveau bas) des valeurs que le facteur peut prendre.
- b_{sup} : Borne supérieure - limite haute (ou niveau haut) des valeurs que le facteur peut prendre.

Le domaine étude du plan d'expériences définit les bornes des facteurs : les points d'expériences peuvent se situer soit à l'intérieur soit sur les frontières du domaine. Il est de forme hyperrectangulaire de dimension nb_f (nb_f = nombre de facteurs). La taille de l'hyper rectangle est imposée par les bornes inférieures et supérieures de chacun des facteurs. Ainsi, pour deux facteurs, il est possible de représenter le domaine d'étude comme sur la figure 3.52. Cette zone d'étude est délimitée par les bornes des deux facteurs $x_1 \in [b_{inf1}; b_{sup1}]$ et $x_2 \in [b_{inf2}; b_{sup2}]$.

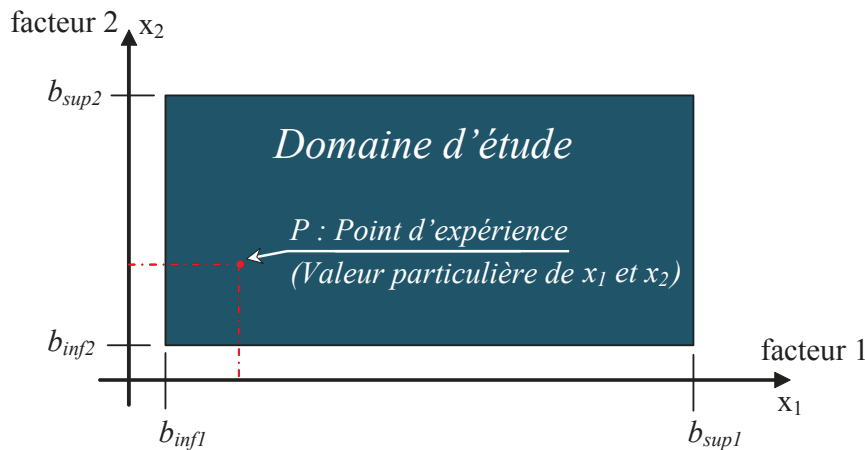


Fig. 3.52 – Représentation d'un domaine d'étude bidimensionnel

La démarche consiste à calculer la réponse du système pour plusieurs combinaisons des valeurs de facteurs qui sont définies suivant un plan d'expériences. Chaque expérience est ainsi caractérisée par les valeurs de ces facteurs. Pour des soucis de comparaison des effets des facteurs et d'interprétation du modèle, mais aussi pour faciliter les calculs liés au dépouillement des plans d'expériences, chacun des facteurs varie dans l'intervalle $[-1; +1]$ (notation de Yates). Ainsi, -1 correspond au niveau bas du facteur ($b_{inf} = -1$), tandis que $+1$ correspond au niveau haut ($b_{sup} = +1$). Les différentes expériences sont répertoriées dans un tableau, le plan d'expériences, où pour chaque expérience, la réponse du système est calculée.

La surface de réponse réelle n'est pas explicite dans certains cas, elle peut même être inconnue comme dans le cas de procédés réels. Le but du plan d'expériences est d'approximer une surface de réponse théorique à partir de quelques points expérimentaux. Généralement, on cherche à identifier un modèle mathématique de type polynômial (figure 3.53).

Le modèle mathématique polynômial dépend de la complexité de la réponse du système. En effet si la réponse est supposée linéaire, pour chaque facteur, deux points aux extrémités du domaine sont suffisants ; pour une surface quadratique, trois, etc. [LEDOUX, 05].

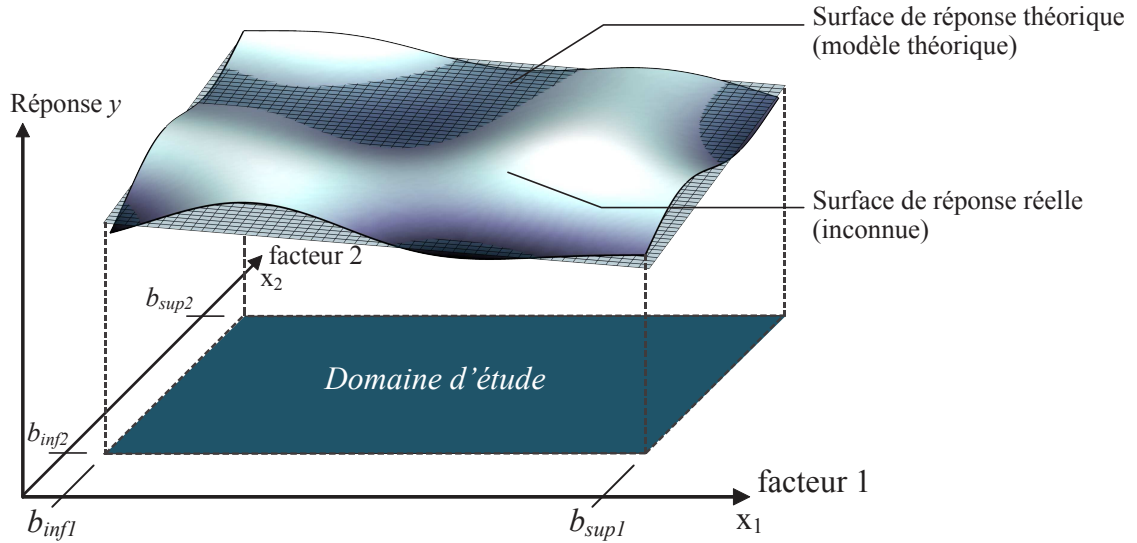


Fig. 3.53 – Surface de réponse pour 2 paramètres (d'après [LEDOUX, 05])

3.5.3.4.2 Application à notre étude

L'objectif est d'analyser l'influence des différents défauts modaux sur l'efficacité de l'étanchéité statique et hiérarchiser leur influence afin d'estimer l'efficacité de l'appui plan annulaire.

Pour appliquer la méthode des plans d'expériences à notre étude, on commence par identifier les différents éléments :

- Les paramètres sont les modes propres dont les niveaux sont définis par le vecteur λ et pour lesquels on souhaite déterminer l'influence ;
- Le système est l'ensemble des opérations permettant de calculer la fuite (génération des défauts, mise en position, calcul de la fuite) ;
- La réponse du système est la transmissivité K_{xx} .

La démarche consiste à calculer la transmissivité K_{xx} d'un ensemble de surfaces. Ces surfaces sont construites à partir de compositions modales (paragraphe §3.3.5.2) dont les facteurs d'influence λ_i sont définis dans une table d'essais et varient dans l'intervalle $[-1; +1]$. Tester l'ensemble des combinaisons possibles des facteurs d'influence n'est pas envisageable (un plan complet avec 50 modes propres compte 2^{50} soit $1,125 \cdot 10^{15}$ expériences). Il est donc nécessaire d'utiliser une approche structurée et séquentielle pour limiter le nombre d'essais.

Pour cela, on propose d'utiliser une stratégie d'analyse composée de deux plans d'expériences :

1. *Un plan de criblage* : testant l'ensemble des paramètres avec peu d'essais. Ce plan d'expériences a pour but de déterminer quels sont les n^0 modes influents parmi les n modes ($n = 50$). Il se base sur un plan fractionnaire limitant le nombre d'essais mais ne permettant pas de détecter les interactions (couplages de paramètres). Ce premier plan vise à identifier les modes les plus influents.
2. *Un plan pour surface de réponse* : basé sur un modèle quadratique complet en considérant seulement les coefficients modaux λ_i influents retenus à la première étape (i étant le numéro d'un mode parmi les n^0 sélectionnés). Cette seconde approche permet de quantifier l'influence des paramètres et d'estimer les interactions.

Différentes approches pour le criblage sont proposées dans la littérature comme la conception sursaturée ou les plans d'expériences fractionnaires habituellement basés sur les matrices de Hadamard. La conception sursaturée consiste à agréger plusieurs variables dans un paramètre -un alias- et de déterminer ensuite l'influence de chaque alias [LIN, 95]. Cette technique conduit évidemment

à un nombre d'expériences nécessaires inférieur à celui du plan complet. Toutefois, la sélection des alias pertinents est une tâche difficile. Une certaine connaissance sur les paramètres influents est nécessaire a priori au risque de négliger certains d'entre eux, selon les choix d'agrégations [ABRAHAM *et al.*, 99].

Pour contourner cette difficulté, nous avons choisi d'utiliser un plan d'expériences fractionnaire basé sur une matrice Hadamard, pour laquelle le nombre d'expériences nécessaires est proche du nombre de paramètres à étudier.

3.5.3.5 Résultats

On cherche à qualifier l'influence des 50 premiers défauts modaux sur la performance d'étanchéité. Cette base comprend à la fois les défauts de forme et d'ondulation. Comme support d'étude, on utilise des surfaces annulaires de rayons internes et externes $r_i = 19,85$ mm et $r_e = 20,15$ mm conformément à la géométrie réelle des surfaces étudiées du clapet anti-retour (figure 3.45). Elles sont composées de défauts d'ordre cinématique et dynamique superposés. Les défauts cinématique est identique pour chaque surface, c'est une spirale d'amplitude $A = 20$ μ m et de pas $p = 50$ μ m. Les défauts dynamiques sont générés par la méthode modale et caractérisés par une approche par plans d'expériences.

La masse volumique, module de Young et coefficient de Poisson de l'acier inoxydable 316L des composants sont respectivement $7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, 210 GPa et 0,3.

On cherche à qualifier l'influence des défauts pour une pression de serrage P allant de 50 à 200 MPa, par pas de 50 MPa. Cette plage correspond aux conditions d'applications industrielles classiques.

3.5.3.5.1 Plan de criblage

Le plan de criblage est construit à partir d'une matrice de Hadamard [PLACKETT et BURMAN, 46]. Chaque expérience est composée d'une surface générée par la méthode modale où un niveau x_i est attribué à chaque coefficient modal λ_i . Pour ne pas biaiser les résultats, nous utilisons comme niveau une valeur unique métrique m tel que $x_i = \pm 1$ (c'est à dire $\lambda_i = \pm m$ avec $i \in \{1, 50\}$). Pour analyser les 50 premiers modes (sans les interactions), cette procédure conduit à un ensemble de 128 expériences différentes, soit 128 surfaces générées [COLLOMBIER, 96]. La transmissivité K_{xx} des 128 expériences est ensuite calculée pour chaque pression de serrage $P \in \{50; 100; 150; 200\}$ MPa.

Un aperçu de cette matrice est visible sur le tableau 3.5 où chaque ligne du tableau correspond à une expérience. Chaque expérience est caractérisée par la transmissivité K_{xx} calculée dans la dernière colonne pour une pression P donnée. Pour cela, l'amplitude du défaut dynamique V_f généré lors de chaque expérience est normalisée à 20 μ m. Cette valeur correspond exactement à celle de l'amplitude A du défaut cinématique V_S de la rainure en spirale décrite au paragraphe §3.5.3.3. Ainsi lors de la superposition des défauts (équation 3.34), les défauts d'ordre cinématique et dynamique sont comparables.

Pour chaque pression de serrage, une analyse de l'ensemble des résultats K_{xx} du plan de criblage permet d'identifier la surface de réponse $K_{xx_{lin}}$ en fonction des paramètres x_i . Cette procédure se base sur un modèle polynomial linéaire (équation 3.35).

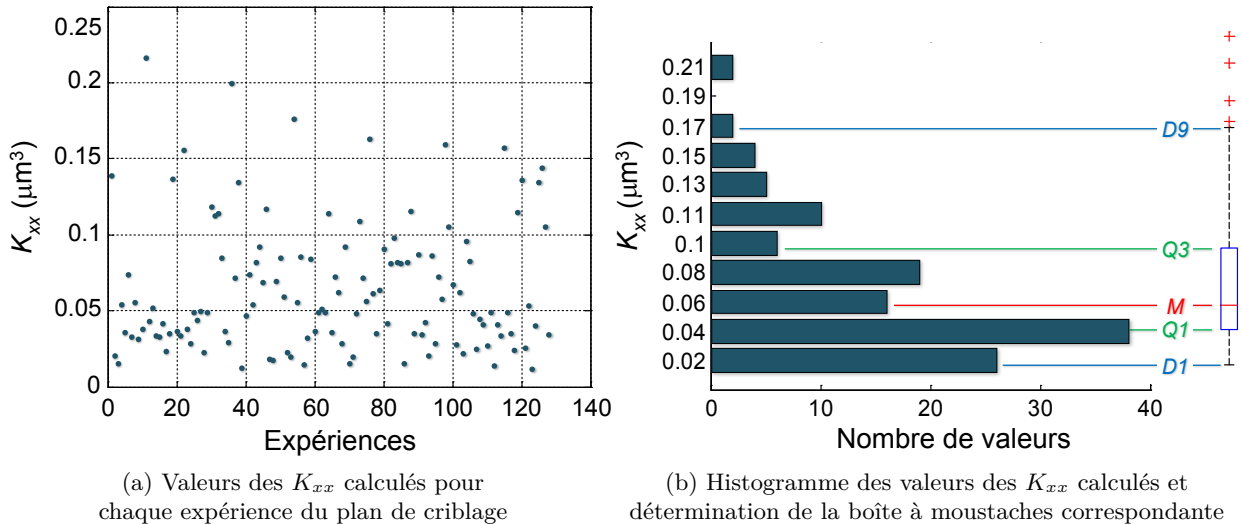
$$K_{xx_{lin}} = a_0 + \sum_{i=1}^{n=50} a_i \cdot x_i \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a_0 & : \text{Moyenne des résultats des expériences} \\ a_i & : \text{Effet du mode } i \text{ (que l'on cherche à identifier)} \\ x_i & : \text{Facteur d'amplitude du mode } i \end{cases} \quad (3.35)$$

	λ_{01}	λ_{02}	λ_{03}	λ_{04}	$\lambda_{...}$	$\lambda_{...}$	$\lambda_{...}$	λ_{47}	λ_{48}	λ_{49}	λ_{50}	K_{xx} (50 MPa)
Expérience 1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,594
Expérience 2	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1,312
Expérience 3	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	2,349
Expérience 4	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1,718
Expérience...
Expérience...
Expérience 128	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1,782

Tab. 3.5 – Extrait du plan d'expériences de criblage et des résultats pour l'étude de 50 modes

La moyenne a_0 et l'ensemble des coefficients d'influence a_i de chaque $i^{\text{ème}}$ mode est estimée par un modèle des moindres carrés pour coïncider au mieux avec l'ensemble des résultats K_{xx} calculés dans le plan de criblage.

Dans le cadre de cette analyse de criblage, le modèle $K_{xx_{lin}}$ n'est valable que pour les combinaisons spécifiques considérées dans le plan d'expériences et ne peut pas être utilisé pour toute interpolation ou extrapolation. Dans la figure 3.54a, nous avons rapporté les valeurs des K_{xx} calculées pour chaque expérience du plan de criblage avec une pression de serrage $P = 150$ MPa. On peut voir que la plage de transmissivité est de grande étendue comme en témoigne l'histogramme rapporté dans la figure 3.54b.

Fig. 3.54 – Résultats du plan de criblage pour une pression de serrage de $P = 150$ MPa

Ces résultats peuvent être synthétisés sous la forme de boîte à moustaches dont la construction est illustrée à la figure 3.54b. Ce type de diagramme donne une indication graphique sur la valeur médiane (la ligne rouge de la boîte noté M), les premier et dernier quartiles (limites de la boîte noté $Q1$ et $Q3$ en vert) et déciles (lignes pointillées bleues sortant du bloc, $D1$ et $D9$).

Les boîtes à moustaches de chaque lot de résultats K_{xx} en fonction de la pression de serrage P sont présentées figure 3.55. Comme prévu, la transmissivité K_{xx} diminue fortement avec l'augmentation de P . La valeur médiane suit approximativement une loi de puissance ($K_{xx} = 32345 \cdot P^{-2,7}$, $R^2 \approx 0,96$), ce comportement est en accord avec les résultats expérimentaux (figure 3.50 du paragraphe §3.5.3.2) et confirme que l'efficacité de l'étanchéité statique, quels que soient les défauts, peut être améliorée en augmentant la pression de contact.

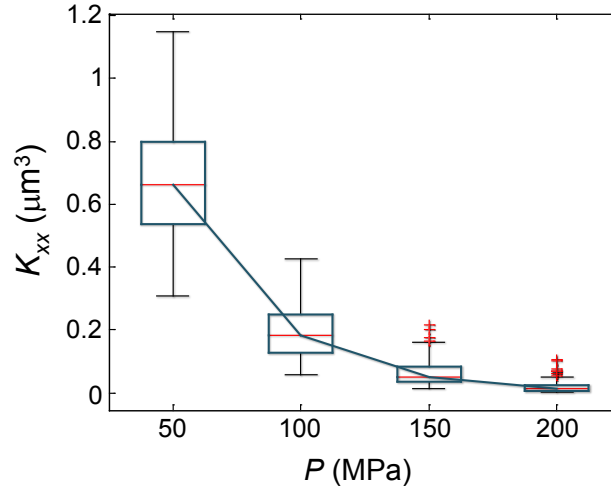


Fig. 3.55 – Représentation des boîtes à moustaches des lots de résultats K_{xx} en fonction de la pression de serrage P

Bien que la pression de contact soit un facteur fondamental pour limiter la transmissivité, ce paramètre est toutefois limité dans la pratique. En effet la force de serrage et la rigidité de l'assemblage ne permettent pas nécessairement d'appliquer la charge nécessaire pour atteindre le niveau souhaité d'étanchéité. Néanmoins, ces résultats montrent également que l'on peut optimiser l'efficacité d'une liaison sans joint, sans modifier la conception de l'assemblage mais juste en contrôlant les défauts modaux des surfaces.

En effet, d'après les boîtes à moustache, il est possible de majorer ou minorer la valeur médiane et fonction des combinaisons de défauts (figure 3.55 et tableau 3.6). Par exemple, pour $P = 50$ MPa, $M \approx 0,66 \mu\text{m}^3$ tandis que la variation $D9 - D1$ due aux variations des défauts modaux est d'environ $0,8 \mu\text{m}^3$.

P (MPa)	50	100	150	200
M (μm^3)	0,66	0,18	0,05	0,014
$D1$ (μm^3)	1,15	0,43	0,16	0,05
$D9$ (μm^3)	0,31	0,06	0,012	0,003
Plage de variation du K_{xx} (μm^3)	0,84	0,37	0,148	0,047

Tab. 3.6 – Valeurs médianes et déciles des K_{xx} calculés pour P allant de 50 MPa à 200 MPa

Pour identifier les modes les plus influents parmi les 50 modes initiaux, il faut déterminer quels sont les coefficients a_i dans le modèle $K_{xx|in}$ de l'équation 3.35 qui ont une influence notable sur le K_{xx} . Ceci peut être effectué en utilisant le diagramme de Daniel [HUNTER et HUNTER, 78] ou le diagramme de Pareto [DRAPER et al., 66] qui est basé sur une comparaison des effets d'un paramètre sur la variance résiduelle.

Pour cela, les modes sont ordonnés en fonction de la valeur absolue de leur coefficient d'influence a_i . Les figures 3.56 a-d présentent les résultats de ce classement pour chaque pression P où seuls les quinze premiers modes sont visibles pour plus de clarté. Ensuite, pour chaque classement, une limite significative est calculée à partir de la variance résiduelle selon un seuil $p = 0,05$ qui est une valeur classique pour ce type d'analyse statistique. Cette limite est matérialisée par la ligne verticale rouge sur les graphiques de la figure 3.56. Les modes influents sont alors identifiés comme tels, si la valeur de leur coefficient d'influence est supérieure à cette limite significative correspondant au critère p .

La figure 3.57 présente une synthèse de cette analyse où les modes influents identifiés sont

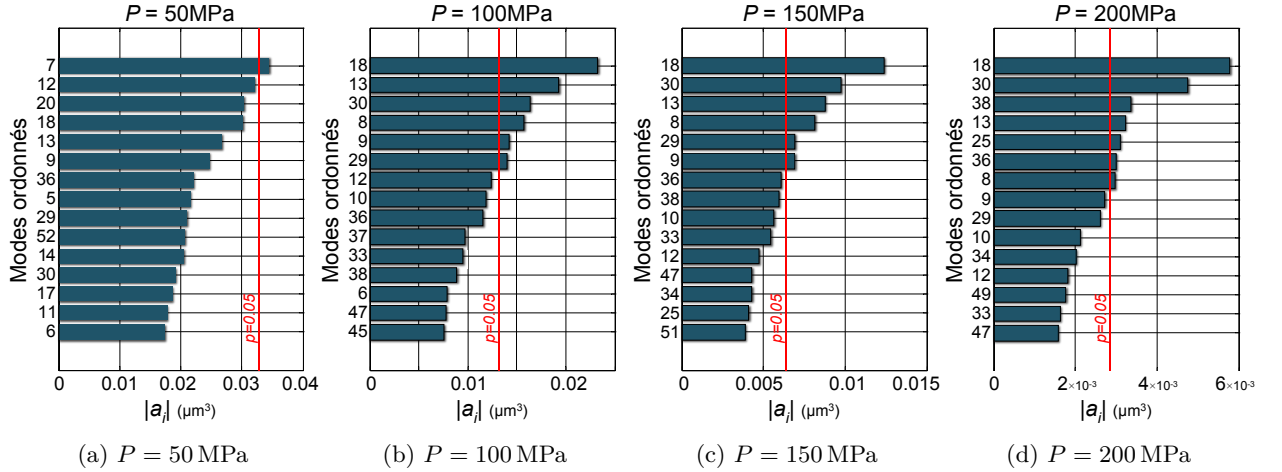


Fig. 3.56 – Modes ordonnés en fonction de la valeur absolue de leur coefficient d'influence a_i issu du modèle $K_{xx|in}$ (équation 3.35)

surlignés pour chaque valeur de pression P . On peut constater qu'il n'y a qu'un seul défaut influent correspondant au mode n° 4 lorsque $P = 50 \text{ MPa}$. Lorsque P est augmenté jusqu'à 150 MPa , plus de modes sont influents, à savoir les modes n° 8, 9, 13, 18, 29 et 30. Pour une pression de contact de 200 MPa , les modes n° 6 et 26 ne jouent plus aucun rôle significatif tandis que les modes n° 25, 36 et 38 deviennent influents.

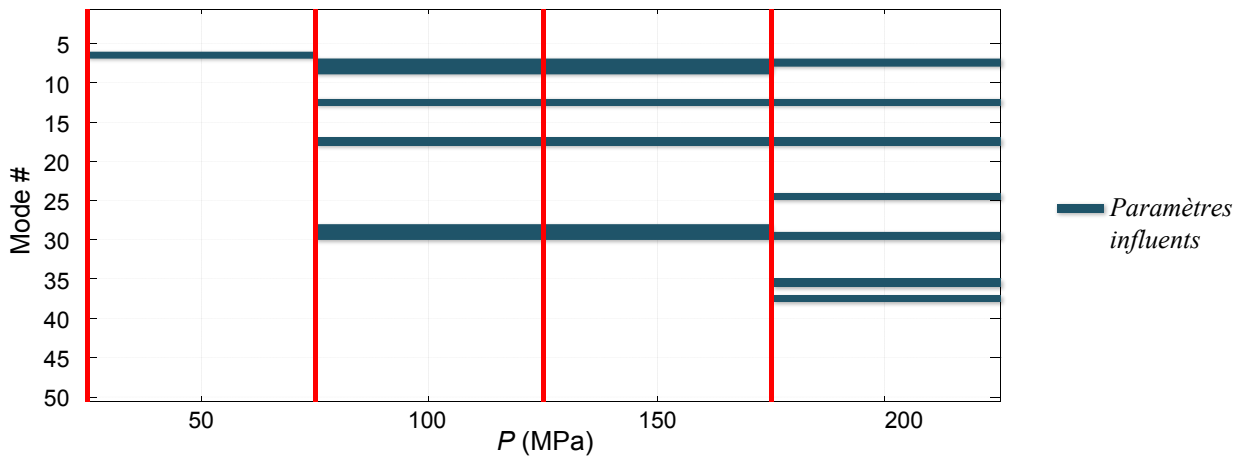
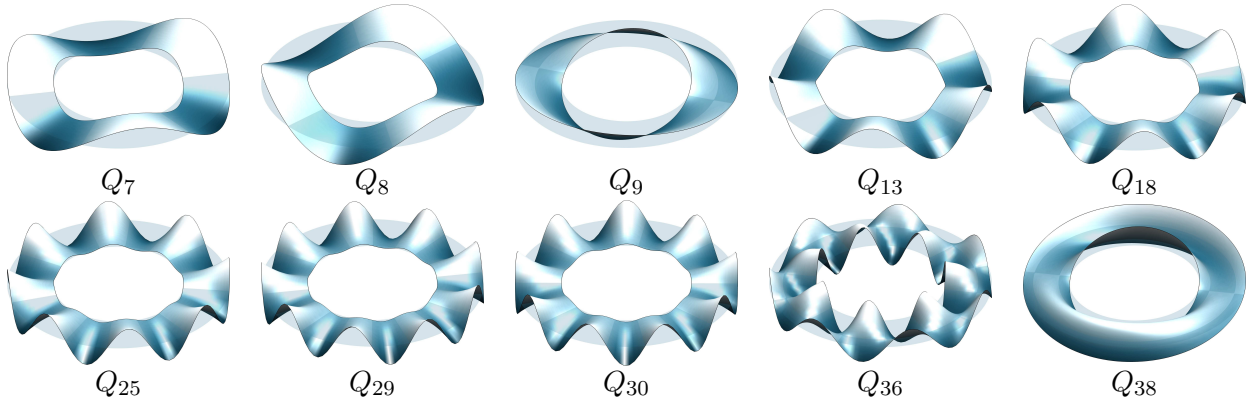


Fig. 3.57 – Paramètres influents identifiés

Ces résultats montrent clairement que les modes élevés, qui correspondent à des formes de complexité croissante, deviennent influents avec l'augmentation de la pression de contact. Ce résultat est conforme à l'étude expérimentale et numérique rapportée dans une étude précédente [MARIE *et al.*, 03]. Il convient également de noter qu'il n'y a pas de mode d'influence plus grand que le mode n° 35 sur la gamme de pression de cette étude. Ceci indique que le choix initial de $n = 50$ modes pour générer les surfaces est pertinent.

Sur l'ensemble des pression P de l'étude, le nombre n^0 de modes significatifs qui influent sur la valeur et la variabilité de la transmissivité K_{xx} de la surface, est égal à 10. Ce sont les modes n° 7, 8, 9, 13, 18, 25, 29, 30, 36 et 38. Ils sont représentés sur la figure 3.58. À partir de cette liste restreinte de modes, nous proposons de faire un second plan d'expériences pour obtenir une surface de réponse dans le paragraphe suivant.

Fig. 3.58 – Modes influents pour une pression de serrage P allant de 50 MPa à 200 MPa

3.5.3.5.2 Plan pour surface de réponse

Nous avons choisi d'utiliser la méthode de Box-Behnken qui propose de calculer une surface de réponse sous la forme d'un polynôme du second degré correspondant à un modèle quadratique complet [BOX et BEHNKEN, 60]. Cette seconde approche permet de quantifier l'influence des paramètres et d'estimer les interactions.

Pour les expériences de ce nouveau plan, chaque mode i parmi les modes n^0 retenus à la première étape, est pondéré d'un niveau x_i pouvant avoir trois valeurs, à savoir -1 , $+1$ et 0 . Cette dernière valeur correspond à une absence du mode dans la composition des défauts. Les points du plan d'expériences sont situés à l'intérieur d'un hypercube (expériences 1 à 160) et sont complétés par une séquence de 10 points centraux (expériences 161 à 170) pour lequel tous les modes n^0 sont définis au niveau 0. Comme pour le plan de criblage, ce plan composé de 170 expériences est répété pour P allant de 50 à 200 MPa, tous les 50 MPa. Pour chaque valeur de pression P , une surface de réponse est calculée (équation 3.36).

$$K_{xx_{quad}} = b_0 + \sum_i b_i x_i + \sum_i \sum_{j \geq i} b_{ij} x_i x_j \quad (3.36)$$

Dans cette formule, i et j désignent les n^0 modes $n^\circ \{7, 8, 9, 13, 18, 25, 29, 30, 36 \text{ et } 38\}$, b_0 correspond à la valeur moyenne et les facteurs b_i sont les effets linéaires de chaque mode. Les effets des interactions pour chaque paire possible de modes sont pris en compte par les facteurs b_{ij} , qui considèrent également les effets quadratiques lorsque $i = j$. Ce modèle devrait être prédictif pour tous coefficients d'amplitude des modes, c'est-à-dire pour toutes les valeurs continues de $x_i \in [-1, +1]$. Par conséquent, les coefficients de l'équation 3.36 ont été ajustés selon une procédure des moindres carrés dans la condition que $\min_{x_i, x_j \in [-1, 1]} (K_{xx_{quad}}) \geq 0$ afin de garder le modèle physique réaliste sur les points du plan d'expériences (i.e. pas de débit négatif). La qualité de l'ajustement a été estimée par le critère R^2 ajusté, noté R_{adj}^2 , dont les valeurs sont reportées dans le tableau 3.7 pour les différentes valeurs de P . Le critère R_{adj}^2 est de 91% pour une pression de 50 MPa. Lorsque l'on augmente la pression de serrage P ($P > 100$ MPa), la valeur de R_{adj}^2 est d'environ 60% et reste quasi constante. Ce test permet de conclure que le modèle quadratique est pertinent pour l'ensemble des pressions.

P (MPa)	50	100	150	200
R_{adj}^2 (%)	91	71	60	58

Tab. 3.7 – Précision de la surface de réponse estimée par R_{adj}^2 pour P allant de 50 MPa à 200 MPa.

Par conséquent, l'influence de chacun des modes n^0 sur le $K_{xx_{quad}}$ peut maintenant être quantifiée par la dérivé partielle $\frac{\delta K_{xx_{quad}}}{\delta x_i}$ déterminant la sensibilité de chaque mode n^0 sur $K_{xx_{quad}}$ par l'équation 3.37.

$$\frac{\delta K_{xx_{quad}}}{\delta x_i} = b_i + \sum_{j>i} b_{ij}x_j + \sum_{j<i} b_{ji}x_j + 2b_{ii}x_i \quad \text{avec } i, j \in \{7, 8, 9, 13, 18, 25, 29, 30, 36, 38\} \quad (3.37)$$

Plutôt que d'estimer la sensibilité de chaque mode pour une configuration précise du modèle ajusté, ce qui pourrait biaiser les conclusions, un comportement plus général peut être déterminé en analysant la dispersion de chaque sensibilité définie par leur maximum et minimum calculés par les équations 3.38 et 3.39.

$$\left. \frac{\delta K_{xx_{quad}}}{\delta x_i} \right|_{\max} = b_i + \sum_{j>i} |b_{ij}| + \sum_{j<i} |b_{ji}| + 2|b_{ii}| \quad \text{avec } i, j \in \{7, 8, 9, 13, 18, 25, 29, 30, 36, 38\} \quad (3.38)$$

$$\left. \frac{\delta K_{xx_{quad}}}{\delta x_i} \right|_{\min} = b_i - \sum_{j>i} |b_{ij}| - \sum_{j<i} |b_{ji}| - 2|b_{ii}| \quad \text{avec } i, j \in \{7, 8, 9, 13, 18, 25, 29, 30, 36, 38\} \quad (3.39)$$

Les dispersions calculées des sensibilités de chaque mode n^0 sont représentées dans la figure 3.59 où l'on peut voir également, accolées à chaque segment de sensibilité, les minimum et maximum des $K_{xx_{quad}}$ correspondants en μm^3 . Pour chaque valeur de pression P , nous avons aussi indiqué la valeur $\max(K_{xx_{quad}})$ de la surface de réponse.

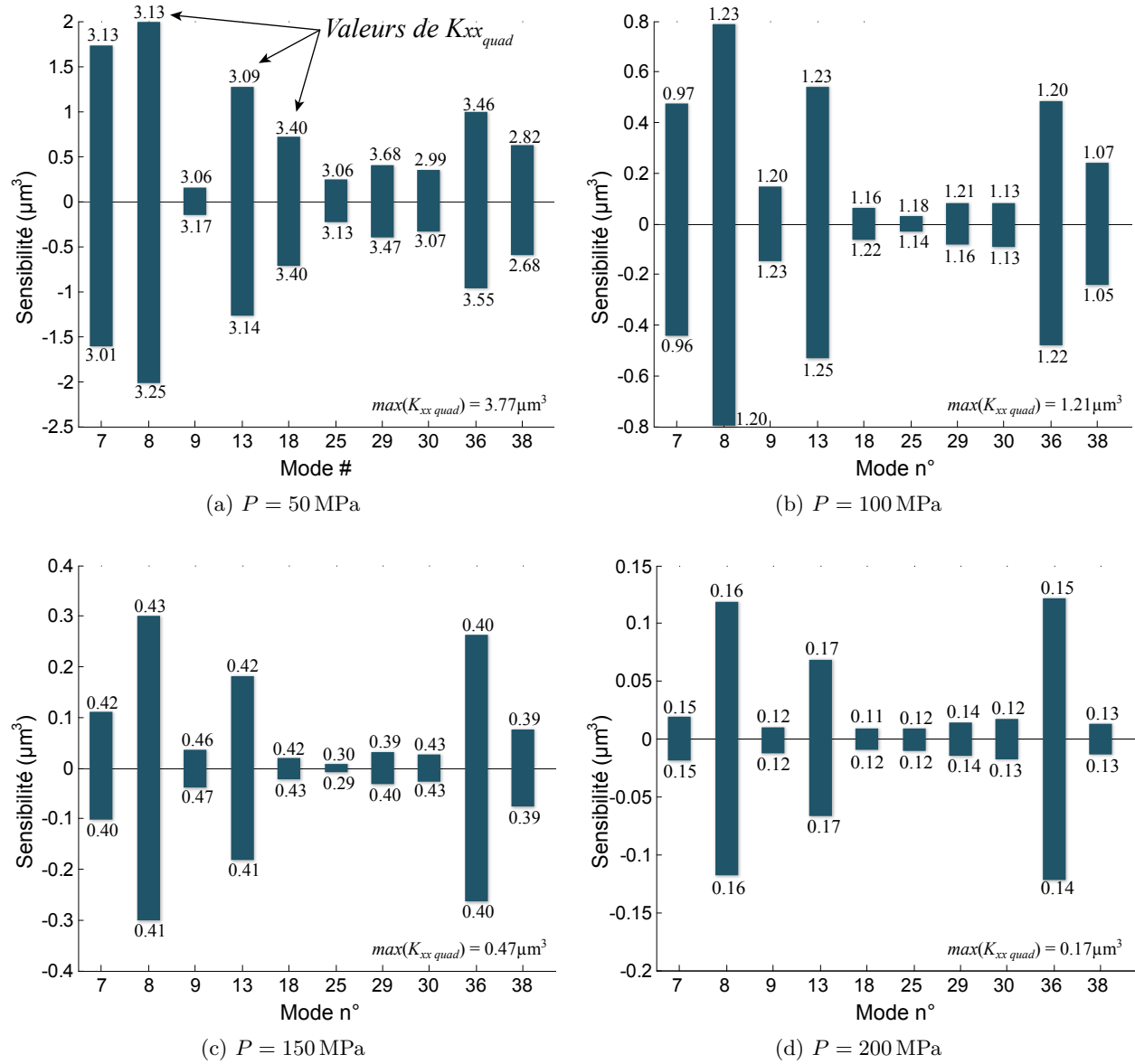
Premièrement, sur la figure 3.59, on constate de forts contrastes entre les plages de sensibilité des différents modes. Ensuite, on peut voir que ces plages se réduisent toutes avec l'augmentation de P .

Une analyse plus approfondie permet de comparer l'influence de chaque défaut modal sur l'efficacité de l'étanchéité en fonction de la pression de serrage P . En effet, sur toute la gamme de pression, la transmissivité est peu sensible aux modes n^0 9, 25, 29 et 30 par rapport aux modes n^0 7, 8, 13, 18, 36 et 38. Toutefois, parmi ces six modes importants, les plages de sensibilités des modes n^0 7, 18 et 38 baissent plus rapidement avec l'augmentation de la pression comparées aux trois autres. En particuliers, les modes n^0 7, 18 et 38 qui ne conduisent pas à des dispersions importantes des valeurs de K_{xx} si la pression de serrage est importante (supérieure à 100 MPa pour le mode n^0 18 et 200 MPa pour les modes n^0 7 et 38).

Par conséquent, si la surface considérée ici est fabriquée en série, on peut s'attendre à une grande dispersion du facteur K_{xx} sur un lot de pièces présentant une efficacité d'étanchéité relativement faible si ces modes importants sont présents. En d'autres termes, on peut améliorer l'efficacité d'étanchéité sur une série de pièces en utilisant un processus de fabrication approprié qui n'induit pas la génération de ces modes lorsque la surface est usinée.

Comme autre perspective complémentaire, il est également intéressant de regarder quels sont les facteurs d'amplitude des défauts modaux de la surface qui conduisent à des valeurs minimales de K_{xx} . On peut voir dans le tableau 3.8 les facteurs d'amplitudes x_i , (i étant l'un des modes n^0), qui minimisent le K_{xx} pour les quatre valeurs de Pression 50, 100, 150 et 200 MPa. On constate ainsi que pour des conditions d'étanchéité optimales il faut que tous les x_i soient de petites tailles, sauf x_9 et x_{38} qui sont à la valeur maximum (+1).

Ainsi, en paramétrant tous les x_i à 0, sauf pour ces deux modes x_9 et x_{38} qui sont conservés à +1, on obtient des valeurs K_{xx} qui sont au moins 7 fois inférieures aux valeurs $\max(K_{xx_{quad}})$ rapportées


 Fig. 3.59 – Dispersion des sensibilités de $K_{xx \text{ quad}}$ des n^0 modes influents

x_7	x_8	x_9	x_{13}	x_{18}	x_{25}	x_{29}	x_{30}	x_{36}	x_{38}
-0,079	0,142	1	0,023	0,014	-0,330	0,074	-0,061	0,003	1

Tab. 3.8 – Valeurs de niveau des modes n^0 conduisant à des minimums de K_{xx} pour les quatre valeurs de pression 50, 100, 150 et 200 MPa

dans la figure 3.59, et ceci pour chaque pression de serrage P . Pour cette configuration de niveaux de modes, les sensibilités correspondantes restent également beaucoup plus petites (au moins 6 fois inférieures) que le maximum (ou minimum) des valeurs $\frac{\delta K_{xx_{quad}}}{\delta x_i}$ (avec i comme identifiant des n^0). Ces résultats montrent que, parmi tous les modes, les modes n^0 n° 9 et 38 (représentés sur la figure 3.58) sont des défauts qui favorisent l'efficacité de l'étanchéité par rapport aux autres modes. Ceci indique clairement que le facteur de transmissivité peut-être significativement amélioré avec des défauts modaux appropriés en fonction de la surface rugueuse étudiée.

3.5.3.6 Bilan

L'efficacité de l'étanchéité statique des surfaces en contact sans joint est un enjeu majeur pour de nombreuses applications industrielles impliquant des conditions de fonctionnement extrêmes comme les hautes pressions, les températures extrêmes, les conditions cryotechniques ou encore des fluides corrosifs. Nous avons étudié ce type d'assemblage pour analyser l'influence des défauts de forme sur la performance d'étanchéité.

Bien au-delà de l'exemple d'illustration sur lequel cette méthode globale a été utilisée, plusieurs conclusions se dégagent de cette analyse.

En effet, les spécifications géométriques pour les surfaces dont le but fonctionnel est l'étanchéité se limitent généralement à des tolérances au niveau de la rugosité et de la planéité. Cette étude met clairement en évidence que ce type de spécification n'est pas suffisant pour garantir une réponse optimale de l'assemblage, sauf peut-être lorsque la pression de serrage est suffisamment importante pour compenser les défauts.

Ce travail montre qu'une sélection appropriée des défauts modaux peut être faite pour réduire de manière drastique l'incertitude de transmissibilité sur un lot de pièces, ce qui permet l'étanchéité des pièces. De plus, cette sélection peut être optimisée pour réduire de manière significative la transmissivité des assemblages lorsque les défauts modaux de la surface sont bien contrôlés.

Bien que le contrôle complet des défauts modaux sélectionnés ne soit pas encore possible en termes de fabrication de surface pour parvenir à une telle amélioration, ce travail propose des perspectives pour garantir des conditions d'étanchéité optimales. En effet, il n'implique pas de contrainte de conception supplémentaire pour l'assemblage, le gain étant réalisé sans augmentation de l'effort de serrage.

3.6 Synthèse

Les simulations d'assemblages sont nécessaires pour prendre en compte l'influence des défauts sur les exigences fonctionnelles. Nous venons d'exposer dans ce chapitre comment cet objectif peut être atteint par une méthode d'assemblage de composants permettant de prendre en compte les défauts géométriques de forme des éléments géométriques en contact. Cette méthode est exploitable pour des assemblages de composants indéformables, sans jeux et à efforts imposés.

Dans ce chapitre, notre approche est appliquée plus particulièrement à un assemblage appui plan de surfaces annulaires et le maintien en position est assuré par un effort centré. Les défauts ont été définis par la méthode modale, les formes des modes propres permettant de créer automatiquement une base géométrique avec plusieurs propriétés intéressantes comme le tri naturel des défauts par la complexité des modes. Cette méthode permet en outre de qualifier la signature de fabrication d'une surface manufacturée permettant ensuite la génération de lot de pièces avec la même typologie de défauts. Afin de calculer la mise en position des pièces pour l'assemblage de deux surfaces, deux approches sont envisagées : avec et sans prise en compte des déformations. Ensuite, le modèle des torseurs de petits déplacements est utilisé pour définir la mise en position de l'assemblage.

Trois exemples sont ensuite proposés sur la base de cette méthode :

1. l'influence des défauts sur la précision d'assemblage ;
2. l'influence des défauts sur la conformité d'assemblage ;
3. l'influence des défauts sur une fonction d'assemblage : l'étanchéité.

Ces exemples illustrent l'intérêt de cette méthode par l'estimation de l'influence des défauts de surface plane sur différentes fonctions objectif précises définies par le concepteur. Cette approche permet ainsi d'éviter une qualification par des lots de surfaces réelles pour analyser les défauts, approche en générale coûteuse qui nécessite des usinages contrôlés et des mesures détaillées des surfaces.

Cette méthode constitue, à notre sens, une approche solide qui peut s'étendre à bien d'autres exemples d'assemblages. En effet, les hypothèses de travail sur lesquelles nous avons construit cette méthode peuvent être remises en question pour la faire évoluer. Nous pourrions explorer des assemblages de pièces avec des conditions de maintien en positions différentes. Plutôt que d'imposer un effort de type glisseur, on peut envisager un protocole de positionnement dans lequel un effort de type couple assurerait le maintien en position.

Le chapitre qui suit propose ainsi d'utiliser les outils et méthodes sur un autre type d'assemblage : la liaison rotule. Nous allons voir comment les adapter à ce type de liaison qui intègre des degrés de liaisons différents mais surtout des degrés de mobilités liés au cas d'applications des prothèses totales de hanche.

Une des évolutions possible du modèle pourrait être la prise en compte des déformations du carter. Le modèle permettrait alors d'évaluer plus finement l'influence des défauts en prenant en compte non seulement les déformations au sein des liaisons, mais également celles de la structure.

Assemblage avec mobilité : la prothèse totale de hanche

Objectifs du chapitre

Ce chapitre a pour but d'analyser l'influence des défauts de forme dans la liaison rotule utilisée dans les prothèses totales de hanche. Pour cela les outils développés dans le chapitre précédent sont adaptés à cette géométrie d'assemblage. Ensuite les paramètres cinématiques sont intégrés comme degrés de mobilité du modèle. À cet effet, ce chapitre détaille également les méthodes utilisées pour caractériser la cinématique du mouvement de marche et les efforts associés.

Sommaire

4.1	Introduction	108
4.2	Spécification géométrique	108
4.3	Caractérisation géométrique	109
4.4	Procédure d'assemblage	109
4.4.1	Mise en contact des surfaces	111
4.4.2	Assemblage équivalent	111
4.4.3	Assemblage rigide	115
4.4.4	Assemblage avec déformations	118
4.5	Prise en compte des mobilités par la cinématique de marche	123
4.5.1	La norme ISO-14242-1	124
4.5.2	Analyse des mouvements de sujets sains	125
4.5.3	Dispositif d'acquisition de la cinématique de marche	128
4.6	Analyse des champs de pression d'une prothèse totale de hanche avec défauts	134
4.6.1	Qualification des défauts typiques	134
4.6.2	Procédure d'analyse	134
4.6.3	Résultats	135
4.7	Synthèse	136

4.1 Introduction

Le second type d'assemblage que nous proposons d'étudier dans ce manuscrit est la liaison rotule de la prothèse totale de hanche (figure 4.1) qui reprend le mécanisme naturel de la hanche.



Fig. 4.1 – Exemple d'assemblage par rotule : Prothèse Totale de Hanche

L'analyse préliminaire du chapitre 1 montre que de fortes pressions locales de contact peuvent chasser le liquide de lubrification, provoquer des phénomènes d'usure et entraîner des instabilités de contact pouvant mener au grincement de la prothèse (squeaking). Ces pressions peuvent être accrues par la présence de défauts de forme locaux des surfaces en contact, par les particules de troisième corps dues à la fatigue de la céramique ou encore lors du phénomène de chargement de bord (edge loading). Dans ce chapitre on s'intéresse à l'influence des défauts de forme sur les pressions de contact. Pour cela on propose de mettre en place une simulation d'assemblage sur la base des outils et méthodes développés dans le chapitre précédent.

4.2 Spécification géométrique

La fonction rotule de la prothèse totale de hanche est réalisée par deux éléments frottants qui sont l'insert et la tête prothétique (figure 4.2a). Au regard des dessins de définition industriels des pièces prothétiques, nous avons repris les spécifications géométriques associées aux surfaces fonctionnelles. Elles sont similaires pour les deux composants de l'assemblage et sont constituées d'une spécification de forme détaillée dans la figure 4.2b et 4.2c.

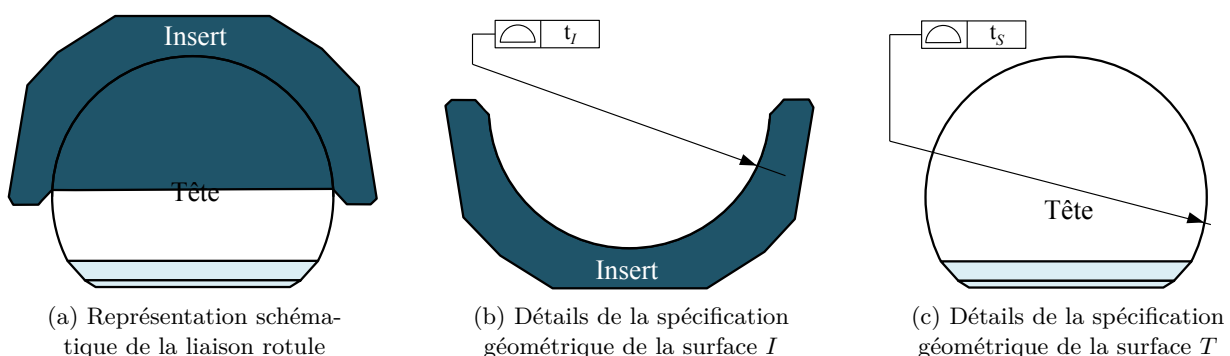


Fig. 4.2 – Mécanisme de la rotule

Pour définir les domaines induits par les spécifications géométriques associées aux surfaces fonctionnelles, on considère un point P_i de la surface sphérique. Pour respecter la tolérance de forme, tous les points P_i doivent rester entre deux sphères concentriques ayant pour écart radial la tolérance t .

4.3 Caractérisation géométrique

Sur la base de la procédure d'assemblage mise en place pour la bride, on propose de créer un protocole de mise en position de la liaison rotule. Comme pour l'assemblage de la bride, la première étape consiste à caractériser les défauts sur des surfaces par le biais d'un modèle numérique. Nous avons choisi comme support une surface hémisphérique, ce qui permet par la suite d'avoir la même base modale pour caractériser les défauts de la tête et l'insert. Bien que la surface de la tête de la rotule soit en réalité sphérique, cette géométrie est suffisante pour caractériser les zones de contact.

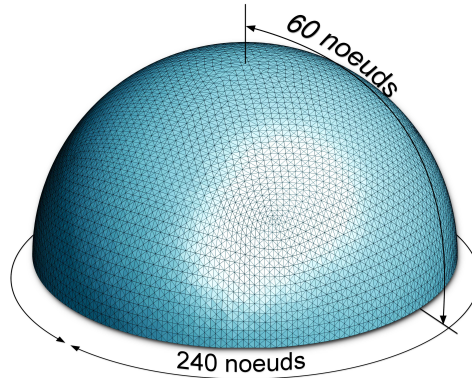


Fig. 4.3 – Maillage de la surface hémisphérique

La surface hémisphérique nominale est discrétisée avec 8220 noeuds et 2700 éléments coques, ce maillage est généré avec le logiciel Abaqus® par un conditionnement de 240 noeuds à la base de l'hémisphère et 60 divisions angulaires aux niveaux des latitudes. Il est visible figure 4.3. Nous avons montré que le maillage de la surface annulaire de la bride (qui compte 9800 noeuds) est suffisamment fin pour décrire une base de 400 modes. Compte tenu des 8220 noeuds qui caractérisent la surface hémisphérique, il est raisonnable de penser que ce maillage respecte les conditions de Nyquist-Shannon pour une base modale de 100 modes qui va servir de support pour cette étude.

Pour caractériser les défauts de surfaces, on utilise comme précédemment la méthode de décomposition modale discrète (DMD) détaillée dans le paragraphe §2.3 page 39. Cet exemple illustre ainsi l'avantage du choix de cette approche qui peut être appliquée à tous types de géométries de surface. On calcule avec le logiciel Abaqus® les modes propres de la surface hémisphérique nominale de rayon 1 où chaque vecteur propre Q_i caractérise les écarts normaux des points à la surface nominale. Comme pour la bride, chaque vecteur propre est normalisé selon la norme infinie de sorte que $\|Q_i\|_\infty = 1$. La figure 4.4 illustre les vingt premiers modes obtenus avec cette approche.

Pour générer des surfaces d'exemples qui vont servir de support à la procédure d'assemblage, on choisit, comme procédé, une loi aléatoire décroissante de type $\frac{1}{x}$ pour définir le vecteur des contributions modales λ .

4.4 Procédure d'assemblage

Une fois la méthode de génération des défauts de surfaces structurée, nous proposons une procédure de simulation d'assemblage des deux surfaces I de l'insert (partie femelle de la rotule) et T de la tête (partie mâle) du montage de la figure 4.2a. Cette procédure est programmée sous le logiciel Matlab®, elle reprend en partie la méthode mise en place pour les deux surfaces planes de la bride, adaptée à ce type d'assemblage.

Pour illustrer cette méthode, un couple de surfaces hémisphériques est généré avec défauts. Les défauts engendrés par ces compositions sont visibles sur la figure 4.5. Pour cet exemple nous

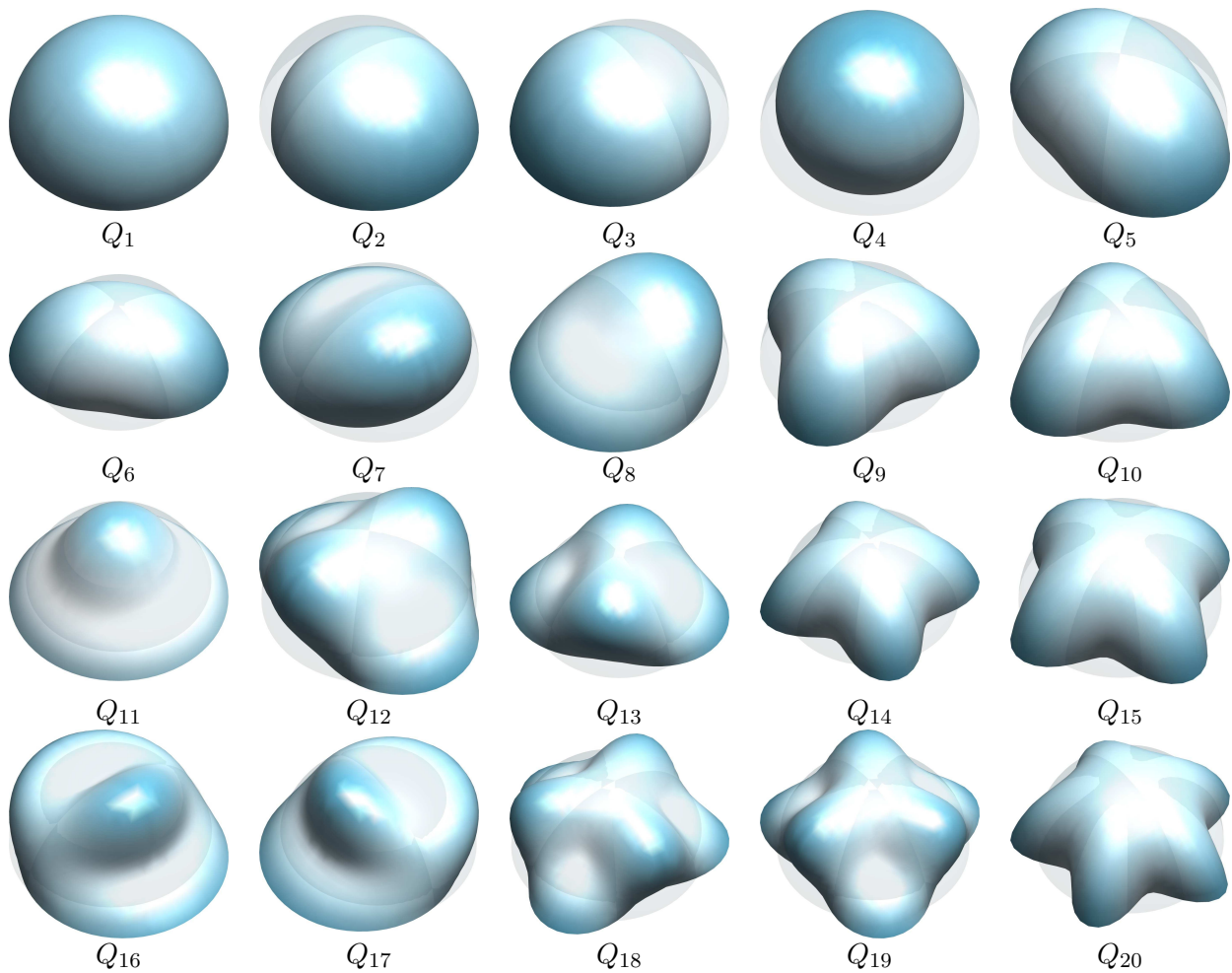


Fig. 4.4 – 20 premiers modes propres d'une surface hémisphérique

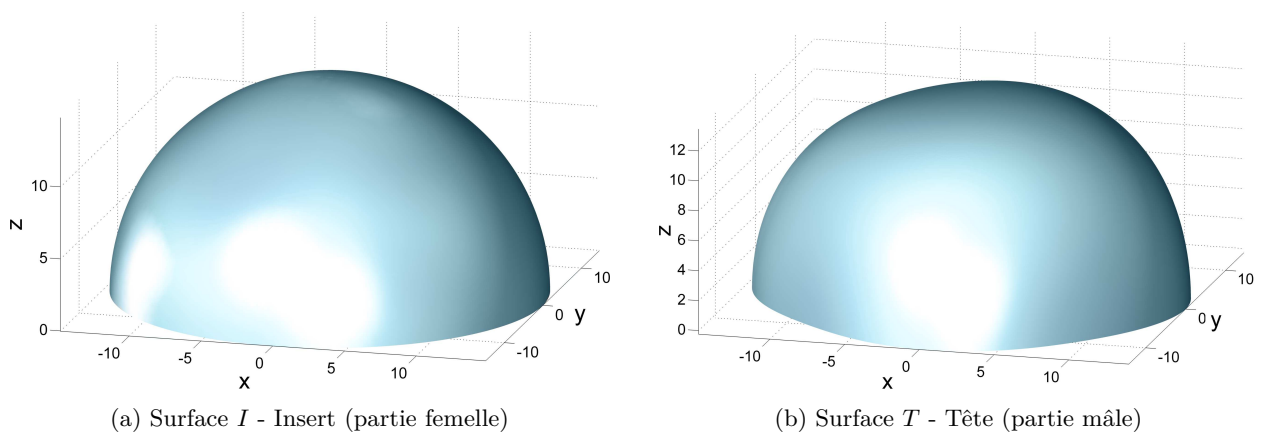


Fig. 4.5 – Rotule numérique d'exemple

utilisons une tête de diamètre 14 mm et un insert de rayon 14,8 mm. Le rayon de 14 mm correspond à un rayon standard des prothèses en céramique, et nous avons volontairement mis un jeu radial assez grand sur l'insert pour que les résultats issus de la procédure d'assemblage soient visibles sur les figures qui vont suivre. Pour la même raison, les défauts ont une amplitude importante : 1,52 mm pour la tête et 0,10 mm pour l'insert.

Pour définir la position initiale arbitraire de la tête dans l'insert, une sphère des moindres carrées est associée sur chaque pièce simulée. Ensuite on construit un repère pour chaque surface tel que son origine corresponde au centre des sphères calculées.

L'étape préliminaire à la simulation d'assemblage consiste à disposer les surfaces en superposant leur repère (figure 4.6a). Pour la suite de la procédure, la partie femelle est considérée rigide et nous allons calculer la mise en position de l'hémisphère mâle en fonction des conditions extérieures qui conditionnent le montage. Dans le cas d'une prothèse, c'est la cinématique de marche qui définit les positions des pièces et les directions des efforts, ce point sera détaillé dans la partie §4.5 page 123. Pour simplifier l'exemple d'illustration, on considère l'effort vertical.

La simulation d'assemblage utilise la procédure mise en place dans le chapitre précédent (synoptique au paragraphe §3.4.4 page 71). La première étape consiste à calculer la surface écart pour détecter les points d'appui d'une surface par rapport à l'autre (paragraphe §3.4.1 page 64).

Ensuite on a supposé pour la bride, durant la recherche des déplacements associés à l'identification des zones de contacts, que ceux-ci étaient petits et donc que la surface écart restait identique. Dans le cas de l'assemblage sphérique, on envisage d'avoir des déplacements plus importants qui pourront modifier considérablement les surfaces en vis-à-vis. Nous proposons ainsi de recalculer, pour chaque position successive, la surface écart.

La procédure itérative de mise en position suit ainsi les points suivants :

1. Déplacement de la tête suivant la direction de l'effort extérieur \vec{F}_{ext} jusqu'à la coïncidence d'un premier point de contact avec l'insert ;
2. Calcul de surface écart ;
3. Calcul du torseur des petits déplacements de la tête ;
4. Déplacement de la tête suivant les composantes de translations de ce torseur.

Ces étapes sont détaillées dans les parties suivantes.

4.4.1 Mise en contact des surfaces

Afin de déterminer une première position de contact, la surface de la tête est translatée le long de l'axe \vec{z} (direction de l'effort extérieur \vec{F}_{ext}) jusqu'à ce qu'un des points rentre en contact avec la surface de l'insert, comme illustré sur la figure 4.6b.

Cette étape rapproche ainsi les surfaces entre elles ce qui permet d'accélérer la recherche de la position finale (diminution du nombre d'itérations de calcul).

4.4.2 Assemblage équivalent

L'étape d'assemblage consiste à repérer la position isostatique la plus probable pour laquelle la tête sera en position stable. Pour cela, on calcule tout d'abord la surface écart de l'assemblage. Cette étape consiste à déterminer, pour chaque nœud de maillage de la tête T , la distance radiale qui le sépare de la surface de l'insert I . Deux approches numériques ont alors été envisagées.

4.4.2.1 Projection radiale

La première approche consiste à projeter chaque nœud du maillage de la tête sur l'insert. Pour cela, on effectue un test d'intersection pour les rayons de chaque nœud de la tête et les facettes

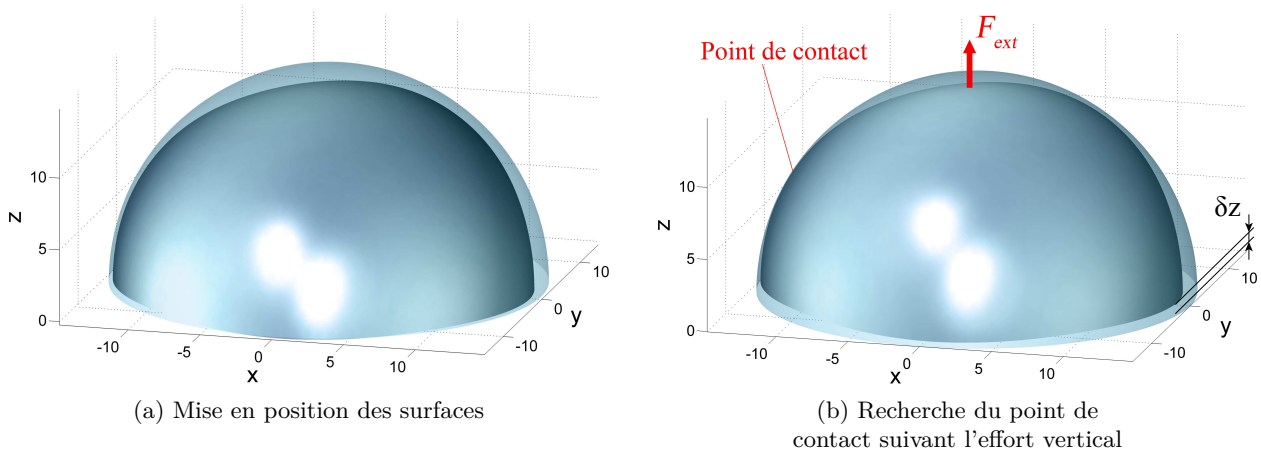
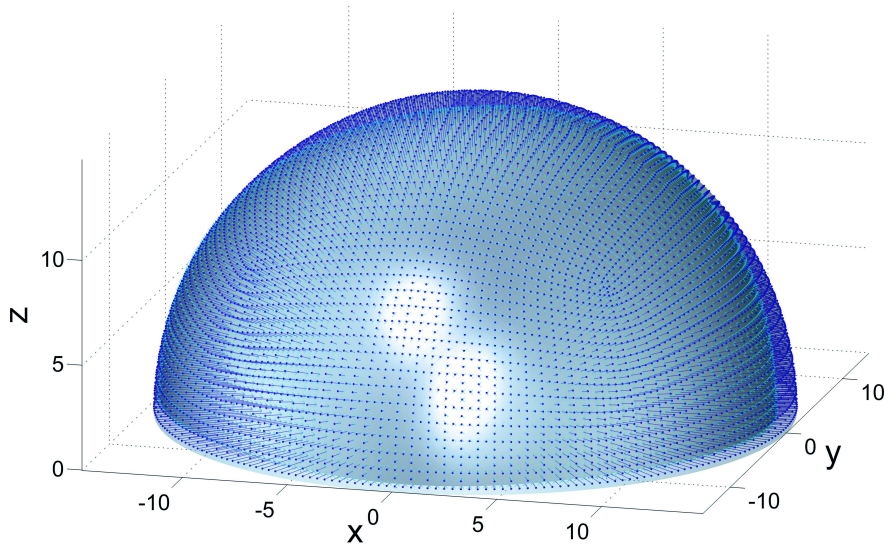


Fig. 4.6 – Première étape de l'assemblage d'une rotule

de l'insert. Si le test est positif, on calcule les coordonnées du point d'intersection. L'écart de rayon est déterminé par la différence entre celui du point d'intersection et celui du nœud testé de la tête. Ce calcul peut être affiné en utilisant un modèle d'interpolation quadratique qui prend en compte la courbure locale au niveau de la zone intersectée. Toutefois cette interpolation nécessite un temps de calcul plus long et la prise en compte des mailles environnantes de la surface intersectée. Compte tenu de la finesse du maillage (surface moyenne d'une maille de $0,15 \text{ mm}^2$) par rapport à la courbure des surfaces (rayon de $\approx 14 \text{ mm}$), la précision apportée par une interpolation quadratique est inférieure au micron. Nous avons donc jugé l'approche linéaire suffisante. Le résultat de ce calcul pour chaque nœud du maillage est illustré figure 4.7.

Fig. 4.7 – Calcul des distances radiales pour chaque nœud de la tête T avec l'insert I

Le temps de calcul associé à cette procédure est très long ($\approx 30 \text{ min}$) surtout à cause de la phase de recherche de la facette d'intersection (test d'intersection de chaque nœud avec les 16200 facettes jusqu'à intersection). Nous avons pu réduire ce temps ($\approx 3 \text{ min}$) en optimisant cette phase de recherche (comparaison de chaque nœud avec les 10 facettes les plus proches).

4.4.2.2 Changement de repère

Devant ce temps de calcul jugé encore trop long, une autre approche est mise en place. Elle est basée sur la transformation des coordonnées cartésiennes $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, utilisées jusqu'alors, en coordonnées sphériques (O, r, ϕ, θ) . Cette transformation est réalisée par l'équation 4.1 et représentée en figure 4.8.

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\
 \phi &= \arctan \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\
 \theta &= \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{si } y \geq 0 \\ 2\pi - \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{si } y < 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

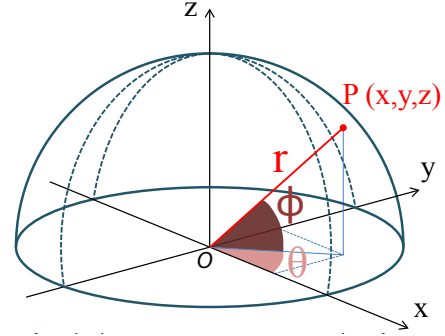


Fig. 4.8 – Coordonnées sphériques

La transformation en coordonnées sphériques est effectuée en utilisant le repère de la tête de façon à calculer les écarts radiaux par rapport à celle-ci. Grâce à cette transformation, une surface sphérique devient plane, le calcul de la surface écart revient alors à calculer, comme pour l'exemple de la bride, la distance entre deux plans.

À titre d'exemple, on illustre dans un premier temps cette transformation en coordonnées sphériques sur deux surfaces sans défaut avec un jeu radial de 0,8 mm. On peut voir les coordonnées résultantes du calcul représentées dans un repère $(O, \vec{\phi}, \vec{\theta}, \vec{r})$ sur la figure 4.9 avec la surface supérieure correspondant à l'insert et la surface inférieure correspondant à la tête. On peut remarquer que les surfaces sont en contact en un point aux coordonnées $(\theta = 0 \text{ rad}, \phi = \pi/2 \text{ rad})$. Ce point résulte de la mise en contact des deux surfaces durant la mise en position initiale présentée au paragraphe précédent. Comme ces surfaces sont sans défaut, ce point se situe au sommet. On constate qu'à partir de ce point, l'écart entre les surfaces se creuse le long de l'axe θ en raison de la différence radiale des deux surfaces de 0,8 mm (jeu radial). La surface inférieure correspondant à la tête reste plane et horizontale puisqu'elle n'a pas de défaut de forme et qu'elle est prise en référence.

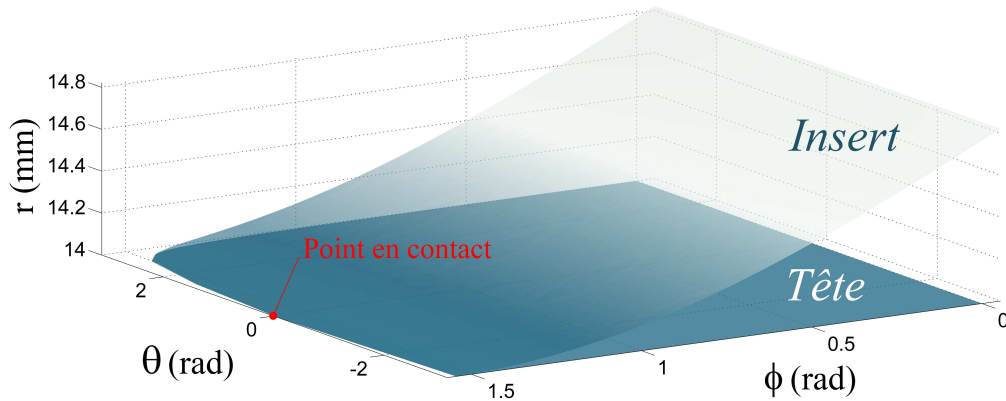


Fig. 4.9 – Transformation d'un assemblage sans défaut en coordonnées sphériques

Si l'on considère le cas des surfaces avec défauts de forme (figure 4.6) en suivant la même procédure, le résultat obtenu est représenté sur la figure 4.10. On constate que les surfaces se touchent en deux points. Ces points sont situés aux extrémités de l'axe θ . Il s'agit en réalité d'un

même point sur les surfaces hémisphériques qui est situé à proximité de leur base. Ainsi cette mise en position, contrairement au cas précédent, aboutit à avoir un espace important au sommet des pièces hémisphériques ($\phi = \pi$ rad).

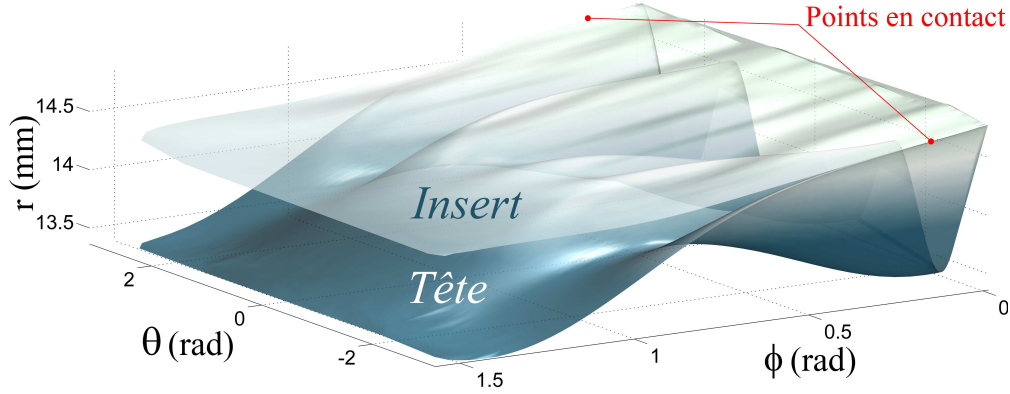


Fig. 4.10 – Conversion de l’assemblage d’exemple en coordonnées sphériques

Pour calculer la surface écart, on soustrait les coordonnées r de l’insert à celui de la tête (équation 4.2). Les nœuds des deux surfaces n’étant pas exactement en face, cette opération nécessite une interpolation.

$$r_{\text{écart}} = r_{\text{tête}} - f(r_{\text{insert}}) \quad (4.2)$$

avec f fonction d’interpolation linéaire aux sommets des facettes

Une fois la surface écart calculée en coordonnées sphériques, on l’exprime en coordonnées cartésiennes par l’équation 4.3.

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos \phi \cdot \cos \theta \\ y &= r \cdot \cos \phi \cdot \sin \theta \\ z &= r_{\text{écart}} \cdot \sin \phi \end{aligned} \quad (4.3)$$

L’avantage de cette méthode réside dans le fait que le calcul de la surface écart est effectué en comparant directement les valeurs de rayon sur l’axe r . Ce calcul est extrêmement rapide puisqu’il s’agit d’une projection directe de points suivant un seul axe (r). On s’affranchit ainsi de l’étape de recherche de facette de contact de la première méthode proposée. Cette méthode permet de calculer la surface écart en moins d’une seconde. Cette dernière procédure, en raison de sa rapidité d’exécution, est retenue pour la suite de l’étude.

4.4.3 Assemblage rigide

À partir du calcul de la surface écart, on utilise la procédure de détection de la facette de contact. Cette étape consiste à calculer l'enveloppe convexe de la surface écart, puis d'identifier la facette de contact en fonction de la direction de l'effort extérieur \vec{F}_{ext} . La figure 4.11a représente la surface écart calculée à l'étape précédente ainsi que la facette intersectée par l'effort vertical.

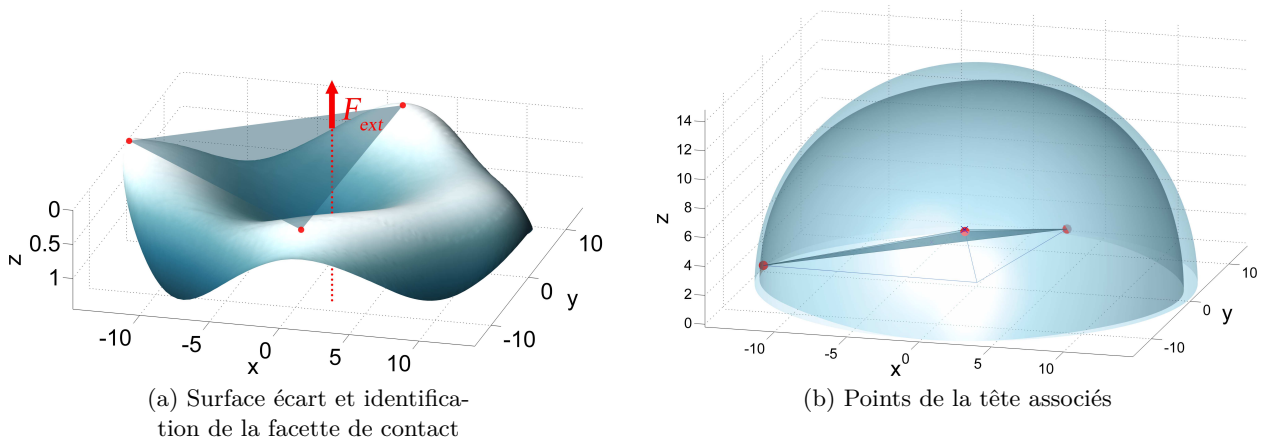


Fig. 4.11 – Identification des points les plus proches des points de contact

Les points de cette facette sont repérés en rouge sur la tête figure 4.11b. La mise en position consiste ensuite à projeter ces points de la tête sur l'insert. Il en résulte deux paires de 3 points soit deux facettes de contact. On calcule le torseur de l'écart qui existe entre ces deux facettes. Ce torseur écart caractérise la combinaison de mouvements à effectuer sur la tête pour que les deux facettes soient coplanaires et leur barycentre confondus.

Dans le cas d'une prothèse totale de hanche, les degrés de mobilité de la liaison rotule sont déterminés par les orientations du bassin et du fémur. Ainsi, on suppose dans notre étude que ces mobilités (rotations) restent inchangées pendant la procédure de recherche des zones de contact.

Cela signifie que, pendant la mise en position liée à l'effort (jambe immobile), la tête va glisser à l'intérieur de l'insert mais ne roulera pas.

Dans ce contexte, on ne considère que les composantes de translation du torseur écart calculé. Appliquées à la tête, elles permettent de la déplacer pour venir confondre les centres des facettes de contact. Cette nouvelle position va modifier sensiblement la surface écart. Il est donc nécessaire de la recalculer. Puisque le déplacement de la tête à l'intérieur de l'insert modifie la surface écart, il peut apparaître de nouvelles zones de contact. La mise en position nécessite ainsi de réaliser plusieurs itérations.

La procédure de chaque itération est détaillée ci-dessous :

1. Déplacement de la tête suivant la direction de l'effort extérieur \vec{F}_{ext} jusqu'à la coïncidence d'un premier point de contact avec l'insert ;
2. Calcul de la surface écart et identification des points de la tête correspondant à la facette intersectée par l'axe de l'effort ;
3. Calcul de la projection des 3 points identifiés de la tête sur l'insert ;
4. Calcul du torseur des petits déplacements qui existe entre les deux facettes formées par les deux lots de 3 points ;
5. Déplacement de la tête suivant les composantes de translation de ce torseur.

La figure 4.12 présente l'évolution des résultats par une représentation de la position de la tête dans l'insert pour trois itérations différentes (la première itération est visible sur la figure 4.11b). On

peut voir pour chaque itération la facette identifiée avec le calcul de la surface écart. On constate ainsi que le premier point de contact (à gauche sur chaque figure) glisse le long de la surface de l'insert tandis que les autres points se rapprochent de l'insert à chaque itération. On note peu de différence entre l'itération 9 et 20. Nous verrons par la suite que la vitesse de convergence dépend du diamètre et du jeu radial. Au cours des itérations, la facette de contact identifiée peut varier subitement. En effet suivant la position de la tête, la proximité des défauts de l'assemblage varie ce qui modifie la trajectoire de la tête. Il faut donc itérer jusqu'à l'identification d'un contact stable par la coïncidence en 3 points.

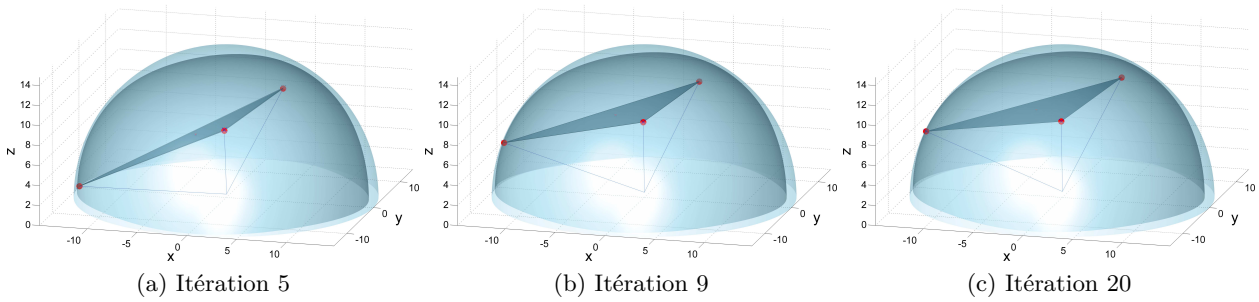


Fig. 4.12 – Positions de la tête T pour quelques itérations

Le temps de calcul associé à chaque itération est d'environ 0,04 secondes. Le critère d'arrêt du modèle est évalué en calculant la norme du vecteur déplacement pour chaque itération. Pour l'exemple traité, cette norme est inférieure au micron en moins de 10 itérations.

Au début de chaque itération, nous proposons de déplacer la tête suivant la direction de l'effort extérieur \vec{F}_{ext} pour venir en contact sur l'insert. Nous avons toutefois constaté que le modèle converge vers la même position finale même si nous n'effectuons pas cette étape. De la même manière, au cours des itérations il peut se produire des interpénétrations entre la tête et l'insert. Ce phénomène provoque un "retour en arrière" de la tête à l'itération suivante qui peut ralentir la vitesse de convergence. Pour limiter ce phénomène, nous effectuons une fraction du déplacement calculé (coefficient de 0,5). Dans ce cas, nous n'avons plus constaté ce type d'inconvénient.

Afin d'évaluer l'influence de ces deux paramètres sur la rapidité de convergence et sur la position finale de la tête, nous effectuons 6 simulations d'assemblage avec différentes combinaisons de paramétrage. Chaque test est effectué durant 20 itérations avec le même couple de surfaces que celles utilisées pour l'exemple.

La mise en contact de la tête sur l'insert suivant l'effort extérieur \vec{F}_{ext} est testée pour trois états différents :

- *Contact : 0* Sans contact
- *Contact : 1* Contact entre les surfaces à la première itération seulement
- *Contact : 20* Contact entre les surfaces au début de chaque itération

Le vecteur de translation du torseur écart est testé pour deux états :

- *Coef de déplacement : 0,5* Le vecteur est divisé par deux avant déplacement de la tête
- *Coef de déplacement : 1* Le vecteur calculé n'est pas modifié avant déplacement de la tête

Les résultats de ces différents tests sont présentés sur la figure 4.13 qui présente l'évolution de la norme du vecteur de translation en fin de chaque itération.

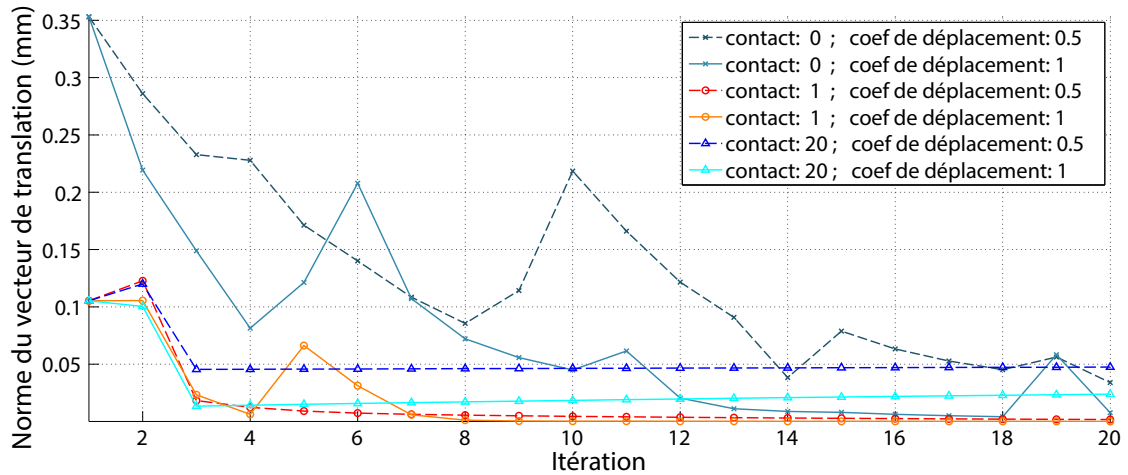


Fig. 4.13 – Évolution de la norme du vecteur de translation au fil des itérations

On peut constater que la présence de l'étape de contact en début d'itération permet de diminuer par 3,5 la norme du vecteur de translation dès la première itération (*contact : 0*). Toutefois si cette étape est répétée à chaque itération, elle stoppe la convergence de la mise en position après quelques itérations en figeant la tête sur un minimum local (*contact : 20*). La meilleure approche consiste à effectuer cette étape à la première itération seulement (*contact : 1*). Cette démarche semble se rapprocher du comportement "naturel" de la liaison rotule de la prothèse totale de hanche. Sous chargement, la tête va entrer en contact avec l'insert par un rapprochement suivant l'axe de l'effort puis glisser le long de celui-ci jusqu'à trouver une position stable.

Le coefficient appliqué au vecteur de translation avant le déplacement de la tête (*coef de déplacement*) permet de ralentir la progression de la tête à l'intérieur de l'insert. Cet amortissement linéarise globalement le mouvement en limitant les apparitions trop subites de défauts sur la surface écart ce qui provoque des interpénétrations entre les surfaces et des modifications soudaines du vecteur de translation. Ainsi, sur les courbes avec le meilleur paramétrage de contact (*contact : 1*), on peut voir que le fait de diviser par deux le vecteur de translation avant déplacement procure un meilleur résultat sur les premières itérations {3; 4; 6}. Néanmoins sur un plus long terme, le vecteur de translation appliqué sans modification rattrape très rapidement les écarts dus aux interpénétrations et permet au modèle de converger bien plus rapidement. Au bout de 10 itérations, la valeur de la norme du vecteur de translation pour *coef de déplacement : 1* est 20 fois inférieure à celle de *coef de déplacement : 0,5*. C'est donc le modèle qui a été retenu.

La vitesse de convergence de l'assemblage dépend principalement du jeu radial qui existe entre les deux surfaces hémisphériques. En effet, la distance entre le triangle de contact de la tête et sa projection sur l'insert diminue proportionnellement avec la valeur du jeu. Le pas de déplacement entre chaque itération est par conséquent réduit, il est alors nécessaire d'effectuer un nombre d'itérations plus grand. Le jeu radial des prothèses totales de hanche en céramique se situe entre 50 et 100 μm [MORLOCK, 08]. Pour un jeu de 50 μm , la procédure d'assemblage rigide nécessite parfois jusqu'à 200 itérations (selon les défauts). Pour garantir la position finale de la tête, un critère est défini dépendant de la norme du vecteur de translation. Ainsi le calcul continue les itérations tant que cette norme est supérieure à $1 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$.

4.4.4 Assemblage avec déformations

La mise en position rigide de la rotule permet de localiser les trois points de contact de la position stable en fonction des efforts extérieurs. Dans un cas réel d'assemblage de surfaces avec défauts, l'effort d'assemblage modélisé par la force $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$, implique des déformations locales traduisant non plus des points mais des zones de contact entre les deux surfaces hémisphériques. Pour un assemblage donné, les positions et les étendues de ces zones sont fonction de la valeur et de la direction du chargement.

4.4.4.1 Équilibre statique

L'équilibre statique de la tête à l'intérieur de l'insert revient à résoudre deux systèmes d'équations qui conditionnent d'une part les efforts et d'autre part les moments. Au regard des mobilités de la liaison, ce système se simplifie à l'écriture des équations 4.4 issues des projections des résultantes.

$$\begin{cases} \sum \overrightarrow{f(M_i)} \cdot \vec{x} = 0 \\ \sum \overrightarrow{f(M_i)} \cdot \vec{y} = 0 \\ \sum \overrightarrow{f(M_i)} \cdot \vec{z} = -F_{\text{ext}} \end{cases} \quad (4.4)$$

4.4.4.2 Calcul des déformations locales

4.4.4.2.1 Modèle de déformation

Pour l'étude de la bride, nous avons calculé l'effort $\overrightarrow{f(M_i)}$ de chaque point en contact par une approche semi-analytique avec un modèle d'érosion et montré que ce modèle était suffisant pour évaluer les déformations locales d'un assemblage plan/plan.

Pour cette étude d'assemblage sphère/sphère, on propose d'utiliser une approche analytique avec le modèle de Hertz qui permet de mettre en relation les courbures locales des défauts, l'enfoncement relatif des surfaces et l'effort de serrage [HERTZ, 81]. L'intérêt majeur de ce modèle est qu'il simplifie le calcul de la pression maximale locale qui nous intéresse pour cette étude.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe §2.2 page 34, les lois de Hertz supposent que le contact subit de petites déformations. Elles sont adaptées à l'étude de contact d'une sphère sur une sphère ou d'une sphère sur un plan pour lesquels les rayons de courbures sont très différents (surfaces non-conformes). Dans le cas d'une prothèse totale de hanche, la différence de courbure est très faible (jeu radial compris entre 50 µm et 100 µm [MORLOCK, 08]). Comme la céramique est un matériau fragile de module de Young très élevé (environ 390 GPa), nous avons montré dans le chapitre 2 que l'on peut supposer que le contact respecte les hypothèses de Hertz, c'est à dire qu'il est plan, de petite dimension, et que les déformations restent dans le domaine élastique.

Cette hypothèse est confirmée par Mak qui montre par des simulations éléments finis que le rayon de la zone de contact entre la tête fémorale et l'insert des prothèses céramiques est suffisamment petit pour pouvoir utiliser la théorie de contact de Hertz [MAK et JIN, 02].

4.4.4.2.2 Application du modèle de déformation

Pour utiliser le modèle de Hertz dans notre simulation d'assemblage avec défauts pour une configuration donnée de la tête dans l'insert, on propose la procédure de calcul suivante :

1. regrouper les nœuds M_i en contact pour former des zones de contact N_j ;
2. calculer les rayons de courbures locaux de chaque zone de contact ;
3. déterminer l'enfoncement local entre les surfaces ;
4. calculer l'effort résultant pour chaque zone.

L'équilibre statique en utilisant l'approche de Hertz, ne se calcule plus en fonction des efforts $\overrightarrow{f(M_i)}$ aux points en contact mais en fonction des efforts $\overrightarrow{f(N_j)}$ aux zones de contact.

À partir de la configuration d'assemblage en trois points obtenue à la fin du paragraphe précédent (figure 4.12c), on applique de manière arbitraire une translation verticale de tête de 0,05 mm afin de générer des interpénétrations entre les deux pièces qui engendreront des déformations.

La première étape consiste à identifier les zones interpénétrées. Pour cela, on calcule la surface écart. Les points de la surface écart qui ont une coordonnée négative sur l'axe \vec{z} caractérisent des points d'interpénétration des surfaces. On regroupe les points qui appartiennent à des mailles adjacentes pour définir les zones de contact N_j . La figure 4.14 présente une zone de contact délimitée par le regroupement de points interpénétrés.

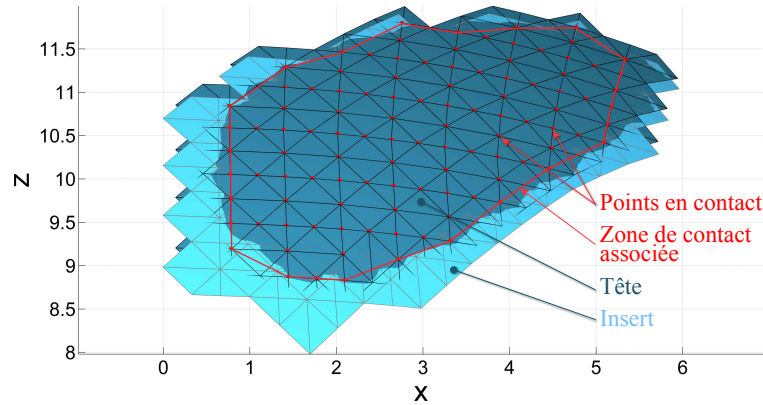


Fig. 4.14 – Zone de contact délimitée par le regroupement de points interpénétrés

La délimitation de la zone d'interpénétration permet de calculer les rayons de courbures locaux pour la tête (R_t) et l'insert (R_i). Ces courbures sont calculées par l'association de sphères selon le critère des moindres carrés. On mesure également l'écart d'interpénétration radial maximal δ des deux surfaces et l'on repère le nœud associé qui servira à orienter l'effort calculé.

On peut ensuite utiliser le modèle de Hertz pour calculer l'effort local de chaque zone de contact $\overrightarrow{F(N_j)}$ avec $E = 390$ GPa et $\nu = 0,3$, caractéristiques de la céramique d'alumine [CERAMTEC, 06]. Les raideurs de contact sont les mêmes pour la tête T et l'insert I , elles sont définies par l'équation 4.5.

$$k_t = k_i = \frac{1 - \nu^2}{\pi \cdot E} \quad (4.5)$$

La norme de l'effort F résultant du contact est calculée par l'équation 4.6.

$$F(N_j) = \sqrt{\frac{\delta^3}{\frac{9\pi^2}{16} \cdot \frac{(k_i + k_t)^2 \cdot (R_i + R_t)}{R_i \cdot R_t}}} \quad (4.6)$$

Pour obtenir les composantes de l'effort sur les trois axes $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$, on oriente $\overrightarrow{F(N_j)}$ suivant l'axe passant par le centre de la tête et le nœud qui a servi à qualifier l'écart d'interpénétration normale maximale des deux surfaces.

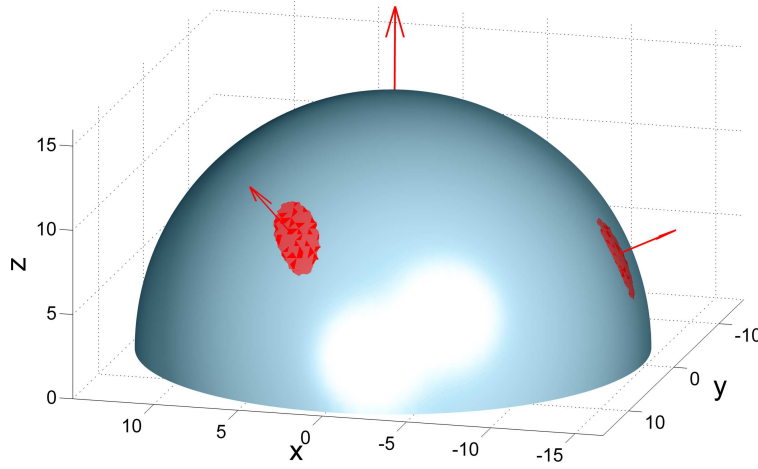


Fig. 4.15 – Efforts $\overrightarrow{F(N_j)}$ calculés aux trois zones de contact pour l'assemblage d'exemple (enfonce-ment de la tête de 0,05 mm)

La figure 4.15 illustre les réactions d'appuis calculés pour les trois zones de contact avec l'enfoncement arbitraire de la tête de 0,05 mm. L'ensemble des réactions de contact calculés ne respecte pas l'équilibre statique de l'assemblage (système d'équation 4.4).

L'enjeu est maintenant de trouver les paramètres de position t_x, t_y et t_z de la tête dans l'insert qui respecte les conditions d'équilibre en considérant le chargement extérieur $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$.

4.4.4.3 Fonction d'optimisation

Pour trouver la position d'équilibre, on propose d'utiliser l'algorithme d'optimisation de Nelder-Mead [NELDER et MEAD, 65] (selon la procédure expliquée au paragraphe §3.4.3.2.1 page 68).

La configuration de départ de l'assemblage est celle de l'équilibre en 3 points calculée avec la mise en position rigide. À partir de cette position, l'algorithme optimise les paramètres de translation t_x, t_y et t_z pour trouver la position d'équilibre.

Nous avons eu des difficultés quant à la convergence de l'algorithme pour une optimisation avec les trois paramètres t_x, t_y et t_z . En effet nous avons constaté que cette convergence dépend en grande partie de la configuration initiale. Nous avons par ailleurs essayé d'autres types d'algorithmes comme les algorithmes génétiques qui permettent de trouver des solutions performantes mais avec un temps de calcul beaucoup trop long (> 30 min).

Nous avons donc conservé l'approche de Nelder-Mead. Pour fiabiliser la convergence de cet algorithme quels que soit les défauts de l'assemblage, nous proposons une démarche séquentielle d'optimisation en trois étapes. Entre chaque étape, on applique les paramètres de déplacements calculés de façon à optimiser progressivement la solution.

1. La première étape utilise seulement le paramètre t_z pour approximer la translation verticale en fonction de l'effort, l'optimisation (min) de la fonction objectif est exprimée par :

$$\text{objectif}_1(t_z) = \min \left(\left(\sum \overrightarrow{f(N_j)} \cdot \vec{z} \right) - \overrightarrow{F_{\text{ext}}} \cdot \vec{z} \right) \quad (4.7)$$

2. La deuxième étape considère l'équilibre sur les axes \vec{x} et \vec{y} permettant d'optimiser t_x et t_y avec la fonction objectif :

$$\text{objectif}_2(t_x; t_y) = \min \left(\sum \sqrt{\left(\overrightarrow{f(N_j)} \cdot \vec{x} \right)^2 + \left(\overrightarrow{f(N_j)} \cdot \vec{y} \right)^2} \right) \quad (4.8)$$

3. La dernière étape utilise l'ensemble des paramètres t_x , t_y et t_z en optimisant la valeur maximum des deux fonctions objectifs précédentes avec :

$$\text{objectif}_3(t_x; t_y; t_z) = \min (\max(\text{objectif}_1; \text{objectif}_2)) \quad (4.9)$$

Grâce à cette approche, la convergence de la dernière étape est quasi-systématique. La solution est donc atteinte avec un temps de calcul pour chaque étape d'environ 50 secondes.

4.4.4.4 Résultats

La procédure d'optimisation permet de calculer les paramètres de déplacements pour respecter l'équilibre statique avec le modèle de Hertz. Nous effectuons un essai avec un effort $\overrightarrow{F_{\text{ext}}} = 3000 \text{ N}$.

La valeur de chaque paramètre de déplacement résultant de l'algorithme d'optimisation est indiquée dans le tableau 4.1.

t_x	t_y	t_z
$-1,95 \mu\text{m}$	$1,26 \mu\text{m}$	$1,55 \mu\text{m}$

Tab. 4.1 – Paramètres de déplacements pour respecter l'équilibre statique avec le modèle de Hertz

La figure 4.16 présente le résultat de cette mise en position avec une représentation des efforts calculés pour chaque zone N_j de contact.

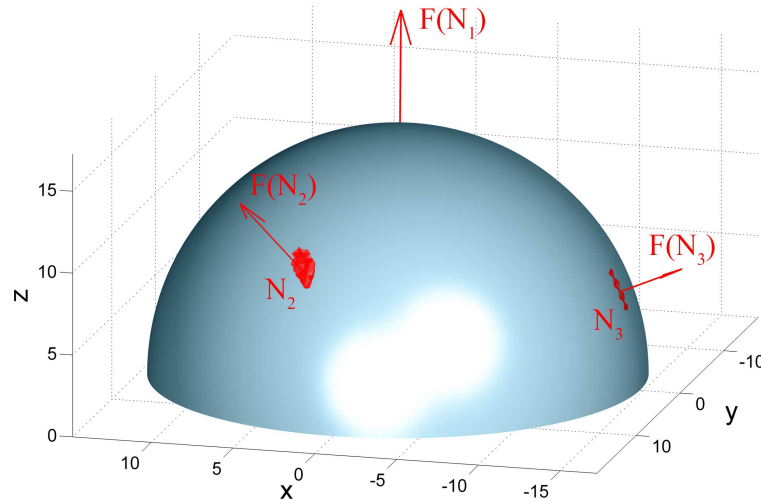


Fig. 4.16 – Efforts $\overrightarrow{F(N_j)}$ calculés aux trois zones de contact pour l'assemblage d'exemple en équilibre (enfoncement de la tête de $1,55 \mu\text{m}$)

Le tableau 4.2 recense les valeurs de chaque effort et montre que l'équilibre est respecté pour un effort extérieur de 3000 N.

Zone de contact	$\overrightarrow{F(N_j)} \cdot \vec{x}$	$\overrightarrow{F(N_j)} \cdot \vec{y}$	$\overrightarrow{F(N_j)} \cdot \vec{z}$	P_{\max}
N_1	388,4 N	-1510,4 N	1462,7 N	1009,8 MPa
N_2	369,5 N	1532,7 N	1210,2 N	1115,1 MPa
N_3	-757,9 N	-22,3 N	327,1 N	527,0 MPa
Somme	0 N	0 N	3000 N	/

Tab. 4.2 – Valeurs des efforts et pressions des zones de contact

Le modèle de Hertz permet de calculer la pression maximale pour chaque zone de contact. Ce calcul est effectué par l'équation 4.11 sur la base du calcul préalable du rayon de contact par l'équation 4.10. Les résultats des calculs de pression sont donnés dans la dernière colonne du tableau 4.2.

$$a = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{(k_i + k_t) \cdot (R_i \cdot R_t)}{R_i + R_t}} \quad (4.10)$$

$$P_{\max} = \frac{3}{2} \frac{N}{\pi a^2} \quad (4.11)$$

4.4.4.5 Validation de la procédure

Pour valider la procédure d'assemblage, on teste un assemblage de surfaces composées de défauts particuliers (figures 4.17). On réalise tout d'abord la simulation d'assemblage avec la procédure Matlab décrite précédemment. Ensuite on teste ces mêmes pièces avec un logiciel de simulation par éléments finis (Abaqus®). Les figures 4.17a et b montrent les zones de contact obtenues avec notre procédure Matlab et la simulation Abaqus lorsque l'on applique un effort vertical de 3000 N sur la tête.

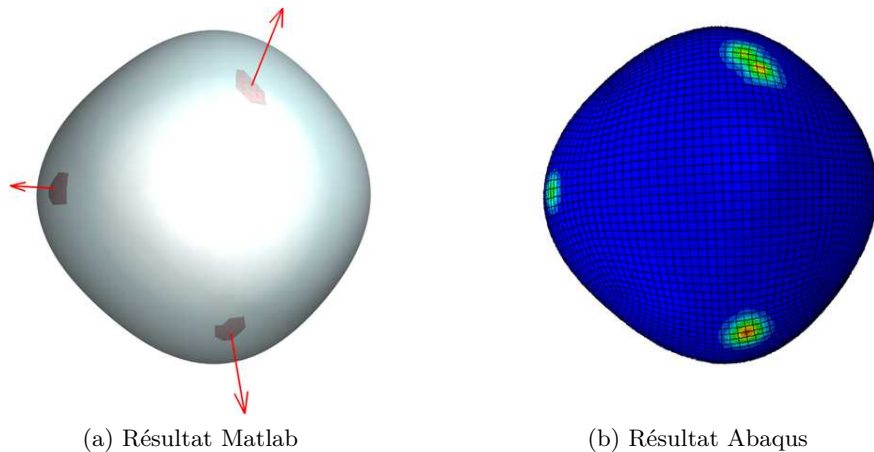


Fig. 4.17 – Validation avec modèle éléments finis

Chaque simulation permet de calculer un vecteur déplacement et une pression maximale. La norme du déplacement total de la tête et la pression maximale sont de 0,655 mm et 1910 MPa pour l'approche Matlab et 0,655 mm et 1989 MPa pour l'approche Abaqus. En comparant ces résultats, on obtient un écart : 1,5% sur les déplacements et 4,1% sur les pressions maximales. Ceci permet donc de valider la procédure d'assemblage et le modèle de contact utilisé.

4.5 Prise en compte des mobilités par la cinématique de marche

On souhaite maintenant étudier différentes configurations d'assemblage de la tête et de l'insert. Dans le cas d'une prothèse totale de hanche, ce comportement est principalement conditionné par le mouvement de la marche.

Cette partie vise à étudier la cinématique de marche pour ensuite l'intégrer aux simulations d'assemblage.

La marche constitue l'ensemble des mouvements en rotation des différents membres inférieurs qui permettent à l'homme de se déplacer. Cet ensemble de mouvements est cyclique, et chaque cycle de marche est défini par les événements qui ont lieu entre deux contacts successifs du même pied sur le sol, plus exactement à partir du contact au niveau du talon (figure 4.18).

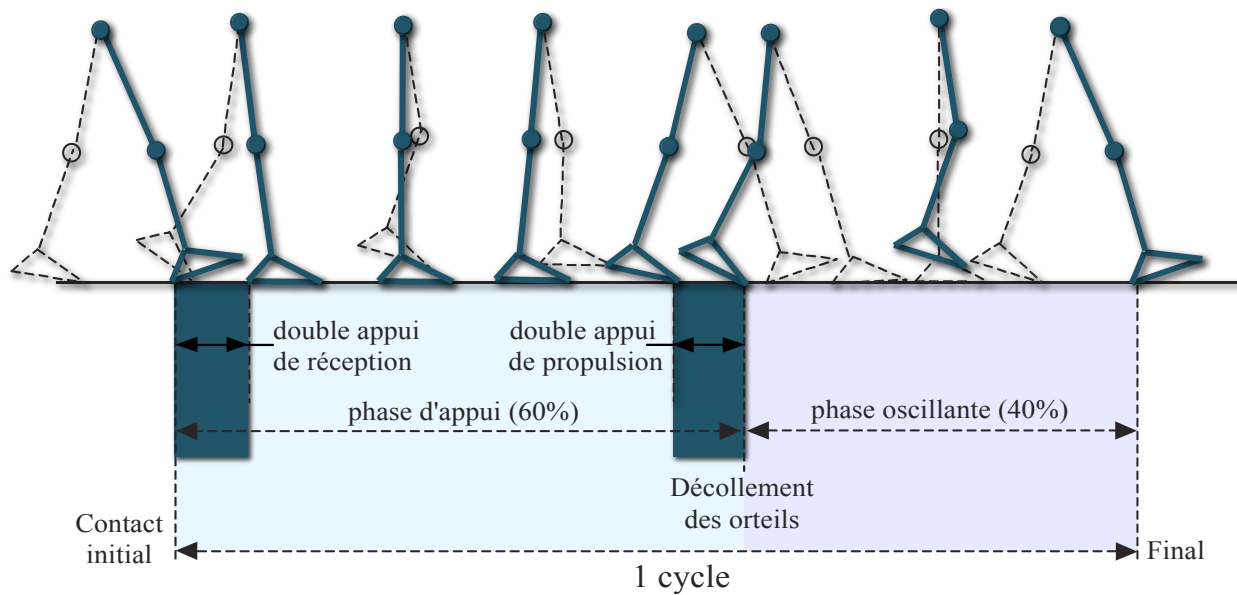


Fig. 4.18 – Cinématique de marche

Pendant un cycle de marche, chaque membre inférieur possède :

- *une phase d'appui* : période pendant laquelle le pied est au sol ;
- *une phase oscillante* : période pendant laquelle le pied est en l'air.

La différence entre la course et la marche réside dans le fait qu'à chaque instant, au moins un pied reste en contact avec le sol pour la marche. Nous étudions trois approches pour caractériser le comportement de la liaison rotule lors de la marche. La première est basée sur une norme de test d'usure des prothèses, la seconde sur une analyse statistique de plusieurs sujets sains et enfin nous proposons une méthode d'analyse directe de la marche pour l'étude spécifique d'un patient.

4.5.1 La norme ISO-14242-1

La norme ISO-14242-1 propose une définition simplifiée des mouvements de la hanche et de la charge appliquée lors de la marche. Cette définition impose les données d'entrée aux simulateurs de marche utilisés pour tester l'usure des prothèses.

La norme ISO-14242-1 spécifie le mouvement angulaire relatif entre les composants de l'articulation, le type de force appliquée, la vitesse et la durée des essais, la configuration de l'échantillon et l'environnement d'essai à utiliser pour les essais d'usure des prothèses totales de l'articulation de la hanche. [ISO-14242-1, 12]

Cette norme est basée sur des mesures de l'articulation de la hanche réalisées en 1969 par Johnston et Smith [HAUSSELLE, 07]. On peut voir sur la figure 4.19a que le mouvement de la tête par rapport à l'insert est défini par les trois rotations effectuées dans la hanche lors d'un cycle de marche (figure 4.19c). En fonction de l'activité, les forces d'impact peuvent amplifier le poids du corps. Durant la marche, les efforts maximaux subis par la hanche représentent 180 à 400% du poids du corps. Ils peuvent s'élever jusqu'à 500% lors de la course à pied et 700% lors de la descente d'escaliers à vitesse rapide [HAUSSELLE, 07]. L'amplitude et les variations de la force à appliquer suivant la norme ISO-14242-1 sont visibles sur la figure 4.19b. La valeur maximale de l'effort est définie à 3000 N pour reproduire des conditions de contraintes maximales durant la marche d'une personne de 75 kg. Le cycle est appliqué à une fréquence de 1 Hz conformément à la fréquence naturelle de la marche.

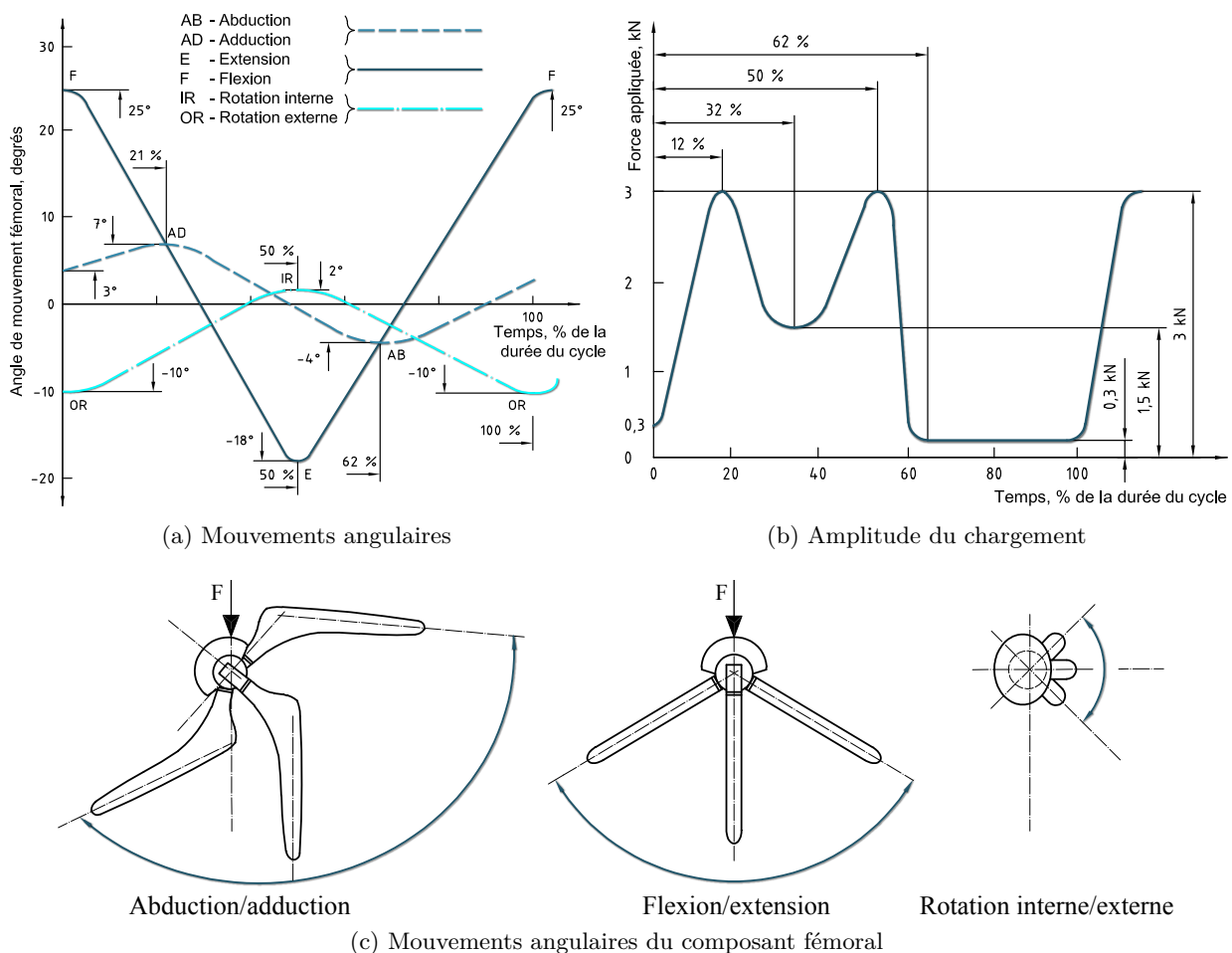


Fig. 4.19 – Variation angulaire et charge à appliquer au composant fémoral [ISO-14242-1, 12]

4.5.2 Analyse des mouvements de sujets sains

Afin d'élargir nos connaissances dans le domaine de la cinématique de marche, une collaboration a été mise en place avec le centre Sesobel situé à Beyrouth où j'ai effectué un séjour d'un mois. Il s'agit d'un organisme privé à but non lucratif créé en 1976. Ce centre accueille environ 450 enfants handicapés par an. Ce sont des handicaps de type "Infirmité Motrice Cérébrale" (IMC) engendrés par une atrophie de certaines zones du cerveau à la naissance. Cette maladie affecte environ 2 enfants sur 1000 dans le monde.

Depuis 2005, le centre dispose d'un laboratoire d'analyse de la marche et du mouvement. Il permet d'effectuer des examens sur la cinématique de marche des enfants. Ces examens sont en général prescrits par un médecin orthopédiste, neurologue, ostéopathe ou chirurgien... Ils sont réalisés à l'aide du système Vicon Oxford composé de 6 caméras émettrices/réceptrices infrarouges, d'un électromyographe¹ (EMG) dynamique à 10 canaux avec des électrodes surfaciques, de deux plateformes d'efforts au sol et de deux caméras filmant de face et de profil. Ce dispositif permet d'obtenir une analyse quantifiée du mouvement de marche comprenant les données cinématiques articulaires (angles), leur cinétique associée (moments et puissance dans les articulations) ainsi qu'un relevé d'électromyographie dynamique (EMG) pour repérer l'activation musculaire durant le mouvement.

Ce laboratoire a mis en place une base de données de mouvement de sujets sains. En comparant ainsi ces mouvements standards avec ceux d'un patient handicapé, il en résulte un diagnostic biomécanique complet de l'appareil locomoteur et des anomalies musculaires (rétractation², spasticité³, faiblesse), qu'elle soit d'origine neurologique, dégénérative ou traumatique. Le médecin analyse ensuite les problèmes d'architecture osseuse qui en découlent et détermine le traitement adapté, sa planification, et l'évaluation de son résultat. La complexité de l'analyse réside dans l'interdépendance des différents paramètres. En effet, le médecin doit distinguer l'origine des différents troubles de la marche. Les anomalies primaires sont les conséquences directes de la lésion cérébrale, les anomalies secondaires sont les compensations involontaires du patient (stimulations musculaires de compensation) et les anomalies tertiaires sont les compensations volontaires (mécanisme de compensation pour faciliter la marche). Les traitements les plus courants sont les séances de physiothérapie, le port d'un corset, d'attelles, de prothèses et toutes sortes de chirurgies neurologiques ou orthopédiques comme l'injection de toxine botulinique⁴...

Durant ce séjour, nous avons pu enrichir la base de données de sujets sains par l'enregistrement de la cinématique de marche de plusieurs personnes (partenaires du laboratoire, visiteurs, etc.). Au total, cette base de données est composée des analyses de 30 patients de 14 à 30 ans.

Le logiciel fourni avec le système Vicon Oxford permet de calculer de nombreux paramètres globaux de la marche, parmi eux :

- la durée moyenne d'un pas : 0,51 s
- la longueur moyenne d'un pas : 0,6 m
- la vitesse moyenne de marche : $1,04 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Des caractéristiques temporelles sont également disponibles et décomposent le mouvement tout au long du cycle de marche, celles qui nous intéressent sont les données cinématiques et les efforts au sein de l'articulation.

¹Électromyographie : technique médicale qui permet d'enregistrer les courants électriques qui accompagnent l'activité musculaire.

²Rétraction musculaire : muscle constamment contracté.

³Spasticité musculaire : augmentation exagérée et permanente du tonus musculaire (tension musculaire) d'un muscle au repos.

⁴Toxine botulinique : toxine qui permet de stopper les contractions musculaires.

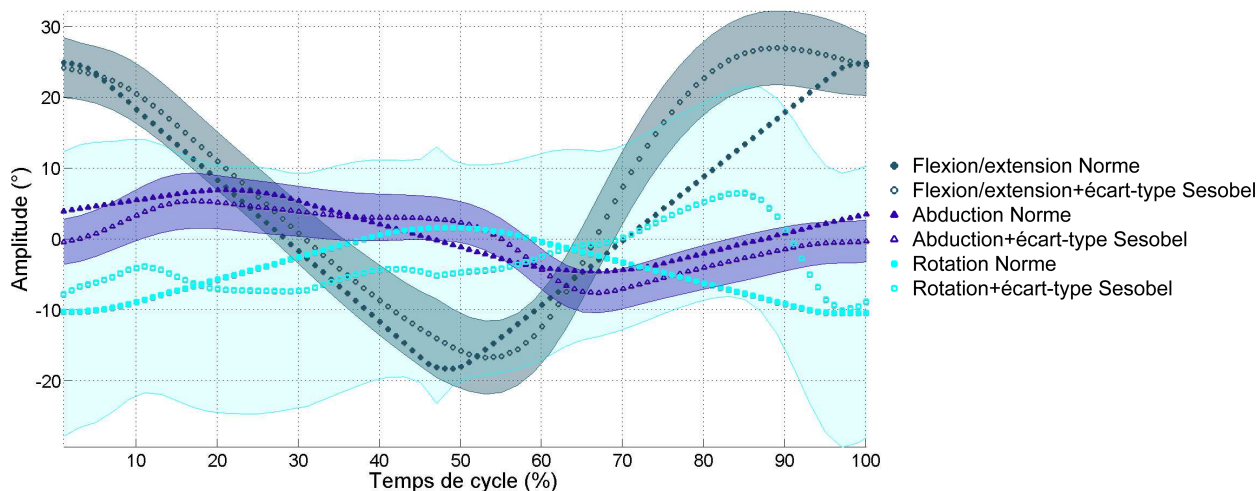


Fig. 4.20 – Cinématique issue de la base Sesobel et de la norme ISO-14242-1

Les données cinématiques de la base de sujets sains sont représentées sur la figure 4.20 où l'on peut voir les moyennes et les écarts-types des mouvements élémentaires de la cinématique de marche. Sur cette figure ont été superposées les courbes de la norme ISO-14242-1 pour comparaison.

La cinématique de marche est une combinaison complexe de rotations qui peuvent avoir de fortes variabilités entre les sujets analysés. Cette variabilité se manifeste surtout pour l'angle de rotation qui est presque trois fois supérieure à celles des autres angles de mouvement.

Si l'on compare ces résultats avec ceux de la norme ISO-14242-1, chaque paire de courbes présente des amplitudes angulaires similaires mais il existe toutefois un écart parfois important entre les angles issus de la norme et les angles mesurés. Par exemple pour l'angle de flexion/extension, la courbe issue des mesures de Sesobel n'est pas aussi symétrique et linéaire que celle de la norme.

Cette comparaison montre que les mouvements associés à la norme n'ont pas eu pour but principal d'être réalistes mais plutôt de simplifier le paramétrage cinématique lors de la configuration des simulateurs. De cette façon les tests d'usure sont plus facilement certifiables et comparables.

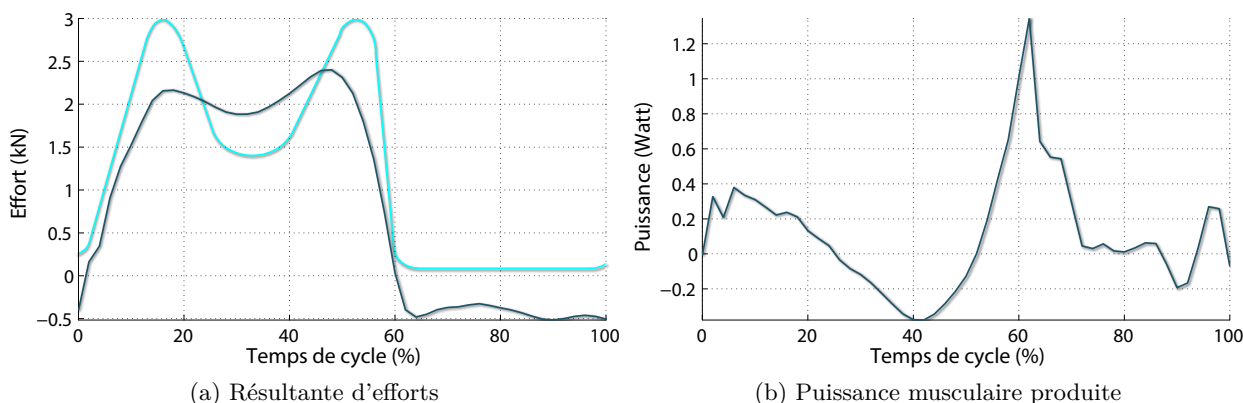


Fig. 4.21 – Effort et puissance dans l'articulation de la hanche durant la marche

Grâce aux deux plateformes de mesure d'efforts sur lesquels le sujet marche durant l'acquisition, le système Vicon Oxford permet de calculer les efforts et puissances de chaque articulation par des méthodes de dynamique inverse. Les figures 4.21a-b présentent les résultats moyens pour une personne de 75 kg.

La résultante d'efforts de la norme ISO-14242-1 est superposée avec la mesure moyenne expérimentale sur la figure 4.21a. Alors que la valeur maximale de la norme est de 3000 N, on peut voir

que la valeur maximale expérimentale est de 2400 N ce qui représente 320% du poids du corps. Chaque courbe est composée de deux maximums situés environ à 15% et 50% du cycle de marche, le premier correspond à la pose du talon sur le sol et le second au décolllement des orteils lors de la phase de poussée.

Par convention, la puissance musculaire présentée sur la figure 4.21b est positive lorsque l'action musculaire est dite concentrique, c'est à dire lorsque les muscles actifs se raccourcissent pour produire le mouvement. A l'inverse, elle est négative lorsque l'action musculaire est excentrique, lorsque les muscles activés s'allongent pour produire le mouvement [AMARANTINI, 03]. On constate une première augmentation qui est maximale à 10% du cycle et qui correspond à la contraction des muscles fessiers pour ramener la jambe en arrière, la seconde augmentation trois fois plus importante à lieu 60% du cycle, elle est due au mouvement de lever de la jambe vers l'avant au moment du décolllement du pied.

4.5.3 Dispositif d'acquisition de la cinématique de marche

Pour compléter les deux premières approches qui nous permettent d'avoir une vision générale sur la cinématique de marche, on désire mettre en place un dispositif d'acquisition pour analyser les mouvements de patients spécifiques comme par exemple ceux dont la prothèse présente un phénomène de squeaking.

Cette idée s'est concrétisée à la suite d'une discussion avec un chirurgien qui nous a proposé de rencontrer un de ses patients dont la prothèse présentait un phénomène de squeaking.

Cette étude a plusieurs buts :

- connaître la configuration angulaire de la prothèse lorsque le squeaking a lieu ;
- apporter un diagnostic supplémentaire au chirurgien sur le comportement du patient durant la marche ;
- vérifier si la marche du patient est "normale", ou s'il existe une corrélation entre la façon de marcher des patients et le phénomène de squeaking.

En terme de contraintes, nous souhaitons que la solution proposée réponde à trois impératifs :

- *Coût* : une seule analyse était prévue et nous ne savions pas si l'expérience allait être réitérée. Devant les solutions plutôt onéreuses du marché, un budget de 300 euros (en terme de matériel) a été alloué à ce sous-projet pour un premier prototype.
- *Temps* : le système devait être développé et opérationnel en un mois, la date d'opération du patient étant déjà fixée.
- *Ergonomie* : les patients porteurs de prothèses rencontrent périodiquement leur chirurgien dans son cabinet et il est difficile d'effectuer des essais en dehors de la structure hospitalière pour des raisons sanitaires et législatives. La solution développée se devait d'être transportable et facile à mettre en place dans un environnement restreint (comme le bureau d'un chirurgien).

4.5.3.1 Présentation du "motion tracking"

Le "motion tracking" ou captation de mouvements est une technique permettant de capturer les mouvements d'un élément réel afin de les renvoyer dans un univers virtuel. Le système Vicon Oxford présenté précédemment est un des systèmes commercialisés permettant ce type d'acquisition par la technologie infrarouge. Ces techniques, initialement développées dans un cadre médical (orthopédie, traumatologie, rééducation, et, plus généralement, biomécanique), sont employées pour faire correspondre des mouvements du vivant à ceux d'un avatar numérique ou d'une représentation conceptuelle.

Le système que nous avons développé repose sur une technique de *mesure stéréoscopique*. Cette technique optique consiste à localiser dans l'espace des marqueurs à l'aide de plusieurs caméras fixes qui filment la scène sous des angles différents. La synthèse des coordonnées 2D (\vec{x} , \vec{y}) d'un même marqueur vu par chaque caméra permet ainsi de déduire ses coordonnées dans l'espace 3D (\vec{x} , \vec{y} , \vec{z}). Cette technique présente l'avantage d'être peu coûteuse et simple à mettre en place.

La technique de mesure stéréoscopique repose sur trois étapes :

1. *Calibration des caméras* : calcul de la position de chaque caméra dans l'espace, étalonnage de l'échelle, et éventuellement calcul des distorsions⁵ d'images.
2. *Association* : mise en correspondance des marqueurs suivis sur les images de chaque caméra.
3. *Reconstruction* : Calcul des coordonnées des marqueurs.

Pour que le système soit rapidement exploitable, nous avons comparé les différentes solutions d'analyse déjà existantes. Parmi les nombreux logiciels permettant d'utiliser les techniques de la

⁵Distorsion : défaut optique de l'objectif d'une caméra qui se traduit par la courbure des lignes droites de l'image du sujet filmé.

mesure stéréoscopique, nous avons retenu le programme *Digitizing tools* développé par Hedrick qui effectue des recherches sur l'analyse des mouvements des animaux [HEDRICK, 08]. Plusieurs critères ont motivé ce choix :

- logiciel complet : intègre les outils de calibration, d'association, et de reconstruction 3D ;
- correction automatique des distorsions d'images
- codes open source et basés sur le logiciel Matlab : les ressources sont gratuites permettant une utilisation et d'éventuelles modifications dans un environnement familier ;
- projet en constante évolution par des mises à jours régulières ;
- programme reconnu par la communauté scientifique : utilisé pour de nombreuses publications (citées sur le site internet de l'application).

Une fois le système d'acquisition mis en place, nous avons réalisé un test dans des conditions réelles. Ce test a été effectué à Valence en collaboration avec un chirurgien pour l'étude d'un patient de 65 ans, pour qui une prothèse de hanche gauche a été posée en 2004. Il s'agissait d'un couple de diamètre 32 mm en céramique d'alumine avec cotyle non cimenté. Des bruits articulaires occasionnels sont apparus au bout de 4 ans sans aucune douleur associée, ils ont été identifiés comme du squeaking lors d'un entretien avec le chirurgien. 6 ans après la pose, une radio a révélé une rupture de l'insert. Nous avons assisté à l'opération de changement de prothèse en avril 2011. Le soir précédent cette opération, nous avons effectué une séance de "motion capture" avec le patient. Bien que la prothèse soit cassée, il pouvait encore marcher sans douleur et le bruit du squeaking était encore audible. Ces essais nous ont permis de caractériser la cinématique de marche du patient. La démarche d'acquisition est présentée sur la base de cette expérience.

4.5.3.2 Calibrage des caméras

L'étape de calibration consiste à déterminer la matrice de projection de chacune des caméras. Pour cela on utilise une mire de calibration qui comporte un ensemble de marqueurs dont les coordonnées sont connues. La mire que nous avons conçue est constituée d'une plaque en plexiglas de $1,2 \times 1,2$ m sur laquelle sont positionnées 13 marqueurs. Pour la calibration, 3 photos sont effectuées par chaque caméra pour 3 positions différentes de la plaque en plexiglas (translation de 60 cm entre chaque photo). Grâce à un logiciel de retouche d'image, on regroupe ensuite les 3 images de chaque caméra pour superposer les mires par jeu de transparence. Cette manipulation permet d'avoir l'équivalent d'une mire de $1,7 \text{ m}^3$ en minimisant les contraintes d'encombrement. Les images de calibrations résultantes de ces superpositions sont visibles sur la figure 4.22.

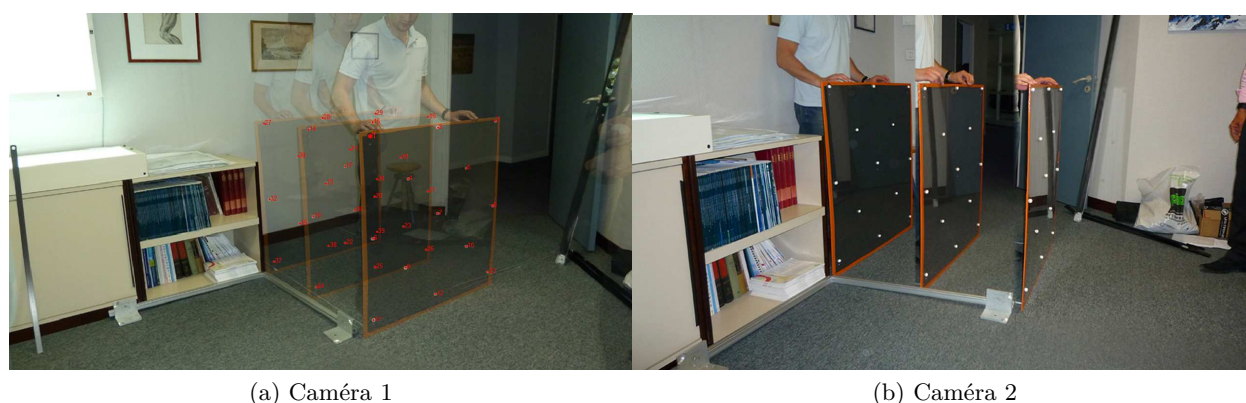


Fig. 4.22 – Calibrage des caméras

On effectue ensuite la correspondance des marqueurs pour chaque image et on écrit la matrice de position des différents marqueurs sur la mire. Enfin, le logiciel *Digitizing tools* permet de calculer les matrices de projection de chaque caméra par un algorithme de Transformation Linéaire Directe

(DLT). À l'issue de cette calibration, le logiciel calcule la position spatiale de n'importe quel point identifié sur chacune des images des caméras par une méthode de triangulation.

4.5.3.3 Capture du mouvement

Une fois le calibrage effectué, on peut filmer le patient en train de marcher. Nous avons utilisé deux appareils photos identiques (*Panasonic Lumix DMC-TZ30*). Ces appareils photos disposent d'un mode vidéo à format panoramique permettant de filmer un mouvement de marche sur une plus grande distance qu'avec un format traditionnel 4/3. De plus, le fait d'utiliser des appareils de même modèle permet d'avoir un paramétrage identique. Celui choisi pour l'acquisition vidéo est le suivant :

- Fréquence d'acquisition : 30 images/seconde
- Résolution d'image : 848×480 pixels

L'analyse de la cinématique de marche consiste à associer aux différents membres des jambes des repères qui vont servir aux calculs des différents angles du cycle de marche. Ces repères sont construits par l'intermédiaire de marqueurs fixés sur le patient. Pour cela, le patient est revêtu d'un collant noir sur lequel sont positionnées des pastilles blanches (demi-boule de papier crépon). Ces pastilles font office de marqueurs qui peuvent être aisément repérées sur l'image grâce aux contrastes du niveau de gris. Ainsi pour augmenter ces contrastes, nous avons déroulé un écran noir qui a servi d'arrière plan durant l'acquisition. L'International Society of Biomechanics (ISB) préconise des emplacements de marqueurs sur des zones où la peau se déplace peu par rapport au squelette de manière à maximiser la précision lors de la phase d'association de repères aux os [D'APUZZO *et al.*, 98, LEARDINI *et al.*, 05]. Cependant, pour être repérée sur chaque image, leur disposition nécessite plusieurs caméras qui encerclent complètement le patient. Compte tenu de notre volonté de faire un système portable, à moindre coût et déployable dans un espace restreint, nous avons réduit le nombre de marqueurs et adapté leur positionnement à la position des caméras. Ainsi le fémur est identifié par deux marqueurs en surface du quadriceps et on suppose que la peau ne bouge pas par rapport à l'os durant le mouvement. Cette réduction implique également que l'on néglige les glissements de collants sur la peau ou les modifications d'épaisseurs de muscle lors du mouvement.



(a) Caméra 1

(b) Caméra 2

Fig. 4.23 – Suivi des mires du patient

La figure 4.23 présente des captures d'écran du logiciel *Digitizing tools* pendant l'étape d'association. Cette étape consiste à identifier les différents marqueurs sur chacune des caméras durant le cycle de marche. Une fois cette étape réalisée sur la première image, le logiciel dispose d'outils de suivi automatique pour retrouver les marqueurs sur les images suivantes, ce qui facilite la tâche d'association.

4.5.3.4 Reconstruction

La figure 4.24 présente les résultats de la reconstruction 3D du mouvement du fémur gauche issue de l'étape d'acquisition. Trois points ont servi au repérage du bassin et deux à celui du fémur. Le repère associé au bassin est représenté en rouge sur le haut du segment représentant le fémur. Ce repérage sert de référence à la mesure des différents angles du mouvement fémur.

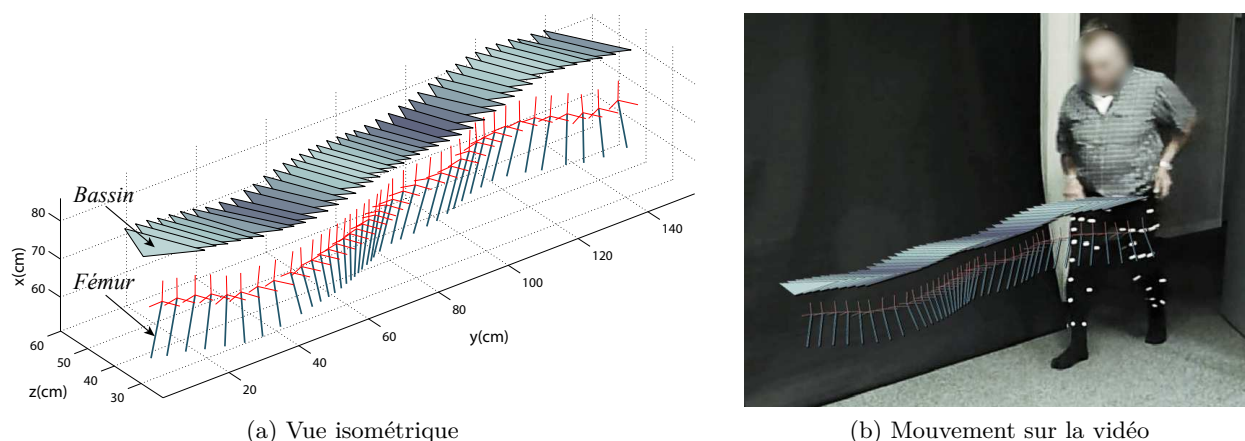


Fig. 4.24 – Reconstruction 3D de la cinématique de marche de la jambe gauche

Pour chaque image, on calcule les trois angles caractéristiques du mouvement : flexion/extension ; abduction/adduction et rotation interne/externe en prenant pour référence le bassin. La figure 4.25a présente les résultats bruts issus de l'analyse d'image. On peut constater qu'il existe des dispersions différentes suivant les angles de mouvement, alors qu'elle est quasi-nulle pour l'angle de rotation interne/externe, elle est de l'ordre de $\pm 5^\circ$ pour celui de flexion/extension. Cet écart s'explique par les flous de bougé de certaines images de la vidéo. En effet, la position du marqueur sur ces images est parfois accompagnée d'une trainée blanche relative au temps d'acquisition de l'image vidéo et à la vitesse du mouvement. Cette trainée perturbe la localisation du marqueur. Le mouvement le plus rapide étant celui de flexion/extension (position du marqueur sur le genou), c'est sur celui-ci que la mesure est la plus perturbée. Ce problème peut aisément être corrigé en diminuant le temps d'acquisition d'image de la caméra par l'ajout d'un éclairage supplémentaire ou l'augmentation de la sensibilité du capteur vidéo. Afin d'avoir une approximation des points mesurés et une relation simple de comportement, un polynôme de degré 8 est associé aux mesures, le résultat est visible figure 4.25b. Le mouvement présenté est celui d'un pas.

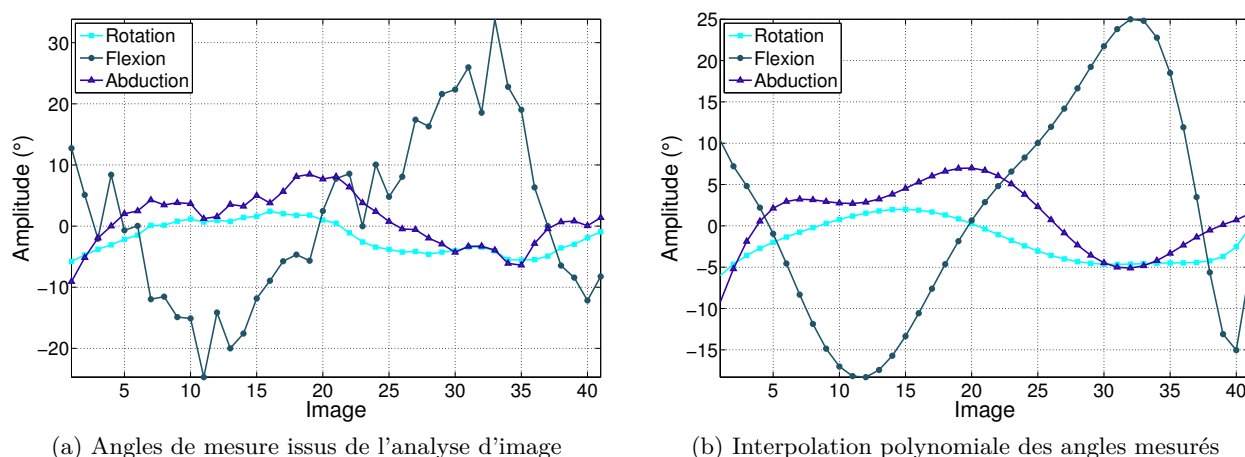


Fig. 4.25 – Linéarisation des déplacements calculés

4.5.3.5 Résultats

Le jour de l'acquisition, nous n'avons pas constaté de squeaking lors de la marche du patient. Nous avons tout de même procédé à l'acquisition cinématique.

Les résultats obtenus sont comparés à ceux de la norme ISO-14242-1 et ceux de la base de données Sesobel en projetant l'ensemble des données sur un même graphique (figure 4.26). Pour plus de lisibilité, seule la plage d'écart-type est visible pour la base Sesobel.

On peut constater que le mouvement de flexion-extension se superpose presque parfaitement à la courbe de la norme ISO-14242-1. Ce type de comportement, où la hanche effectue des rotations à vitesse constante, caractérise une rigidité au niveau du genou qui fléchit très peu au cours de la marche. Le patient avait en effet une démarche particulière et boitait légèrement avec la jambe gauche où la prothèse était posée (depuis la rupture, la prothèse provoquait parfois des douleurs). Ce boitement s'accompagne d'un effet de tangage du bassin visible par le mouvement d'abduction/adduction qui ne correspond pas à celui de la base de Sesobel ou celui de la norme ISO-14242-1. Seul le mouvement de rotation interne/externe est de typologie "normale".

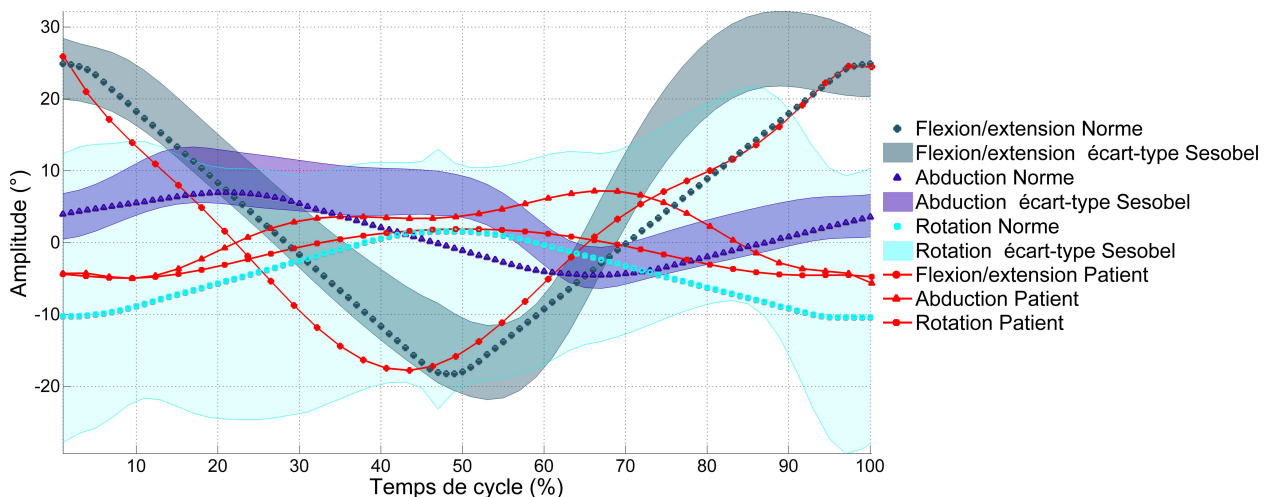


Fig. 4.26 – Cinématique de marche du patient superposée aux données de la base Sesobel et de la norme ISO-14242-1

4.5.3.6 Bilan

Les résultats obtenus sont tout à fait encourageants au regard des moyens mis en œuvre et des investissements réalisés. Ainsi, ce dispositif et la procédure associés pourront être réutilisés. Cette première expérience nous a permis d'en déduire des pistes d'amélioration notamment concernant le faible éclairage qui engendre des flous sur les marqueurs. La lecture de ces résultats avec les spécialistes du laboratoire Sesobel nous a permis de valider ce protocole expérimental.

L'intérêt de cette expérience spécifique reste tout de même limité, d'une part parce qu'aucun squeaking n'a été produit le jour de l'enregistrement mais aussi parce que l'analyse de prothèse cassée sort du contexte de notre étude. L'étude de ce patient nous montre que cette approche n'est pas optimale pour trouver s'il existe une corrélation entre la façon de marcher des patients et le phénomène du squeaking. Comme ce patient avait une cinématique compensatrice pour limiter les douleurs de sa prothèse cassée, il est fort possible qu'un patient dont la prothèse grince adapte sa marche pour limiter le grincement.

D'un point de vue plus global, l'outil que nous avons mis en place semble pertinent pour apporter des informations supplémentaires aux chirurgiens dans l'analyse de la cinématique de leurs patients.

On peut imaginer l'intérêt d'étudier l'évolution motrice du patient avant/après la pose de l'implant. Cette approche pourrait être aussi utilisée pour assurer le suivi du patient après l'opération.

Certains auteurs se demandent si le squeaking n'est pas dû à une mauvaise inclinaison angulaire du metal-back ce qui favoriserait le phénomène de chargement de bord [RESTREPO *et al.*, 08, WALTER *et al.*, 08]. Bien que leurs recherches ne relèvent pas d'influence statistique, le couplage de ces mesures à la cinématique de marche permettrait d'affiner l'analyse des zones de chargement.

4.6 Analyse des champs de pression d'une prothèse totale de hanche avec défauts

Cet exemple a pour but d'évaluer l'influence de défauts de forme sur les pressions locales dans les prothèses totales de hanche. Pour cela, une campagne de mesure est effectuée sur des prothèses en céramique afin de déterminer quels sont les défauts typiques de fabrication. L'approche proposée repose sur la combinaison des travaux des deux sections précédentes :

- la section §4.4 de ce chapitre présente une procédure de simulation d'assemblage qui permet de calculer les pressions locales pour une configuration angulaire des pièces données,
- les différentes configurations possibles pour une prothèse totale de hanche implantée sont caractérisées par les analyses cinématiques de marche de la section §4.5.

4.6.1 Qualification des défauts typiques

On propose d'analyser l'influence de défauts de forme typiques que l'on retrouve sur les prothèses en céramique. Cette approche est une étude préliminaire qui vise à déterminer si les défauts de forme ont une influence notable sur les pressions de contact.

Les défauts de surface qui composent les têtes et inserts céramiques sont souvent délimités par une spécification géométrique de sphéricité (figure 4.2 page 108). La tolérance associée à cette spécification est de l'ordre de $5\mu\text{m}$ [HERNIGOU et BAHRAMI, 03]. Une telle qualité géométrique rend le contrôle des pièces difficile car il nécessite des instruments de mesure de haute précision.

Une campagne de mesure a été effectuée sur une dizaine de prothèses neuves (tête + insert prothétique) par l'intermédiaire d'un laboratoire tiers. Pour des raisons de confidentialité, les résultats de mesure ne sont pas détaillés ici. À partir de chaque mesure, une analyse modale est effectuée pour évaluer les défauts modaux prépondérants. Les cinq défauts modaux caractéristiques sont répertoriés figure 4.27.



Fig. 4.27 – Les cinq défauts modaux caractéristiques issus des mesures de têtes et d'inserts

4.6.2 Procédure d'analyse

Pour évaluer l'influence des défauts modaux sur les pressions de contact, on propose de tester toutes les combinaisons possibles d'assemblages de tête/insert en ne considérant à chaque fois qu'un seul défaut modal sur chaque élément. Pour les 5 défauts sélectionnés, cela représente 25 essais. Les défauts sont générés avec la méthode modale et l'amplitude de chaque défaut est de $5\mu\text{m}$ pour rester conforme aux spécifications géométriques usuelles. Pour que les défauts modaux ne soient pas conformes lors de l'assemblage, le coefficient modal du mode utilisé est appliqué positivement sur la tête et négativement sur l'insert. Pour chaque paire d'assemblage, les défauts sont donc en opposition.

Chaque couple tête/insert est ensuite assemblé pour 10 configurations angulaires du cycle de marche en appliquant la simulation d'assemblage d'une liaison rotule (paragraphe §4.4 page 109).

Les angles de la cinématique angulaire sont issus de la norme ISO-14242-1 (paragraphe §4.5.1) avec un effort de liaison constant de 3000 N. La figure 4.28 illustre 5 des 10 positions angulaires pour lesquels les pressions de contact sont calculées.

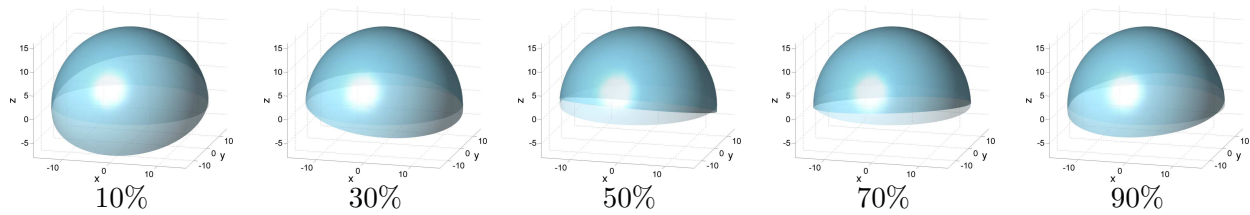


Fig. 4.28 – Quelques positions angulaires du cycle de marche

4.6.3 Résultats

Par valider la procédure globale, un premier calcul est effectué avec un assemblage de pièces sans défaut pour les 10 configurations angulaires du cycle de marche. La pression de contact calculée est constante pour les 10 positions angulaires, elle est de 100,5 MPa. Ce premier test est conforme avec la loi analytique de Hertz qui donne une pression de 100,3 MPa pour une tête de rayon 16 mm et un jeu radial de 50 μ m.

Les calculs sont ensuite effectués avec les 25 paires d'assemblages pour les 10 positions angulaires. Les pressions maximales de contact calculées sont visibles sur la figure 4.29.

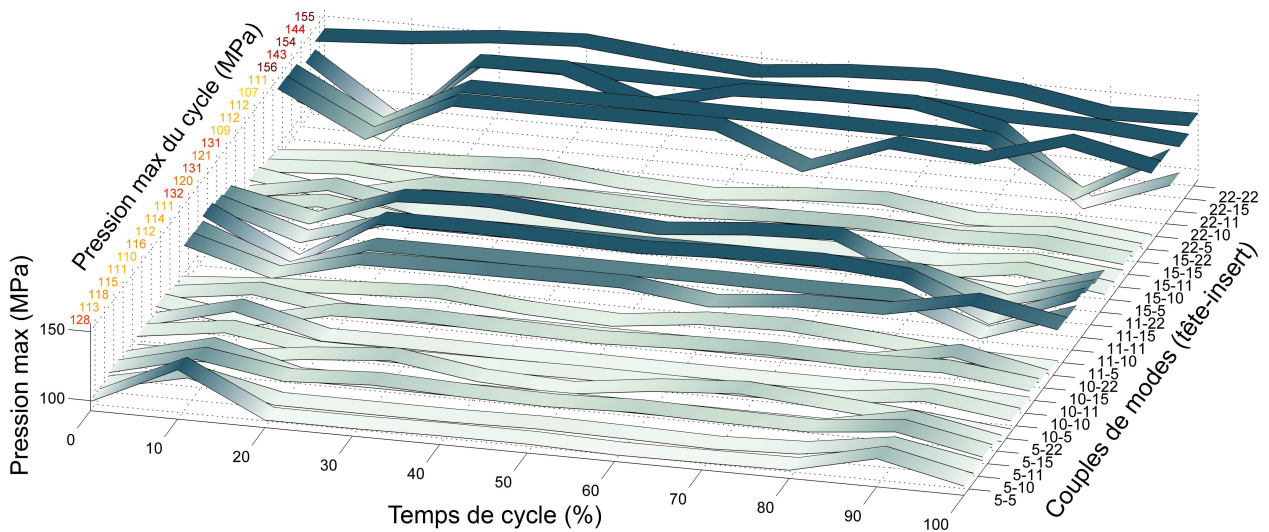


Fig. 4.29 – Évolution de la pression maximale de contact pour 25 assemblages

Si l'on considère l'ensemble des résultats, les pressions calculées varient de 93 à 156 MPa avec une moyenne de 114 MPa. On peut voir sur la figure 4.29 que les pressions maximales se manifestent pour deux modes particuliers :

- Le mode 22 : visible sur les 5 derniers couples de modes du graphique 4.29, la présence de ce mode sur la tête augmente d'environ 50% la pression maximale.
- Le mode 11 : La présence de ce mode sur la tête augmente d'environ 30% la pression maximale.

Ces modes augmentent la pression maximale de par leurs géométries qui possèdent localement des rayons de courbures inférieurs au rayon nominal de la tête. Cette distinction est visible sur la figure 4.27 où l'on peut noter que le rayon local au sommet du mode 22 est plus petit que celui du mode 11, ce qui génère de plus fortes pressions maximales.

On peut constater que l'influence de ces défauts est moins importante, lorsqu'ils sont présents sur l'insert. Ceci s'explique par la cinématique de la marche et la direction de l'effort vertical, comme le défaut local présentant une faible courbure ne se trouve pas proche de la direction de l'effort durant le cycle (figure 4.29), son influence sur l'augmentation de la pression est modérée.

Si les défauts de forme ont la capacité d'augmenter la pression locale de contact de la liaison rotule, on peut voir qu'ils peuvent aussi la diminuer. Ce phénomène se produit également avec les modes 11 et 22 pour les configurations d'assemblages vers 10% et 90% du cycle de marche qui correspondent aux inclinaisons maximales de l'insert par rapport à la tête. La diminution locale du rayon de courbure au sommet des modes 11 et 22 provoque le phénomène inverse sur la géométrie périphérique où le rayon de courbure devient supérieur au rayon nominal de la tête. Ainsi lorsque l'insert est fortement incliné, il présente une zone de contact favorable à la diminution de la pression maximale qui peut alors descendre d'environ 10%.

4.7 Synthèse

Ce chapitre propose une simulation d'assemblage d'une liaison rotule de prothèse totale de hanche. Sur la base des outils mis en place dans le chapitre 3, cette approche est adaptée à la géométrie de la liaison et nous intégrons les particularités liées à sa mobilité.

Cette mobilité est caractérisée par trois sources différentes : une norme pour des tests d'usure, une base de donnée d'acquisition cinématique de sujets sains, et la mise en place d'un moyen de mesure dédié à la caractérisation spécifique de marche.

Pour évaluer l'influence de défauts de forme sur les pressions locales dans les prothèses totales de hanche. Nous proposons d'utiliser la simulation d'assemblage et les données cinématiques pour tester plusieurs défauts caractéristiques de fabrication.

Les résultats préliminaires montrent que les défauts de forme ont une influence non négligeable sur les pressions de contact. Avec des composants respectant les spécifications géométriques, ces défauts peuvent induire une augmentation de près de 50% des pressions locales maximales par rapport à celles calculées avec le rayon nominal de chaque composant. Les défauts de la tête semblent avoir une influence plus marquée si la diminution locale de courbure a lieu dans l'axe de l'effort (au sommet de la tête).

L'influence de la configuration angulaire semble secondaire avec notre approche. Toutefois, il faut garder à l'esprit que nous avons imposé un effort constant au cours du cycle de marche ce qui n'est pas le cas dans un contexte réel. De plus, notre approche suppose que la liaison rotule est toujours en contact, nous négligeons ainsi tous les effets parasites du cycle de marche (choc des micro-séparations, chargement de bord...) qui ont également un impact important sur les pressions locales de contact.

Cette approche offre ainsi de nombreuses perspectives d'améliorations. Par exemple, la finesse du modèle pourra être complétée par une description plus approfondie de la cinématique et des efforts lors du cycle de marche. On pourra également améliorer l'approche générale de l'étude d'influence des défauts qui peut être enrichie par une analyse de type plan d'expériences que nous avons proposée au paragraphe §3.5.3 page 90 sur l'exemple de la bride.

Caractérisation expérimentale de la prothèse totale de hanche

Objectifs du chapitre

Ce dernier chapitre présente trois dispositifs expérimentaux différents pour analyser le comportement de la prothèse avec ou sans squeaking. Le premier dispositif correspond à un simulateur de marche qui permet de tester la prothèse dans des conditions de mouvements et d'efforts similaires à ceux subis lorsqu'elle est implantée. Les deux autres dispositifs sont conçus pour analyser le comportement de la prothèse en oscillations libres. Le but est d'obtenir une analyse plus fine du comportement de la prothèse pour qualifier et enrichir nos modèles.

Sommaire

5.1	Introduction	138
5.2	Essais sur simulateur de marche	138
5.2.1	Présentation du simulateur MTS 858 Mini Bionix II	138
5.2.2	Analyse métrologique	140
5.2.3	Analyse acoustique	143
5.2.4	Analyse vibratoire	144
5.2.5	Bilan	144
5.3	Le pendule pesant	145
5.3.1	Préambule	145
5.3.2	Composants du pendule	146
5.3.3	Analyse des déplacements	146
5.3.4	Discussions	149
5.3.5	Caractérisation du frottement	153
5.3.6	Bilan	156
5.4	La toupie	157
5.4.1	Principe d'analyse	157
5.4.2	Décélérations angulaires	158
5.4.3	Calcul des coefficients de frottement	159
5.4.4	Analyse fréquentielle	160
5.4.5	Bilan	160
5.5	Synthèse	161

5.1 Introduction

La simulation d'assemblage de la liaison rotule a été mise en place en intégrant à la fois les efforts de chargement, l'estimation des pressions locales ainsi que les paramètres cinématiques liés à la marche. Ces simulations permettent de mieux comprendre l'influence des défauts de forme sur l'évolution des pressions locales de contact. Comme dans le cas de l'étude de la bride, il est primordial d'apporter des éléments de validation à la fois pour la simulation de l'assemblage mais aussi des éléments expérimentaux qui permettront de valider les hypothèses émises quant à l'influence des pressions sur le squeaking.

Ainsi, ce dernier chapitre se focalise sur la présentation de différents dispositifs expérimentaux spécialement développés pour cette étude et détaille les analyses associées. La mesure du torseur écart entre les deux pièces assemblées est très délicate au regard des raideurs locales de surface (céramique) qui engendrent des déplacements de l'ordre du micron, cumulés aux très faibles défauts de forme des surfaces (5 μm). Ainsi, la validation doit être effectuée de manière indirecte.

Nous proposons de caractériser les composantes d'efforts liées au frottement induit par la rotation de la tête dans la cupule. Ces données devront nous permettre d'estimer les aires de contact et d'en déduire les coefficients de frottement. Par comparaison entre ces calculs et les valeurs disponibles dans la littérature, il sera possible d'apporter des éléments de validation.

Dans un premier temps, nous proposons d'utiliser un dispositif d'essai normalisé afin de caractériser le comportement dynamique de la prothèse sous chargement. Le torseur d'effort résultant est déterminé par une plateforme de mesure d'efforts 6 composantes. Nous montrerons que la mesure du moment lié au frottement d'une pièce sur l'autre est très délicate notamment à cause du ratio qu'il y a entre les charges verticales et les valeurs de moment (facteur 10 000).

D'autres dispositifs basés sur des mouvements libres ont été développés. La mesure du travail lié aux efforts de frottement et estimée à partir de la dissipation d'énergie du système.

Enfin, le squeaking est apparu lors d'essais sur ces dispositifs et nous avons mis en place différentes mesures à la fois pour caractériser les mouvements liés au squeaking (mouvements parasites) ainsi que l'incidence du phénomène sur le comportement de la prothèse par rapport à la dissipation d'énergie.

5.2 Essais sur simulateur de marche

La laboratoire *Tural*, partenaire du projet, possède un simulateur de marche qu'il utilise pour effectuer des tests d'usure des prothèses. Dans le cadre de cette collaboration, nous utilisons cette ressource pour étudier le comportement de la prothèse dans des conditions cinématiques proches de celles de la marche.

5.2.1 Présentation du simulateur MTS 858 Mini Bionix II

La machine *MTS 858 Mini Bionix II* est une machine de traction/compression munie d'un équipement spécifique pour réaliser des essais sur des prothèses totales de hanche. Elle est visible sur la figure 5.1a.

La machine possède 2 degrés de liberté grâce au vérin central qui peut effectuer des translations et des rotations suivant l'axe \vec{z} . Le module fixé à l'extrémité de la tige ajoute deux degrés de liberté en rotations autour des axes \vec{x} et \vec{y} .

Pour la fixation de la prothèse totale de hanche, un bol en acier est fixé à la base de la machine et une pièce nommée "adaptateur" sur le mobile supérieur. Dans chacune de ces pièces peuvent être cimentés la tige et le metal-back (figures 5.1b-c). Le ciment utilisé est un produit orthopédique

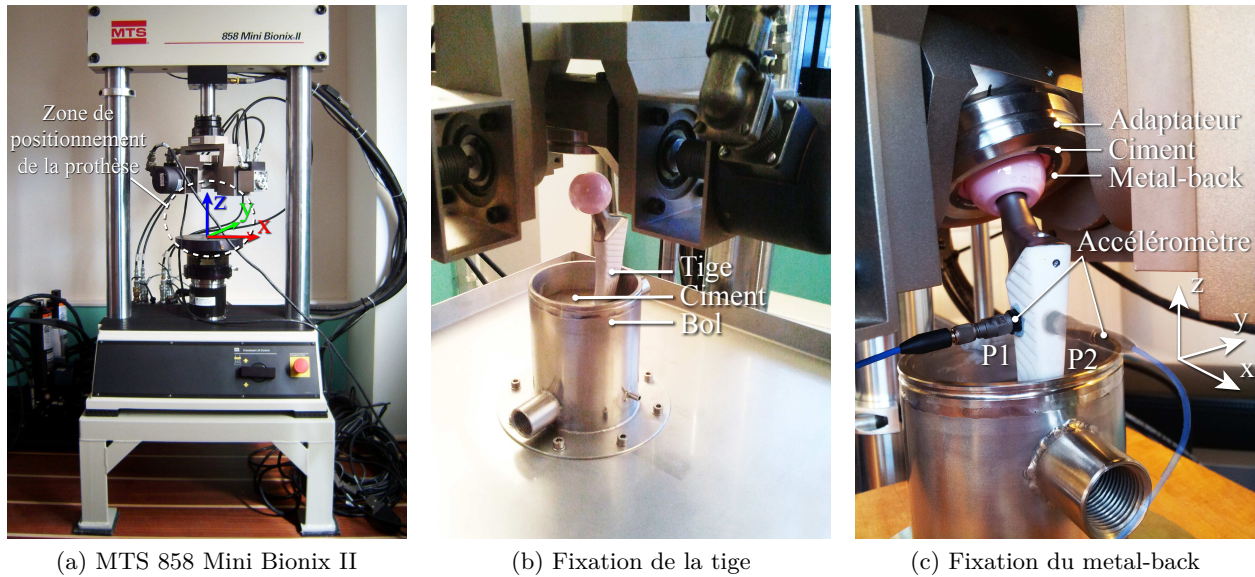


Fig. 5.1 – Simulateur de marche MTS 858 Mini Bionix II

employé par les chirurgiens et recommandé par la norme ISO-14242-1 pour la fixation des implants sur un simulateur [ISO-14242-1, 12].

La partie inférieure du simulateur, qui supporte le bol, peut translater librement suivant les axes \vec{x} et \vec{y} pour l'alignement avec le metal-back lors du montage. Pendant les essais, cette partie reste fixe tandis que la partie supérieure qui maintient le metal-back effectue les mouvements de rotation et applique l'effort vertical. Cette configuration permet de prendre la tige comme référence et de garder la direction de l'effort fixe lorsque l'on applique la cinématique de marche. Ainsi, l'axe \vec{x} reproduit les mouvements de flexion/extension, \vec{y} celui d'abduction/adduction et \vec{z} celui de rotation interne/externe.

La cinématique et les efforts appliqués à la prothèse sont ceux de la norme ISO-14242-1 décrite au paragraphe §4.5.1 page 124. Cette norme propose une définition simplifiée des mouvements de la hanche et de la charge appliquée lors de la marche. Elle est conçue pour définir les données d'entrée aux simulateurs de marche pour tester l'usure des prothèses. Le cycle est appliqué à une fréquence de 1 Hz conformément à la fréquence naturelle moyenne de la marche. Par contre l'amplitude des efforts prévue par la norme est de 3000 N, nous avons limité cette charge à 1500 N pour nous rapprocher des conditions normales de fonctionnement.

Nous avons testé sur ce simulateur une prothèse totale de hanche du modèle *Exclusif* commercialisé par la société *ATF*. La tête prothétique et l'insert ont un diamètre de 32 mm et sont composés de céramique composite alumine-zircone. Les pièces subissent un nettoyage à l'éthanol une fois montées pour éliminer toute particule qui pourrait polluer l'interface.

L'objectif du test est de compter le nombre de cycles en situation non lubrifié avant l'apparition du squeaking. Des acquisitions multiples sont associées à cet essai. Premièrement un enregistrement sonore est effectué pendant toute la durée du test. Ensuite, les surfaces de la tête et de l'insert sont mesurées avec un rugosimètre optique avant l'essai. Sitôt le squeaking apparu, l'essai est stoppé et la prothèse démontée pour faire de nouvelles mesures et détecter d'éventuelles traces d'usure. Enfin, une fois la prothèse mesurée, elle est remontée sur le simulateur pour effectuer des mesures avec un accéléromètre collé à plusieurs endroits de la tige lors du squeaking afin de caractériser les mouvements liés aux modes propres de la tige.

Pour cet implant, le squeaking est apparu au bout de 1180 cycles, soit environ 20 minutes. L'essai fut aussitôt arrêté pour mesurer les implants.

5.2.2 Analyse métrologique

Avant et après cet essai, des mesures de rugosité sont effectuées sur le sommet de la tête et au fond de l'insert à l'aide de la plateforme de mesure *Altisurf 520* basée sur la technique de microscopie confocale à champ étendu [UDUPA *et al.*, 00a, UDUPA *et al.*, 00b]. Cet instrument est équipé d'une sonde optique confocale chromatique de profondeur de champ de 300 μm et de précision axiale en \vec{z} de 0,06 μm .

Pour les caractérisations des surfaces, on mesure des carrés de 1700 μm de coté, composés de 2 890 000 points de mesures (soit un point tous les microns). La mesure de chaque surface nécessite une dizaine d'heures, les résultats sont présentés sur la figure 5.2.

Les zones de mesure sont situées au sommet (pour la tête) ou au fond de l'hémisphère (pour l'insert) à l'exception de la figure 5.2c. En effet une fois le test réalisé, alors que pour la tête nous n'avons remarqué aucune différence visuelle des états de surface, deux petites taches semblables à de fines pellicules ont été perceptibles à quelques millimètres du fond de l'insert suivant l'orientation de la source lumineuse. Ces tâches d'environ $2 \times 0,2 \text{ mm}$ étaient parallèles et nous avons choisi de centrer la mesure sur la plus grosse d'entre elles.

Pour chaque mesure, on filtre aux résultats bruts une sphère des moindres carrés. On peut remarquer que ce filtrage laisse un résidu qui varie selon les défauts de surface, par exemple la figure 5.2d laisse apparaître des ondulations circulaires provoquées par ce filtrage, ceci n'est pas un défaut lié à la pièce car ces ondulations ne sont centrées de la même manière si on redresse la mesure avant le filtrage. Nous avons affiné au mieux ce filtrage en n'associant que les zones "lisses" (figure 5.2c) ou en supprimant des zones où figuraient de nombreux points non mesurés. En effet, on peut constater pour la mesure de la tête neuve (figure 5.2a) qu'elle comporte des points noirs qui correspondent à des zones non mesurées. Plusieurs phénomènes peuvent expliquer ces zones comme des problèmes de brillance locale qui perturbe l'acquisition, des contraintes temporelles ne nous ont pas permis de refaire les mesures.

Pour caractériser les défauts de surface, les paramètres surfaciques de chaque surface sont calculés suivant la norme ISO-25178 [ISO-25178-2, 12]. Les résultats sont visibles dans le tableau 5.1.

Paramètres de hauteur (μm)		Tête		Insert	
		neuve	après essai	neuf	après essai
Sq	Hauteur quadratique moyenne de la surface	0,061	0,0592	0,0516	0,113
Ssk	Facteur d'asymétrie de la surface	0,0483	0,00573	0,0484	0,0502
Sp	Hauteur maximale des saillies de la surface	0,430	0,540	0,430	2,504
Sv	Hauteur maximale des creux de la surface	0,467	0,430	0,485	3,696
Sz	Hauteur totale de la surface	0,897	0,970	0,916	5,20
Sa	Hauteur arithmétique moyenne de la surface	0,0477	0,0469	0,0398	0,0691

Tab. 5.1 – Paramètres de surface selon la norme ISO-25178 [ISO-25178-2, 12]

On peut constater pour les mesures de la tête que l'état de surface a très peu varié. En effet les écarts mesurés sont pour la plupart inférieurs au seuil de précision du capteur optique (0,06 μm)(figure 5.2a-b).

En revanche, on peut noter une nette différence pour les surfaces de l'insert où des zones rugueuses multiplient par deux la hauteur arithmétique moyenne de la surface (paramètre Sa). Cette variation est aussi visible sur la hauteur totale de la surface (paramètre Sz) bien qu'il fasse relativiser ce facteur sensible aux points de mesures aberrants. Ces résultats sont précisés sur la figure 5.3 qui présente le profil de rugosité issu de la ligne rouge de la figure 5.2d. Ce profil traverse la première tache et atteint la seconde, le Ra est de 0,0595 μm et on peut voir l'augmentation locale de l'amplitude des défauts.

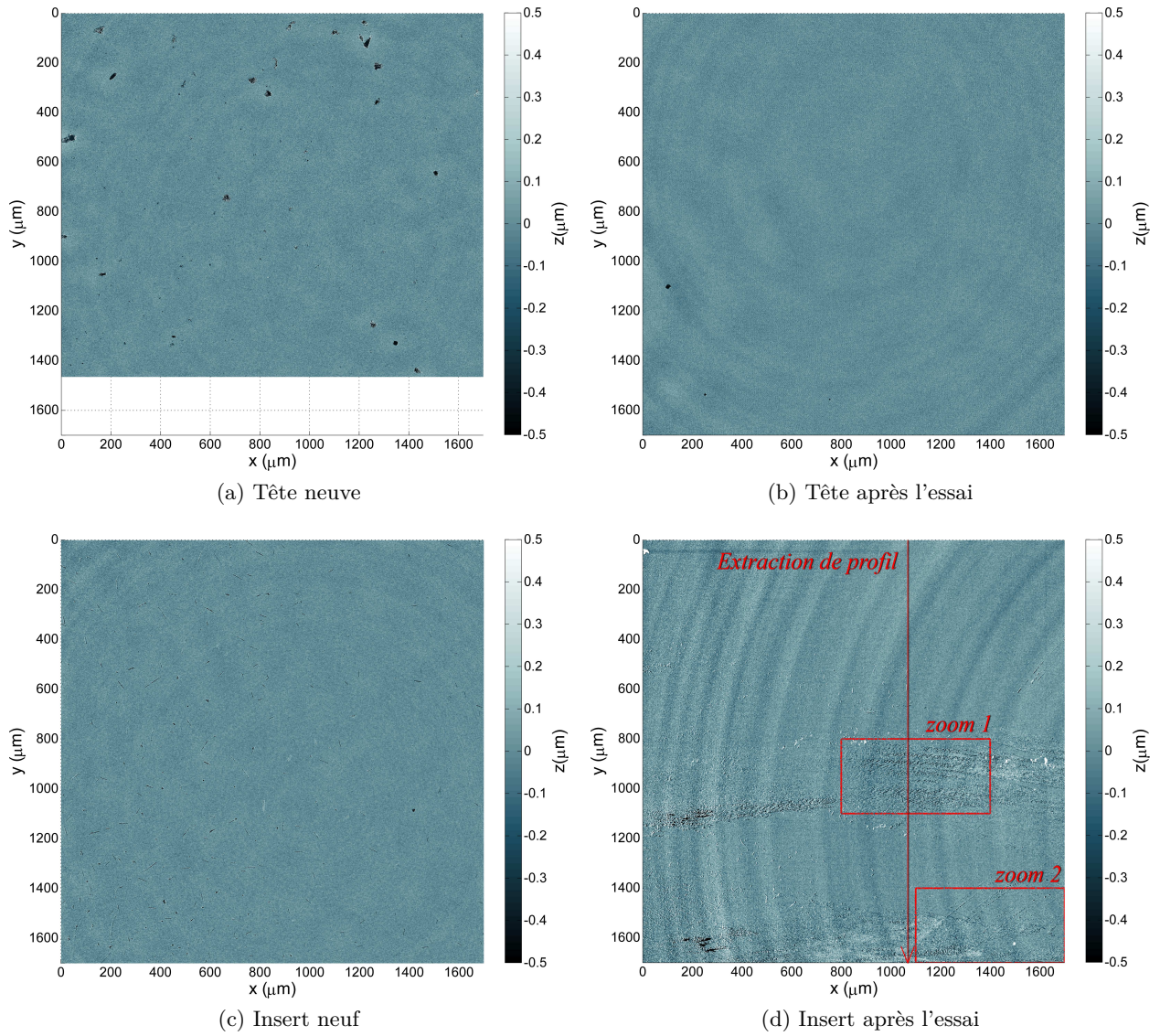


Fig. 5.2 – Mesure des surfaces de l'implant avant et après l'essai

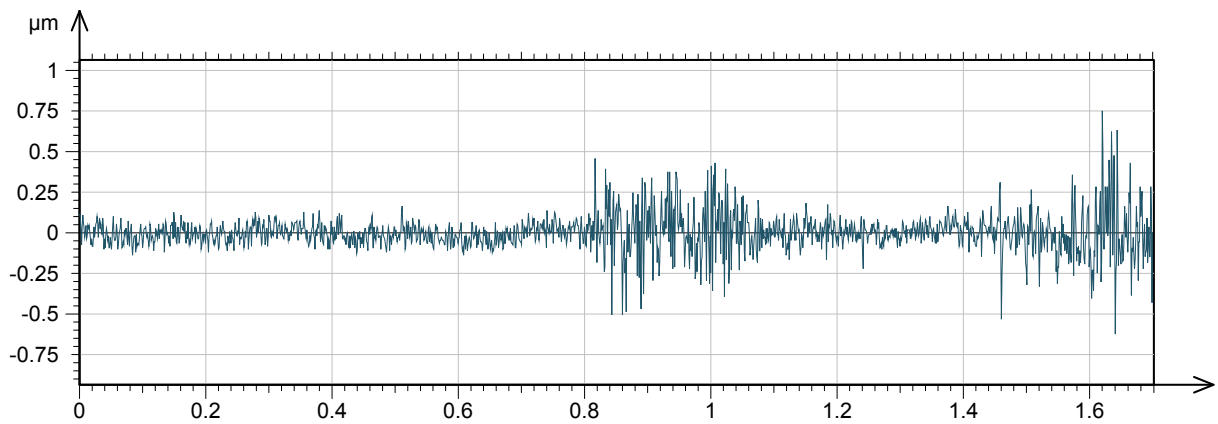


Fig. 5.3 – Profil de rugosité de la ligne rouge sur la surface de la figure 5.2d

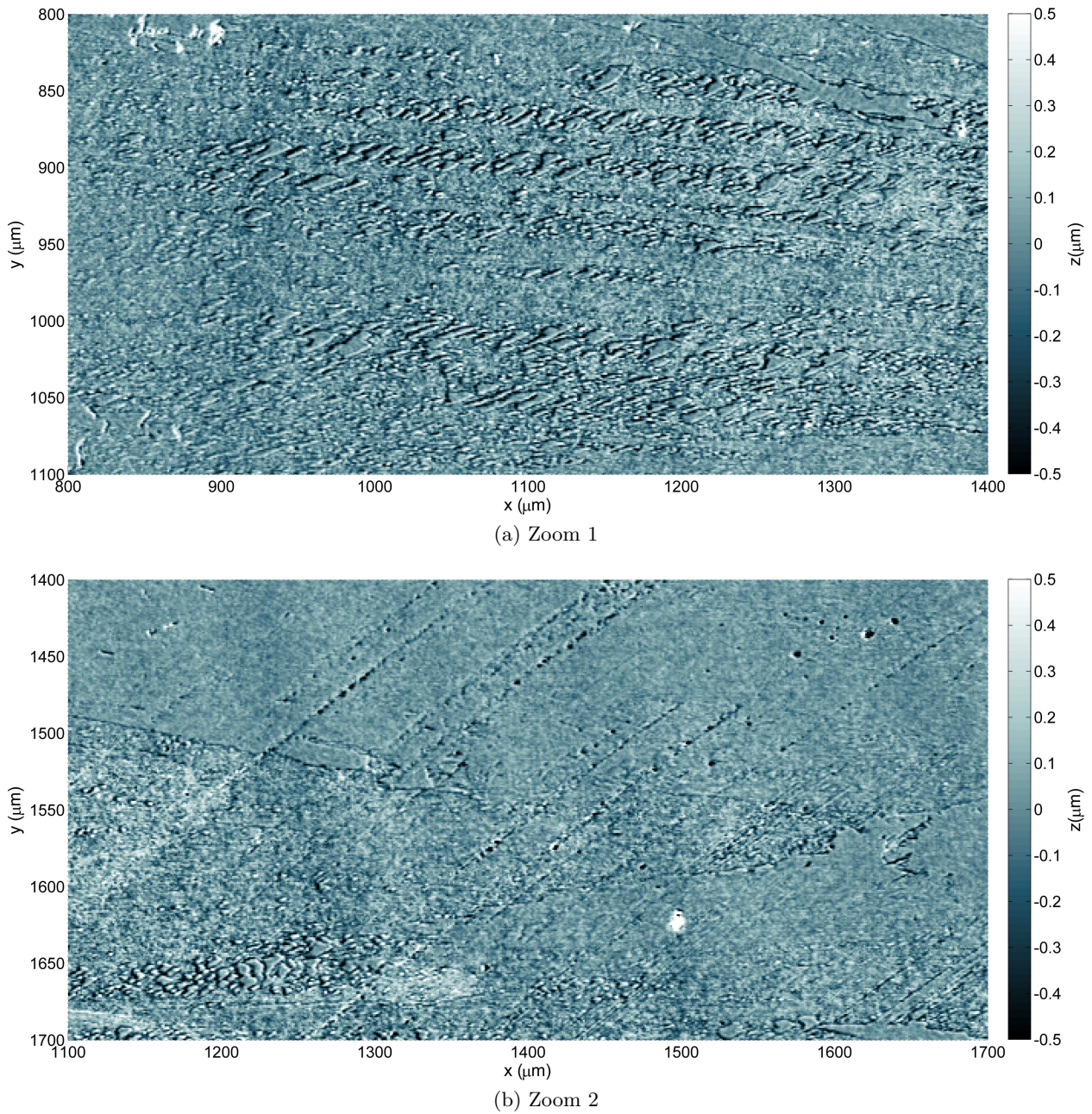


Fig. 5.4 – Agrandissements locaux de la figure 5.2d

Il est difficile d'identifier l'origine de ces taches, la mesure de profil (figure 5.3) semble indiquer qu'elles sont incrustées sous la surface moyenne mais dépassent également en partie au dessus. Deux agrandissements locaux de la figure 5.2d sont présentés sur la figure 5.4.

Le premier agrandissement figure 5.4a met en valeur ce qui semble être des particules d'une largeur d'environ $20\text{ }\mu\text{m}$. Pour ce type de céramique, la taille de grain est d'environ $0,5\text{ }\mu\text{m}$. Si ces particules sont en céramique, cela signifie qu'elles sont constituées d'un ensemble de grains.

Le second agrandissement figure 5.4b révèle des rayures de quelques microns de largeur et un regroupement de particules en bas à gauche. Ce regroupement est probablement causé par la cinématique du simulateur et les défauts de forme des pièces (les particules pourraient se concentrer dans un creux). Un point important qui confirme l'hypothèse des particules est que les taches visibles ont disparu très facilement en les frottant avec un tissu sec. De la même manière l'augmentation croissante du volume du squeaking sur le simulateur pourrait être lié au nombre croissant de particules présentes. Il s'agirait alors d'un cercle vicieux de fonctionnement où les premières particules viendraient rayer les surfaces pour en produire d'autres.

Il est difficile de tirer des conclusions sur la seule base de ces mesures. Comme nous l'avons montré au paragraphe §4.6 page 134, un léger défaut de forme peut augmenter la pression locale de contact. Cette configuration est favorable à l'abrasion du matériau et pourrait être à l'origine de la production des premières particules. Nos moyens de mesure n'ont pas permis de les caractériser (matériaux, dimensions...).

5.2.3 Analyse acoustique

Au cours de l'essai sur le simulateur un enregistrement audio du squeaking a été effectué. L'analyse fréquentielle de cet enregistrement révèle des fréquences propres situées à $2600\text{--}2900\text{ Hz}$.

Nous comparons ces fréquences à celles de la tige libre et de la tige encastrée dans le bol du simulateur qui sont mesurées expérimentalement (paragraphe §1.3.1 page 24). La figure 5.5 présente la superposition des résultats, on peut voir que la zone de squeaking englobe les deux fréquences propres de la tige encastrée ce qui confirme l'hypothèse de résonance de l'ensemble fémoral (paragraphe §1.3.1 page 24). Par ailleurs, ces deux modes se retrouvent sur un mode propre de la tige libre. Le fait d'encastrer la tige semble ainsi diminuer l'amplitude de ce mode tout en décalant peu sa fréquence. A contrario les autres modes propres de la tige sont supprimés par l'encastrement. On notera toutefois que la tige n'est encastrée dans le bol que sur un tiers de sa portée nominale (figure 5.1b-c). Dans des conditions in vivo cette partie est complètement insérée dans l'os. Ainsi il est probable qu'un mauvais encastrement sur le haut de la tige soit une condition favorable au squeaking.

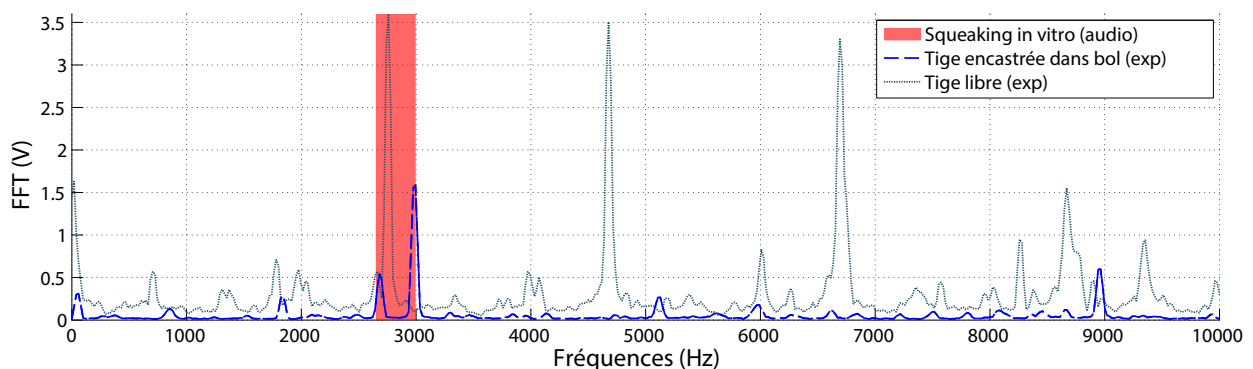


Fig. 5.5 – Comparaison des fréquences du squeaking, de la tige libre et de la tige encastrée dans le bol du simulateur

5.2.4 Analyse vibratoire

Après les mesures métrologiques, l'ensemble prothétique est remonté sur le simulateur de marche et la prothèse est nettoyée à nouveau à l'éthanol. Après la remise en marche du simulateur, le squeaking est réapparu très rapidement au bout d'une dizaine de cycles, doucement puis en augmentant rapidement en intensité sonore pour se stabiliser en moins d'une minute.

Pendant le squeaking, on propose d'observer les déplacements de la prothèse suivant ses deux axes principaux à l'aide d'un accéléromètre. Celui-ci est fixé successivement en position P1 puis P2 de la tige fémorale (figure 5.1c page 139).

Les accélérations mesurées sont de $106,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour la position P1 et $30,61 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour P2.

Ainsi, l'amplitude des vibrations est 3,5 fois plus importante autour de l'axe de flexion/extension \vec{x} qu'autour de celui d'abduction/adduction \vec{y} . Le mode de vibration de l'implant fémoral est donc un mode de flexion autour de l'axe \vec{x} . Deux raisons peuvent expliquer ce comportement, la première est la géométrie de la tige qui laisse une plus grande souplesse suivant cette orientation, la seconde est la direction du mouvement qui est de plus grande amplitude pour cet axe. En effet l'angle de flexion/extension possède une amplitude de 48° durant le mouvement (paragraphe §4.5.1 page 124), cette caractéristique est favorable à l'excitation suivant cet axe.

5.2.5 Bilan

Dans la littérature, une expérience similaire est réalisé par Chevillotte qui ne considère toutefois qu'un seul axe de rotation (celui de flexion/extension) et avec une prothèse en céramique d'alumine [CHEVILLOTTE *et al.*, 08]. Voici un extrait de la conclusion de cette expérience :

*Sans lubrification, l'apparition du squeaking a été reproduit après environ 24 000 cycles. Une fois apparu, le bruit était alors constant et ne disparaissait pas avec le temps ou avec les changements de fréquence. Lors de l'examen de la pièce acétabulaire et la tête prothétique après les essais, nous avons observé une légère bande d'usure ou stripe wear, démontrant la présence de dommages physiques sur la surface de contact. Nous avons réitéré le même test (situation normale) avec les composants déjà utilisés, dans les mêmes conditions non lubrifiées, et le squeaking est alors apparu après seulement 300 cycles. [CHEVILLOTTE *et al.*, 08]*

Notre essai, effectué sur une prothèse en céramique composite alumine-zircone dans des conditions cinématiques plus complètes, produit un squeaking beaucoup plus rapide au bout de 1180 cycles. Les autres aspects du comportement de la prothèse sont similaires à l'essai de Chevillotte, spécialement ceux concernant le bruit constant et la réapparition rapide après nettoyage.

On décèle pour les deux essais des traces sur les surfaces frottantes. Pour l'essai de Chevillotte, il s'agissait de légères bandes d'usure. Les traces que nous avons obtenu sont beaucoup plus petites et ont disparu par un simple nettoyage avec un chiffon sec. Il est possible que ces traces correspondent à des particules de céramique. Par contre, puisque nous avons arrêté l'essai dès l'apparition du squeaking (et l'apparition des particules), ces particules n'ont pas eu le temps d'user la surface. De plus, avant le nettoyage des surfaces, des mesures microscopiques ont permis d'identifier des particules d'environ $20 \mu\text{m}$ de largeur au niveau des traces.

Pour approfondir nos connaissances sur le comportement de la prothèse pendant le squeaking, nous proposons de mesurer les efforts et les moments de la liaison. Nous projetons ensuite d'estimer les coefficients de frottement au sein de la prothèse.

Une plateforme de mesure 6 axes, développée par Couetard a été montée à la base du bol de support de la tige prothétique [COUÉTARD, 00]. Toutefois les efforts mesurés étaient très perturbés par le système d'asservissement (vibrations du moteur et du système de commande hydraulique), après de multiples essais, il s'est avéré de plus que la sensibilité de la plateforme utilisée était de

même ordre de grandeur que les moments à mesurer. Malgré un nombre important de tentatives, les essais n'ont pas pu aboutir à des résultats exploitables. Un devis pour un capteur dédié à cette application a par la suite été réalisé mais cette solution était trop onéreuse et ne réglait pas le problème des perturbations de l'asservissement.

Un nouveau dispositif expérimental a été développé pour évaluer les coefficients de frottement des prothèses sur la base d'une cinématique libre. Ce mécanisme est détaillé dans la section suivante.

5.3 Le pendule pesant

Dans cette partie, nous proposons une nouvelle approche pour étudier le phénomène du squeaking à travers un mécanisme in vitro qui possède la particularité d'avoir une cinématique libre.

5.3.1 Préambule

La littérature propose de nombreux systèmes expérimentaux pour étudier le phénomène de squeaking in vitro. Currier propose un système mécanique permettant d'étudier deux implants explantés où la mesure est réalisée par un accéléromètre collé sur l'insert [CURRIER *et al.*, 10]. Chevillotte et Brockett ont conçu également des bancs d'essais pour simuler et identifier les causes potentielles qui provoque le grincement de la prothèse [CHEVILLOTTE *et al.*, 09, BROCKETT *et al.*, 12]. Sariali, pour sa part, a développé un simulateur de marche qui reproduit le phénomène micro-séparations au cours des phases d'oscillations [SARIALI *et al.*, 10c]. Comme pour ces exemples, tous les simulateurs de marche conventionnels vus dans la littérature utilisent un système de contrôle actif sur la charge et la cinématique de la prothèse de hanche (asservissement). Par conséquent, il devient difficile de caractériser précisément les sollicitations (la machine régule en permanence la charge en fonction des positions angulaires). De plus, des mouvements parasites liés aux actionneurs viennent perturber l'ensemble des mesures (vibrations du moteur ou du système de commande hydraulique par exemple).

Nous proposons une approche in vitro pour étudier le phénomène de squeaking à travers un système qui conserve un mouvement cinématique libre afin de limiter les perturbations extérieures durant les mesures. Pour ce faire, un mécanisme de pendule a été développé : un portique est suspendu à une bâti métallique à l'aide d'une prothèse totale de hanche qui fait office de liaison rotule (figure 5.6a).

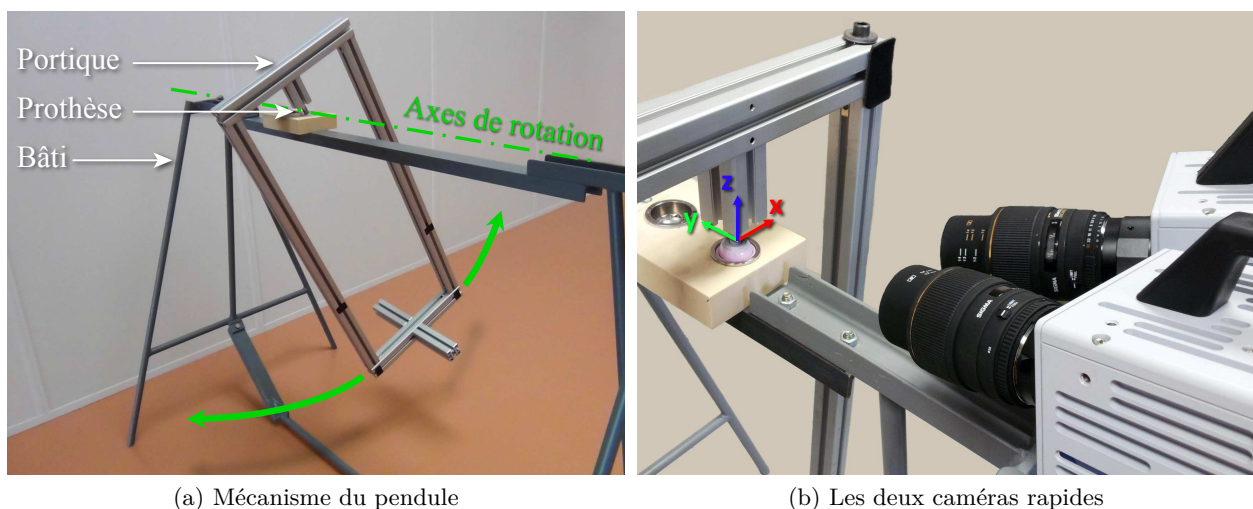


Fig. 5.6 – Système expérimental du pendule

Depuis le début des essais, il est apparu que ce système permet de reproduire le phénomène de squeaking avec une prothèse neuve montée sans lubrification. En effet, lors de notre test d'oscillation, le pendule reste silencieux pendant une dizaine de minutes, puis le grincement apparaît doucement et augmente régulièrement.

Deux tests sont présentés dans cette étude pour caractériser la cinématique de l'implant sans lubrification.

- Le premier test a pour but d'analyser le comportement de la liaison rotule sans grincement, juste après le nettoyage de la prothèse avec de l'éthanol.
- Le second est réalisé après une dizaine de minutes d'oscillations libres du pendule, lorsque le bruit du squeaking est nettement audible.

5.3.2 Composants du pendule

Le système de pendule est constitué par un portique de 1 mètre de hauteur et 0,45 mètre de large. Son poids est d'environ 6 kg. Les dimensions du pendule ont été définies de manière à ce que sa période propre soit proche de celle du cycle de marche. Elle est approximée par l'équation 5.1 par rapport à la distance l [centre de rotation ; centre de gravité] et l'accélération de pesanteur g .

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1,2s \quad (5.1)$$

La liaison mécanique (rotule) entre le portique et le bâti métallique est effectuée par la prothèse de hanche pour assurer les mouvements d'oscillation du pendule. La tête prothétique est emmanchée sur une tige fémorale sectionnée qui est vissée dans le support mobile. Le metal-back de l'implant est encastré sur une plaque d'os cortical synthétique lui-même fixé sur le cadre métallique par deux vis (figure 5.6b). La position inversée de la prothèse (cotyle en bas) permet d'être plus proche de la cinématique in vivo de la prothèse où la partie fémorale (tige+tête) est en mouvement, toutefois cette configuration permet moins aux particules ou lubrifiant éventuels de sortir de la liaison du fait de la gravité. La prothèse totale de hanche utilisée pour cet assemblage est le modèle *Exclusif* commercialisé par la société *ATF*. La tête prothétique et l'insert ont un diamètre de 32 mm et sont composés de céramique composite alumine-zircone.

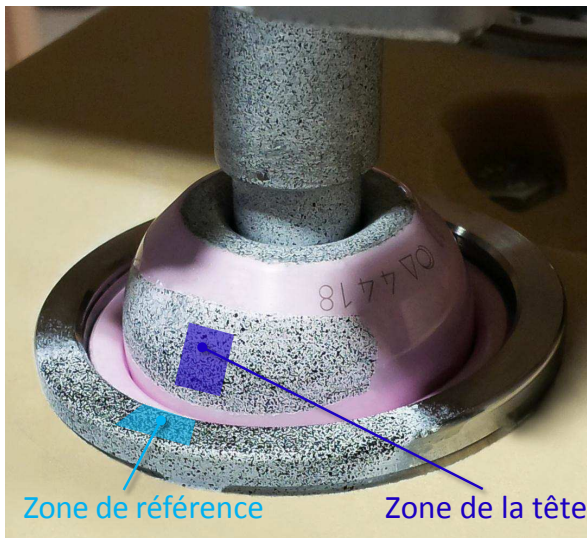
5.3.3 Analyse des déplacements

Afin d'identifier les déplacements des composants filmés pendant les oscillations, nous utilisons une technique de corrélation d'images numériques basée sur la mesure stéréoscopique. Cette technique utilise des calculs similaires à ceux utilisés pour le "motion tracking" de l'analyse de marche (paragraphe §4.5.3.1 page 128). Toutefois, afin d'améliorer la précision des acquisitions, nous suivons les déplacements de surfaces à la place des marqueurs ponctuels. Ce type de suivi nécessite des zones avec une texture fine, aléatoire, et fortement contrastée de manière à pouvoir identifier numériquement chaque point de la surface sur les images des deux caméras.

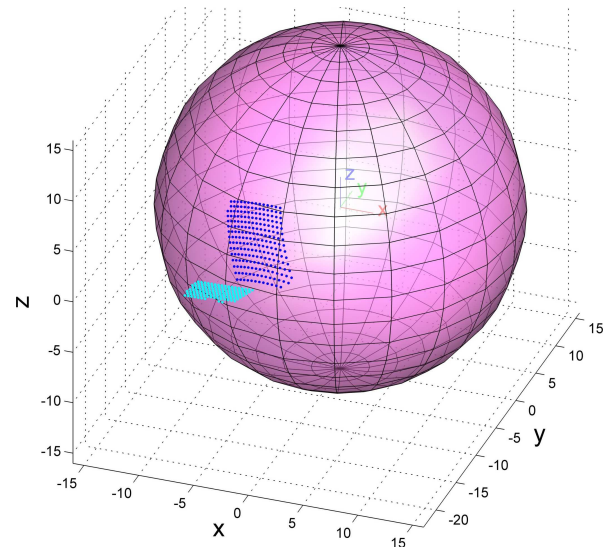
Pour cela des mouchetis sont réalisés avec de la peinture aérosol (figure 5.7a). Le premier est situé sur la tête fémorale, le second sur le metal-back de l'implant. Ce deuxième mouchetis sert de référence pour décorrélérer les mouvements du portique à ceux du bâti.

Les deux caméras rapides (*Photron FASTCAM SA3*) sont focalisées sur la liaison rotule, elles assurent une acquisition synchronisée de paires d'images avec une résolution de 640×544 pixels et une fréquence de 5000 images par seconde (Figure 5.6b). Après l'acquisition, chaque paire d'images numériques est post-traitée à l'aide du logiciel *7D* [VACHER *et al.*, 99]. Ce logiciel reconstruit le déplacement des surfaces en trois dimensions avec une incertitude d'environ $10 \mu\text{m}$ [COUDERT, 05, POTTIER *et al.*, 11].

Pour chaque image de l'acquisition, les points suivis sont localisés dans un espace 3D. Ceci permet ensuite, par une association aux moindres carrés, de reconstruire la sphère de la tête de l'implant afin de voir ses déplacements par rapport à la zone de référence (figure 5.7b). La précision de l'acquisition numérique est évaluée en comparant les variations de rayon de la sphère des moindres carrés pour toutes les images. L'écart-type calculé par cette comparaison est de $19\text{ }\mu\text{m}$. Pour une sphère de rayon 16 mm (rayon nominal de la tête de la prothèse étudiée), cette valeur correspond à une erreur de positionnement de $0,12\%$ du centre de la sphère des moindres carrés reconstruite à partir des mesures stéréoscopiques.



(a) Mouchetis réalisés sur la tête et le metal-back



(b) Reconstitution de la sphère des moindres carrés

Fig. 5.7 – Mouchetis et reconstruction associée de la tête

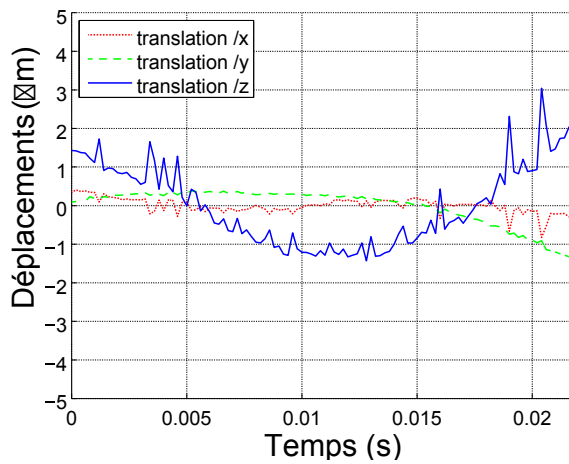
Pour chaque test, l'angle total d'oscillation du pendule est d'environ 20 degrés. 110 images sont capturées pendant le mouvement à une fréquence de 5000 images par seconde, ce qui représente une durée d'environ $0,02$ seconde et donc une fraction du mouvement d'oscillation.

5.3.3.1 Déplacements de la zone de référence

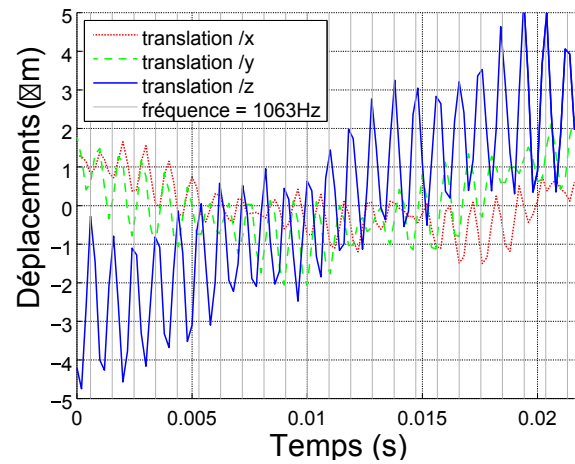
La figure 5.8 montre les translations de la zone de référence (figure 5.7a) pour les deux tests : sans et avec le phénomène de squeaking. Ces translations sont calculées à partir de la moyenne des déplacements de l'ensemble des points suivis de la zone de référence. On peut observer une nette différence de comportement entre les deux essais, clairement due au phénomène de grincement. Dans la figure 5.8b, il apparaît des oscillations périodiques en particulier le long de l'axe \vec{z} . La fréquence de ces oscillations est de 1063 Hz et leur amplitude est d'environ $3\text{ }\mu\text{m}$.

5.3.3.2 Déplacements de la tête

Pour la caractérisation des déplacements de la tête prothétique, nous avons calculé les translations et les rotations de son centre par rapport à la position de la zone de référence. Les figures 5.9 et 5.10 montrent les résultats obtenus pour chacun des deux essais, avec et sans squeaking. Comme pour les déplacements de référence, il apparaît avec le squeaking des perturbations cycliques en translation mais aussi une rotation saccadée de la tête. Ces perturbations ont une fréquence de 1063 Hz . Elles multiplient par deux l'amplitude des translations le long de l'axe \vec{z} et induisent des saccades cycliques de rotation d'environ $0,5 \cdot 10^{-3}\text{ rad}$.

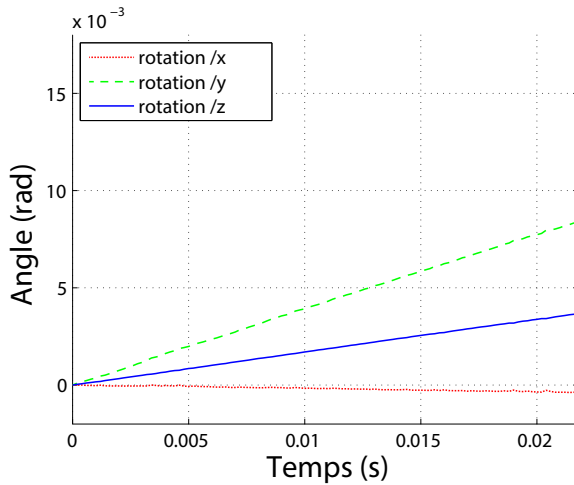


(a) Test 1 : Translations de la zone de référence sans squeaking

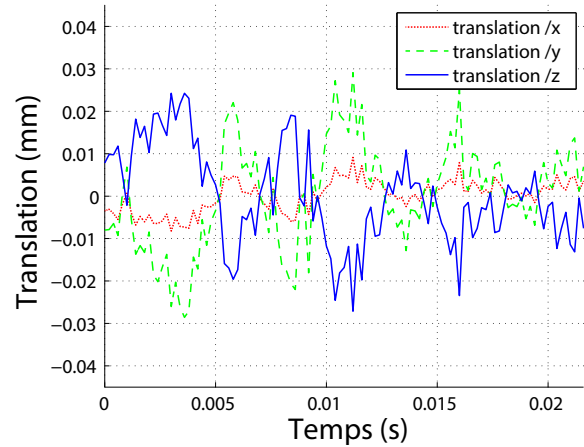


(b) Test 2 : Translations de la zone de référence avec squeaking

Fig. 5.8 – Tests 1 et 2 : Translations de la zone de référence

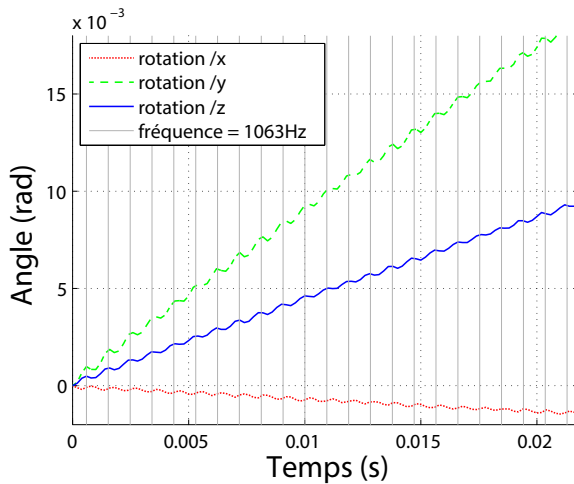


(a) Rotations de la tête prothétique

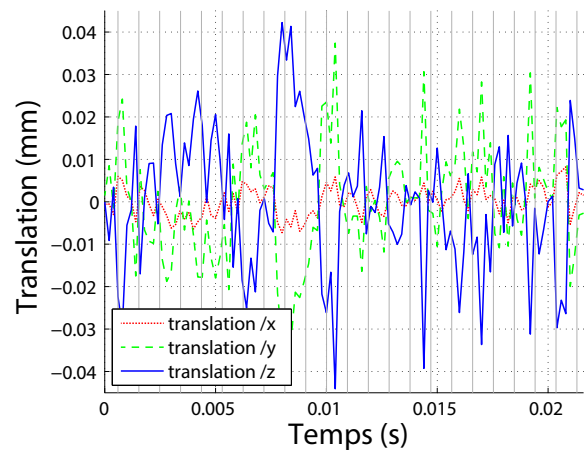


(b) Translations de la tête prothétique

Fig. 5.9 – Test 1 : Déplacements de la tête prothétique après le nettoyage à l'éthanol (sans squeaking)



(a) Rotations de la tête prothétique



(b) Translations de la tête prothétique

Fig. 5.10 – Test 2 : Déplacements de la tête prothétique après 10 minutes d'oscillations (avec squeaking)

5.3.3.3 Comparaison audio

En complément de l'étude expérimentale visuelle, le son du squeaking produit durant l'acquisition est enregistré. La figure 5.11 montre la décomposition spectrale de ce bruit de grincement. La fréquence fondamentale de cette décomposition est 1070 Hz. Cette fréquence est très proche de la fréquence de 1063 Hz observée lors des vibrations de la prothèse de hanche durant le squeaking (Figures 5.8b et 5.10a).

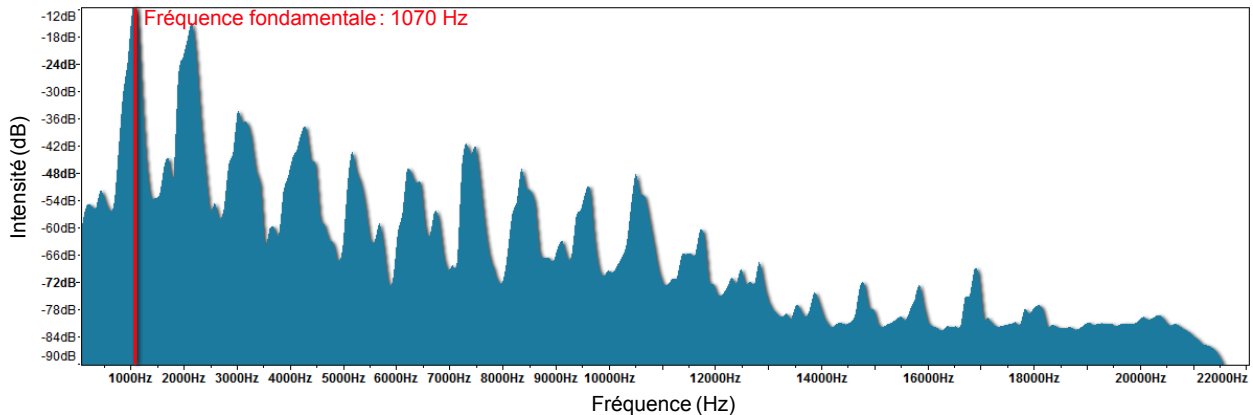


Fig. 5.11 – Test 2 : Décomposition spectrale du son produit par le squeaking sur le pendule

Cette comparaison de fréquence confirme le lien qui existe entre le grincement audible et les déplacements saccadés.

5.3.4 Discussions

5.3.4.1 Particules de troisième corps

La hanche humaine est naturellement lubrifiée par le liquide synovial. Après l'implantation d'une prothèse totale de hanche, ce liquide continue d'être sécrété et lubrifie ainsi l'articulation prothétique. Lors de nos tests, aucun grincement ne fut audible avec de l'éthanol liquide présent à l'interface de la liaison rotule. Seules des conditions sèches permettent la reproduction du phénomène de grincement.

Lorsque le squeaking est clairement audible (après une dizaine de minutes d'oscillations du pendule), nous avons remarqué que :

- Si l'on stoppe les oscillations du pendule (même pendant plusieurs jours), le grincement reste présent et réapparaît dès la reprise des oscillations.
- Un nettoyage des surfaces de la liaison rotule (surfaces sphériques de la prothèse) avec un chiffon sec suffit pour supprimer le grincement temporairement (il apparaît de nouveau quelques temps après).
- Le fait d'ajouter une petite quantité d'éthanol liquide à l'interface de la liaison pendant que le pendule oscille en grinçant supprime le squeaking, il réapparaît quelques minutes après (lorsque l'éthanol s'est évaporé).

Pour cet assemblage, le phénomène de squeaking semble lié à la présence de particules de troisième corps invisibles dans un contexte de mauvaise lubrification. Dans la littérature, plusieurs expériences *in vitro* mènent à la conclusion que les particules de troisième corps sont liées au squeaking [SARIALI *et al.*, 10c, CHEVILLOTTE *et al.*, 09, BROCKETT *et al.*, 12]. Cette hypothèse est très probable dans la mesure où, même dans des conditions sèches, les surfaces de la rotule en

céramique ont toujours d'excellentes propriétés de lubrification avec un coefficient de frottement trop faible pour générer du squeaking [SARIALI *et al.*, 10c].

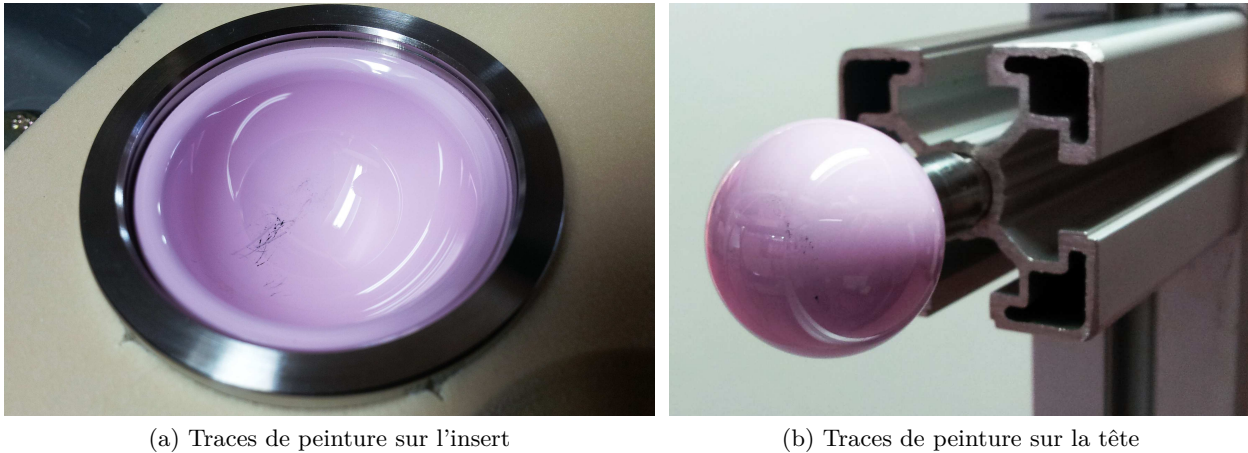


Fig. 5.12 – Traces de peinture à l'interface

Dans le cas du pendule, l'origine des particules peut être multiple. La première hypothèse est liée à la peinture qui a servi à former le mouchetis (figure 5.7a), il est vrai que durant les oscillations de fortes amplitudes, la zone peinte de la tête peut se retrouver à l'interface de contact et favoriser ce phénomène. Nous avons pu observer parfois des traces de peintures sur l'insert et la tête (figure 5.12). Toutefois ce fut un phénomène rare, la plupart du temps nous n'avons constaté aucune marque visible sur les surfaces en contact. De plus, les premiers squeaking entendus avec ce montage l'ont été pour une prothèse neuve non peinte.

La deuxième hypothèse est que le squeaking du pendule serait lié à une pollution de l'air ambiant (poussière), cette hypothèse pourra être vérifiée par de futurs essais en salle blanche¹. Enfin, la dernière hypothèse est liée à l'usure des composants de la prothèse. Bien que cette hypothèse soit peu probable compte tenu du faible taux d'usure des implants en céramique et de la faible charge du portique [STEWART *et al.*, 03]. Il est possible que des défauts particuliers des pièces provoquent de fortes pressions et une usure durant les premières oscillations, un peu comme un phénomène de rodage.

5.3.4.2 Stick-slip ou Sprag-slip ?

Cette étude met en évidence la relation qui existe entre le squeaking et la rotation irrégulière de la tête prothétique. En effet, le suivi cinématique précis fournit des informations supplémentaires.

Les deux parties de la prothèse qui composent la liaison rotule sont la tête prothétique et l'insert. Ces deux éléments ont un diamètre différent afin d'assurer le montage, mais aussi pour fournir un espace suffisant dans lequel le liquide synovial peut s'infiltrer pour assurer une lubrification à l'implant. Les fabricants de composants céramiques de prothèses totales de hanche rapportent que le jeu radial de ces liaisons rotules se situe entre 50 et 100 μm [MORLOCK, 08].

Ce jeu radial intentionnel a des répercussions importantes sur la cinématique de la tête prothétique. Comme le montre la figure 5.13a, compte tenu de position angulaire initiale de la tête prothétique dans l'insert, le jeu radial implique que la zone de contact entre les deux surfaces idéales soit ponctuelle. Ensuite, le mouvement du pendule exerce un moment qui va mettre en rotation la tête dans l'insert dans des conditions de frottements et/ou glissement.

¹Une salle blanche est une pièce où la concentration particulaire est maîtrisée afin de minimiser l'introduction, la génération, la rétention de particules (poussière).

L'analyse de la cinématique révèle que la tête prothétique a un mouvement de rotation alternatif lorsque le squeaking est présent (figure 5.10a). Comme nous l'avons vu au paragraphe §1.3.2 page 30, deux types d'instabilités de contact peuvent être à la source de ce comportement vibratoire.

Le premier cas est le phénomène de *stick-slip*. La rotation du pendule va faire rouler la tête prothétique dans l'insert autour du centre instantané de rotation (qui est ici le point de contact). Cette phase de roulement va continuer jusqu'à ce que la force tangentielle au contact devienne supérieure à la force de frottement. A ce moment, la tête prothétique va glisser le long de l'insert, puis recommencer à rouler (figure 5.13). Ce type de comportement considère les surfaces rigides et ne prend en compte que les frottements à l'interface de la rotule. Il est souvent associé au squeaking dans la littérature [SARIALI *et al.*, 10b, CURRIER *et al.*, 10].

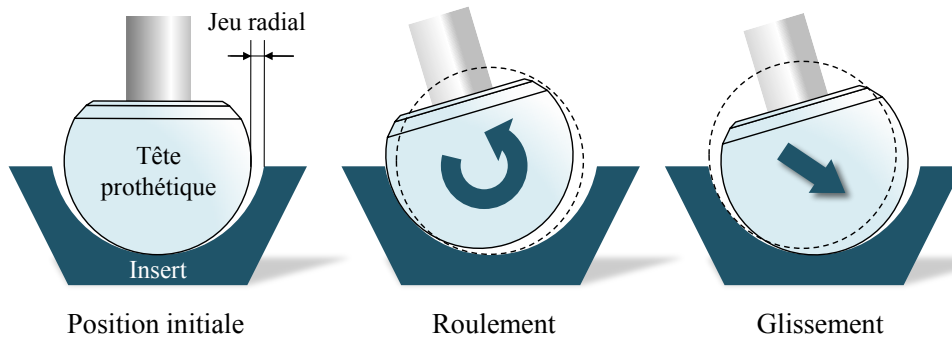


Fig. 5.13 – Cinématique du squeaking suivant une instabilité de type stick-slip

Le second type d'instabilité pouvant provoquer un comportement vibratoire est le *sprag-slip*. Cette configuration suppose que l'effort de frottement augmente de façon importante au point de contact en raison de la pression, l'ensemble tête/tige vont alors s'arc-bouter et emmagasiner de l'énergie potentielle. Quand la force de flexion dépasse l'effort tangentiel de frottement, l'ensemble tête/tige libère l'énergie stockée en s'alignant de nouveau en glissant (figure 5.14). Le cycle recommence alors [COUDEYRAS, 09, SPURR, 61]. L'instabilité de la position stationnaire provient ainsi du couplage cinématique entre les variations, les efforts de frottement et les forces normales de contact.

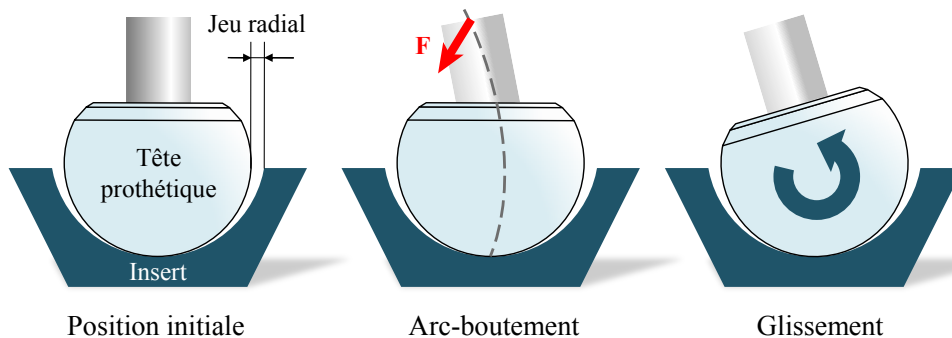


Fig. 5.14 – Cinématique du squeaking suivant une instabilité de type sprag-slip

Sur le pendule durant le squeaking, on observe des saccades verticales au niveau de la tête et du metal-back à une fréquence de 1063 Hz. Pour analyser cette instabilité, nous simulons le mécanisme du pendule sur le logiciel de modélisation de mécanisme *SolidDynamics*® (figure 5.15), ce programme suppose que les pièces sont parfaites et indéformables. Il modélise le frottement avec les lois de Coulomb.

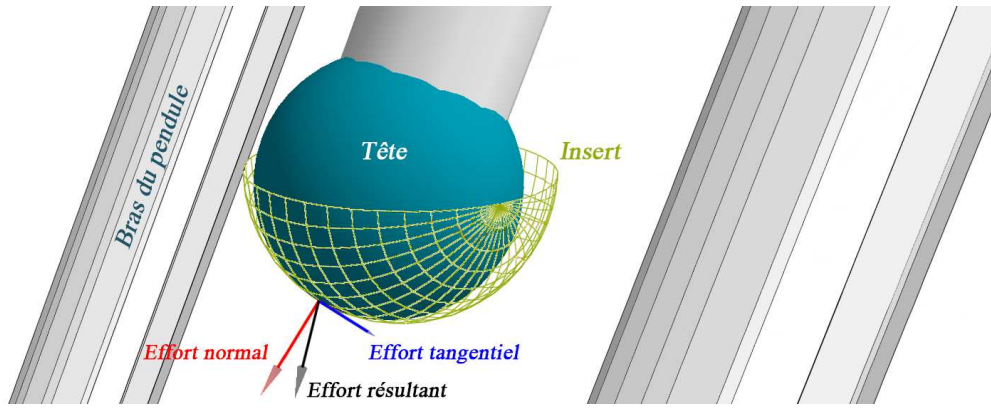
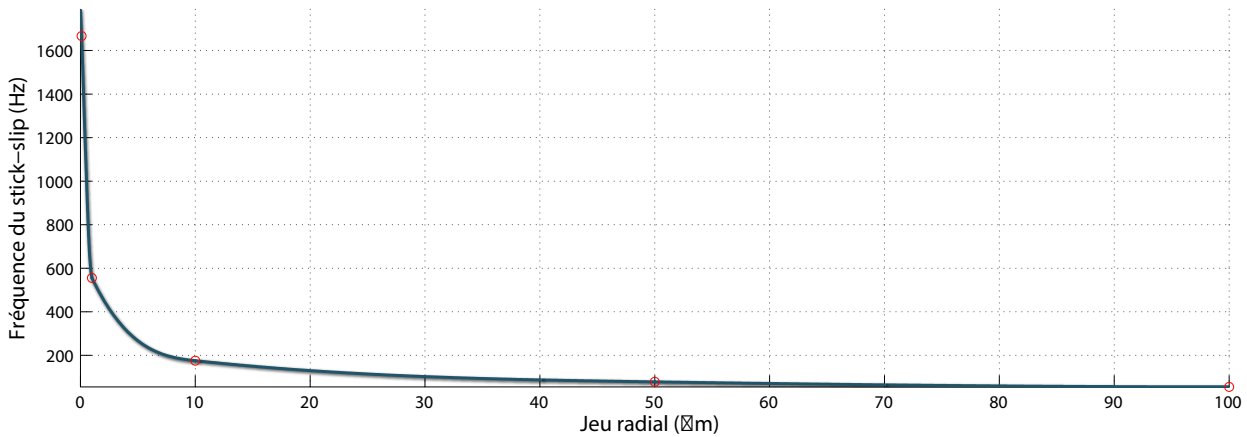


Fig. 5.15 – Simulation du comportement pendulaire avec un appui ponctuel

En simulant le comportement du mécanisme, on réalise une étude paramétrique pour étudier l'influence du jeu radial sur les fréquences de stick-slip. La figure 5.16 présente l'évolution de la fréquence du stick-slip en fonction du jeu radial pour un coefficient de frottement 0,07 (coefficient moyen de la céramique sans lubrification [WEI et ZHANG, 09]).


 Fig. 5.16 – Évolution de la fréquence du stick-slip en fonction du jeu radial ($f=0,07$)

Pour un jeu de 50 μm , la fréquence obtenue est de 78 Hz. Pour obtenir une fréquence supérieure à 1063 Hz correspondant à la fréquence des instabilités du pendule lors du squeaking, le jeu radial doit être inférieur à 0,5 μm . Ainsi, l'hypothèse du stick-slip est très peu probable avec ce modèle de comportement puisque le jeu radial minimal des prothèses est cent fois plus grand.

Bien que le squeaking soit souvent associé au stick-slip dans la littérature, nous pensons qu'il est plus probable que l'instabilité provienne d'un phénomène de type sprag-slip.

Cette hypothèse peut expliquer la présence des déplacements saccadés observés sur la tête (figure 5.11). Pour ce type d'instabilité, les saccades verticales peuvent être associées à la phase de libération d'énergie lorsque la tête glisse pour se remettre en place.

5.3.4.3 Fréquences du squeaking

Comme nous avons pu le constater dans le paragraphe §1.3.1 page 24, la littérature recense une plage de fréquences du squeaking entre 400–7500 Hz [WALTER *et al.*, 08] avec une moyenne située à environ 2500 Hz.

Par ces deux approches, visuelle et acoustique, nous montrons que la fréquence du squeaking liée au pendule est de 1070 Hz (figures 5.10a et 5.11). Le grincement produit par le pendule est ainsi

dans la plage de fréquences de la littérature ce qui explique la similarité du son entendu. Néanmoins la conception du système pendulaire est très éloigné des caractéristiques mécaniques de la hanche naturelle (matrices de masse et de raideur). De plus la tige a été sectionnée pour être vissée dans le portique ce qui accentue encore les écarts par rapport au comportement *in vivo*. Ainsi, en utilisant un système pendulaire, nous avons changé les fréquences de vibrations naturelles, c'est pourquoi la fréquence fondamentale du squeaking du pendule est éloignée de la moyenne des résultats *in vivo*.

Les fréquences propres du portique et du bâti sont analysées avec l'analyse modale expérimentale expliquée au paragraphe §1.3.1 page 24. Pour rappel, cette approche consiste à exercer plusieurs chocs sur la structure à l'aide d'un marteau puis d'analyser les fréquences du signal sonore émis. Plusieurs chocs sont réalisés à différents endroits de la structure puis les décompositions spectrales sont superposées pour visualiser les "pics" fréquentiels qui localisent les fréquences propres.

Les fréquences propres encadrant celle du squeaking du pendule 1070 Hz sont :

- pour le portique, à 978 et 1571 Hz ;
- pour le bâti, à 993 et 1225 Hz.

On peut voir que ces fréquences sont éloignées de celle du squeaking produit pendant les oscillations du pendule. Ceci s'explique par le comportement couplé de la résonance provoqué par les instabilités dues aux fortes pressions. Comme expliqué au paragraphe §1.3.2 page 30, le stick-slip et le sprag-slip résultent de pression de contact élevée où les deux solides en contact sont couplés dynamiquement. Les instabilités de contact engendrées par ces types de frottements provoquent un phénomène de couplage de modes ("mode lock-in") où la réponse dynamique correspond à une fréquence fondamentale du système couplé [BENGISU et AKAY, 94]. La modélisation de ce type de comportement est complexe car non linéaire et met en jeu les propriétés élastodynamiques des structures.

5.3.5 Caractérisation du frottement

Nous avons remarqué que la présence du squeaking diminuait le nombre d'oscillations libres du pendule, ce qui correspond à une dissipation plus importante d'énergie. Ceci s'explique par le changement de comportement dans la liaison où la dissipation due au frottement se cumule aux dissipations liées aux vibrations. Dans ce cas, on parlera alors de calcul de *frottement apparent* puisqu'il considère ces deux phénomènes. Ainsi, nous proposons une approche numérique pour mesurer plus finement cette influence en caractérisant le coefficient de frottement apparent de la liaison. Cette approche permet ainsi de réduire le nombre de paramètres du dispositif expérimental (poids du pendule, angle initial etc.) pour caractériser seulement le comportement de la liaison.

De plus, la fiabilité de nos modèles est évaluée en comparant nos résultats avec les propriétés des matériaux issus de la littérature. Les résultats permettront par exemple d'intégrer des lois de comportement de contact dans des logiciels de modélisation de mécanisme comme *SolidDynamics*® (présenté page 152).

Le calcul du coefficient de frottement de la liaison se base sur la diminution de l'amplitude entre chaque oscillation du pendule. Cette diminution correspond à une dissipation énergétique relative aux frottements de l'air et aux frottements des surfaces de la prothèse totale de hanche.

Des marqueurs sont positionnés sur le pendule pour mesurer précisément les amplitudes angulaires des oscillations libres par une méthode optique (suivi de point sur une vidéo, expliqué au paragraphe §4.5.3.1 page 128). Un exemple de décroissance observée est visible en figure 5.17.

On peut remarquer une linéarité de la décroissance de l'amplitude des oscillations, cela montre clairement que le phénomène dissipant l'énergie mécanique correspond au travail des efforts de frottements entre les surfaces. Ainsi, les frottements visqueux de l'air sur le portique sont négligeables ce qui permet de simplifier l'étude qui suit.

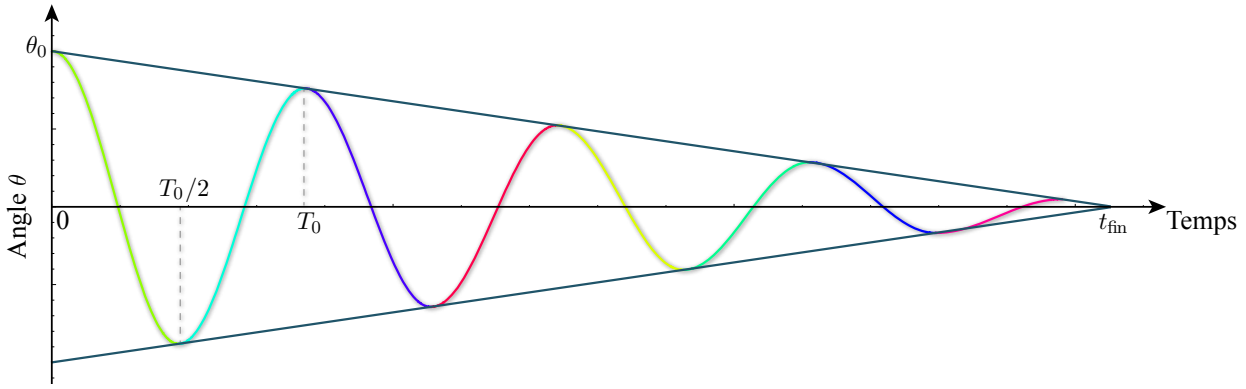


Fig. 5.17 – Variations angulaires des oscillations libres du pendule

Plusieurs modèles sont proposés pour déduire le coefficient de frottement apparent en considérant ou non le jeu dans la liaison.

5.3.5.1 Pendule sans jeu

Deux modélisations (cinématique et énergétique) du pendule pesant sans jeu sont mises en place en annexe B en simplifiant l'approche par les hypothèses de modélisation suivantes :

- contact ponctuel ;
- pas de jeu entre les pièces ;
- contact maintenu ;
- pas de défaut de surfaces ;
- mouvement plan.

Nous montrons par ces deux approches que le coefficient de frottement apparent est caractérisé par l'équation 5.2

$$f = \frac{L \cdot T_0 \cdot \theta_0}{4 \cdot t_{\text{fin}} \cdot r} \quad (5.2)$$

Où L est la longueur du bras du pendule [centre de rotation-centre de gravité], r le rayon de la tête, T_0 la période, θ_0 l'angle initial, et t_{fin} la durée du mouvement. On propose d'utiliser cette relation pour évaluer les coefficients de frottement apparents des prothèses.

Deux prothèses sont testées, un couple en céramique d'alumine (Al_2O_3) de diamètre 28 mm et un couple en céramique composite alumine-zircone (ZrO_2) de diamètre 32 mm. On effectue des essais en faisant varier le poids du portique à 6 kg (poids propre du portique), 26 kg et 56 kg. Pour cela des disques en fonte sont fixés à la base du portique. L'ensemble des essais est présenté dans le tableau 5.2.

Le premier essai (1^{ère} ligne en gras) a eu lieu avec la présence de squeaking durant les oscillations. En le comparant avec le même essai sans squeaking (ligne 2), on peut voir que le phénomène de grincement multiplie par deux le coefficient de frottement calculé. Les coefficients de frottement calculés pour l'ensemble des essais (sans squeaking) avec ce modèle couvrent une plage de $[0,09 - 0,282]$. Ils sont donc globalement supérieurs à ceux de la littérature qui les situe dans la plage $[0,04 - 0,15]$ [WEI et ZHANG, 09, MANN et HASE, 99, MANN *et al.*, 01].

Ces écarts peuvent s'expliquer par les hypothèses simplificatrices de contact.

Matériaux	r (mm)	Poids (kg)	θ_0 (mrad)	Décroissance (mrad · s ⁻¹)	t_{fin} (s)	Période (s)	Phase (rad)	Coef frottement (contact rigide)
Al₂O₃	14	6	240	33	7,3	1,55	4,5	0,536
Al ₂ O ₃	14	6	310	13,6	22,6	1,53	4	0,221
Al ₂ O ₃	14	26	210	6	34,7	1,42	4,6	0,09
Al ₂ O ₃	14	56	260	6,8	37,9	1,45	2	0,105
ZrO ₂	16	6	185	0,85	21,7	1,44	0,8	0,113
ZrO ₂	16	26	270	20	13,4	1,52	3,5	0,282
ZrO ₂	16	56	220	10	21,9	1,45	0	0,134

Tab. 5.2 – Calcul des coefficients de frottement apparents avec le modèle ponctuel (annexe B)

5.3.5.2 Pendule avec jeu

Pour affiner le modèle de comportement, on propose d'intégrer l'influence du poids du pendule par la théorie de Hertz.

En conservant le même modèle cinématique du pendule pesant, on calcule les déformations élastiques de contact de la liaison rotule. Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- contact maintenu entre les pièces ;
- pas de défaut de surfaces ;
- déformation locale élastique (contact de Hertz) ;
- comportement de frottement (modèle de Coulomb) ;
- mouvement plan.

La procédure de calcul est détaillée en annexe C. Elle consiste à estimer le champ de pression de contact suivant le modèle de Hertz (figure 5.18a) puis d'en déduire les efforts tangentiels associés suivant le modèle de Coulomb (intégration de la pression en fonction de la surface de contact) (figure 5.18b). Le champ de moment dM_x obtenu est visible sur la figure 5.18c.

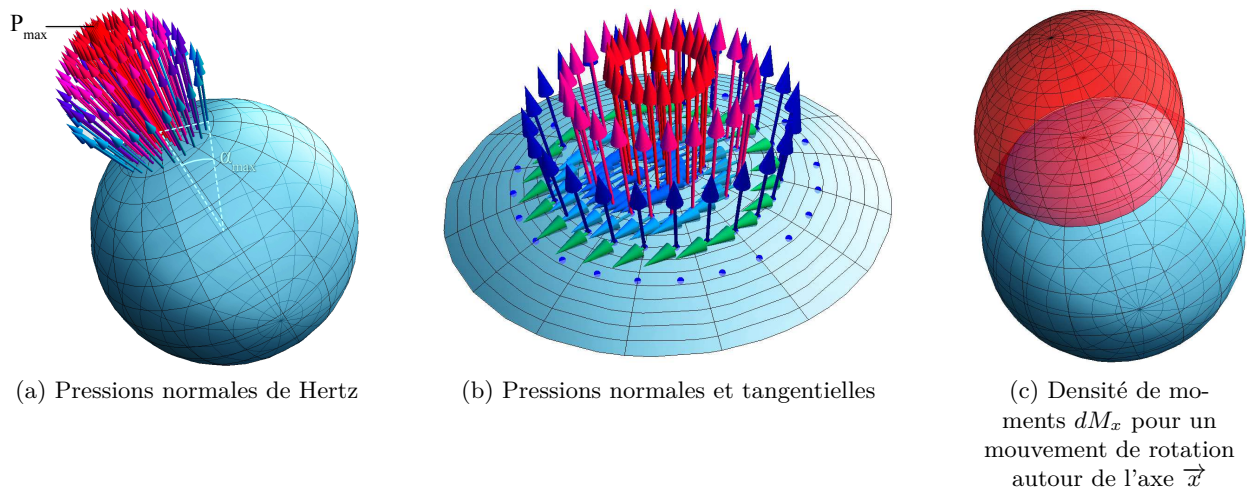


Fig. 5.18 – Calcul de la pression normale et déduction des champs de moment

L'intégration de la densité de moment permet d'obtenir un modèle du couple de frottement théorique $C_{x/\text{théo}}$ (équation 5.3).

$$C_{x/\text{théo}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_{\text{max}}} f \cdot P_{\text{max}} \cdot r^3 \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_{\text{max}}^2}} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\sin^2(\alpha) \cdot \sin^2(\theta) + \cos^2(\alpha))^{3/2} d\alpha d\theta \quad (5.3)$$

Ensuite, le couple expérimental de chaque expérience $C_{x/\text{exp}}$ est calculé à partir de la formule suivante (issue de l'équation B.17 de l'annexe B) :

$$C_{x/\text{exp}} = \frac{m \cdot g \cdot L \cdot T_0 \cdot \theta_0}{4 \cdot T_{\text{fin}}} \quad (5.4)$$

En remplaçant dans le modèle théorique la valeur de $C_{x/\text{théo}}$ par celle du couple expérimental $C_{x/\text{exp}}$, il est possible de calculer le coefficient de frottement apparent f . Pour cette étape, une intégration numérique est réalisée avec le logiciel *Wolfram Mathematica*®.

Les coefficients de frottement de chaque expérience sont calculés avec ce modèle, comme nous ne connaissons pas le jeu radial réel des composants, plusieurs calculs ont été réalisés en le faisant varier de 1 à 100 μm . Les résultats sont présentés dans le tableau 5.3 pour un jeu radial de 35 μm .

Matériaux	r (mm)	Poids (kg)	θ_0 (mrad)	Décroissance (mrad · s ⁻¹)	t_{fin} (s)	Période (s)	Phase (rad)	Coef frottement (contact Hertz)
Al₂O₃	14	6	240	33	7,3	1,55	4,5	0,0170
Al ₂ O ₃	14	6	310	13,6	22,6	1,53	4	0,0070
Al ₂ O ₃	14	26	210	6	34,7	1,42	4,6	0,0047
Al ₂ O ₃	14	56	260	6,8	37,9	1,45	2	0,0070
ZrO ₂	16	6	185	0,85	21,7	1,44	0,8	0,0036
ZrO ₂	16	26	270	20	13,4	1,52	3,5	0,0145
ZrO ₂	16	56	220	10	21,9	1,45	0	0,0089

Tab. 5.3 – Calcul des coefficient apparents de frottement avec le modèle hertzien (annexe C)

La plage de résultats (hors-squeaking) est de $[0,0036 - 0,017]$, ils se rapprochent ainsi plus de ceux de la littérature mais sont toutefois trop petits ($[0,04 - 0,15]$). Les calculs réalisés avec les autres jeux radiaux ne permettent pas non plus d'atteindre des valeurs similaires à celles de la littérature (plage de $[0,01 - 0,04]$ pour 1 μm). L'influence du squeaking est du même ordre de grandeur que précédemment (double du coefficient sans squeaking).

La prise en compte des déformations locales dans notre modèle ne permet pas d'approcher les caractéristiques du coefficient de frottement donné dans la littérature puisqu'ils se trouvent maintenant en dessous de la plage de valeur.

5.3.6 Bilan

Le pendule pesant permet d'appréhender le comportement de la prothèse sans perturbations extérieures ce qui facilite l'analyse et les mesures. De plus les premiers essais ont montré que le squeaking pouvait se produire pendant le mouvement libre du portique ce qui permet de comparer les mesures avec et sans grincement.

Une première approche pour analyser la cinématique de l'implant révèle des mouvements saccadés lorsque le squeaking est présent. Ces mouvements ne s'apparentent pas au phénomène de stick-slip mais plutôt au sprag-slip qui met en cause le comportement élastique des composants. L'analyse fréquentielle du son enregistré lors des essais aboutit à une même fréquence que celle du mouvement saccadé. Ainsi, ce qui est mesuré est bien lié à l'émission sonore.

Pour cet essai expérimental, nous avons également tenté de modéliser le comportement oscillatoire du pendule. L'enjeu était de caractériser le coefficient de frottement apparent de la liaison pour comprendre de manière plus précise l'influence du squeaking, et pouvoir par exemple l'intégrer dans des logiciels de modélisation de mécanisme. Deux approches ont été mises en place. La première considère les surface rigides et le contact ponctuel et la seconde utilise les lois de Hertz pour prendre en compte les déformations locales. Les résultats de ces approches n'ont pas été concluants,

les coefficients de frottement calculés sont supérieurs à ceux de la littérature pour le modèle rigide et inférieurs avec celui de Hertz.

Fort de ces premiers résultats et analyses, nous allons maintenant mettre en place un autre dispositif expérimental afin de simplifier la cinématique du mouvement tout en conservant son caractère libre.

5.4 La toupie

Devant les difficultés rencontrées pour la modélisation du pendule pesant, on propose une nouvelle approche d'étude du comportement de la liaison rotule en changeant l'axe du mouvement.

Bien que cette cinématique ne soit pas représentative des conditions de fonctionnement réelles de la prothèse implantée, ce montage a pour but d'évaluer le comportement de la liaison rotule pour un mouvement simple, continu, de rotation uni-axiale verticale. Dans cette configuration, les efforts de frottement sont axisymétriques si l'on néglige les défauts de forme, ainsi l'intégration des comportements de contact est plus facile.

Cette configuration cinématique apparente la liaison rotule à une crapaudine (butée d'axe vertical) qui frotte et dissipe l'énergie lors du mouvement du portique mobile (toupie) par rapport au bâti fixe. La mesure de cette décélération permet de calculer le coefficient frottement de contact. L'identification de la nature du champ de pression est ainsi fondamentale pour relier les actions tangentielles aux actions normales.

5.4.1 Principe d'analyse

Comme pour le montage précédent, la prothèse totale de hanche fait office de liaison rotule qui supporte le poids de la toupie (figure 5.19a). L'analyse du comportement consiste à mettre en rotation le portique puis de mesurer la décroissance de la vitesse de rotation. Pour cela deux marqueurs sont positionnés sur le sommet du portique, une caméra fixée au dessus du montage filme le portique ce qui permet par un traitement numérique de retrouver la cinématique angulaire de la toupie (figure 5.19b).

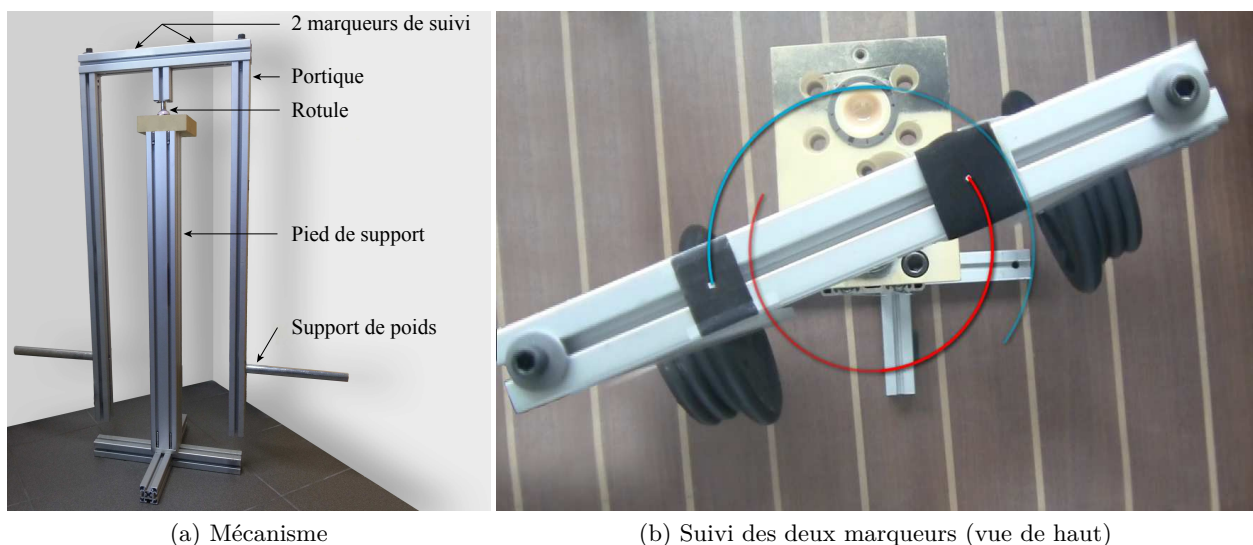


Fig. 5.19 – Mécanisme de la toupie

On observe pour la vitesse angulaire une décroissance linéaire qui confirme l'hypothèse de frottement sec.

Pour les essais, on propose de comparer quatre paires d'assemblages :

1. Deux paires en céramique d'alumine Al_2O_3 de diamètre 28 et 32 mm
2. Deux paires en céramique composite alumine-zircone ZrO_2 de diamètre 32 et 36 mm

Les essais sont effectués pour les trois chargements : 6 (portique seul), 28 et 56 kg.

5.4.2 Décélérations angulaires

La figure 5.20 présente les moyennes des décélérations angulaires mesurées pour l'ensemble de 74 essais (détaillés en annexe E). Pour chaque couple de céramique, plusieurs tests sont effectués en alternant le sens de rotation du portique.

On remarque que pour les assemblages tête/insert $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$ de diamètre 28 mm, deux tests ont été réalisés dans des conditions de squeaking. L'apparition du phénomène n'a pas été recherchée, cela permet la comparaison avec la décélération silencieuse des mêmes prothèses. Par ailleurs, on peut voir que des essais ont été effectués pour des assemblages "hybrides" tête/insert $\text{ZrO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$.

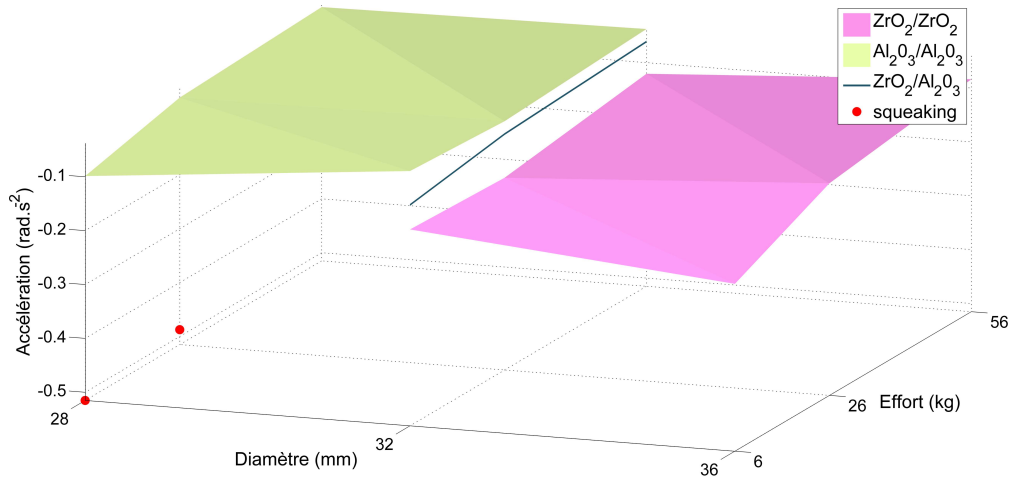


Fig. 5.20 – Surfaces de réponses des décélérations angulaires pour les différents couples (tête/insert)

On peut constater qu'il existe une différence entre les couples $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$ et $\text{ZrO}_2/\text{ZrO}_2$. La décélération de la céramique composite alumine-zircone est deux fois supérieure à celle de la céramique d'alumine. Le couple mixte $\text{ZrO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ se situe par ailleurs entre ces deux surfaces de réponse. L'augmentation du poids permet de réduire la vitesse de décélération. L'influence de variation du diamètre est délicate à déterminer et semble être positive pour les couples $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$ et négative pour les couples $\text{ZrO}_2/\text{ZrO}_2$. On peut voir pour les deux essais avec du squeaking qu'ils multiplient par 5 la décélération.

Pour affiner l'influence des différents paramètres, nous effectuons une régression linéaire sur l'ensemble des résultats sans squeaking. Cette approche permet d'approximer le comportement des essais par une relation polynomiale du 1^{er} degré. L'expression de la décélération angulaire est ainsi donnée par l'équation 5.5 pour la céramique d'alumine et 5.6 pour la céramique composite alumine-zircone.

$$\text{décélération}_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -0,05 + 0,05 \cdot \text{rayon} + 0,02 \cdot \text{poids} \quad R^2 = 81\% \quad (5.5)$$

$$\text{décélération}_{\text{ZrO}_2} = -0,11 - 0,02 \cdot \text{rayon} + 0,05 \cdot \text{poids} \quad R^2 = 92\% \quad (5.6)$$

Pour les deux régressions, le coefficient de détermination R^2 révèle une bonne approximation. Les valeurs moyennes confirment que la décélération de la céramique ZrO_2 est deux fois plus importante que pour la céramique Al_2O_3 . Cette différence peut s'expliquer par la nature des matériaux comme nous le décrivons dans le prochain paragraphe. On peut voir que l'influence du poids de la toupie est positive pour les deux matériaux, ce qui s'explique par les effets d'inertie, en revanche l'influence du rayon est positive pour la céramique Al_2O_3 et négative pour la ZrO_2 et il est difficile de conclure sur ce point.

5.4.3 Calcul des coefficients de frottement

On propose de mettre en place des modèles de comportement pour définir les coefficients de frottement de liaison. Pour cette approche, les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- contact maintenu entre les pièces ;
- pas de défaut de surfaces ;
- déformation locale élastique (contact de Hertz) ;
- comportement de frottement (modèle de Coulomb).

Le modèle de calcul que nous proposons est basé sur les hypothèses de Hertz, il est disponible en annexe D.

Comme pour l'approche mise en place pour le pendule (paragraphe §5.3.5.2), ce modèle consiste à déduire le champ de pression de contact suivant le modèle de Hertz et d'estimer les pressions tangentielles associées suivant le modèle de Coulomb (figure 5.21a-b). La cinématique de la toupie permet de considérer ce champ de pression de manière axisymétrique ce qui simplifie les calculs.

On peut voir sur la figure 5.21c le champ de moment dM_z associé qui est nul au centre du contact. On y voit clairement la double influence de la répartition du champ de pression avec celle du bras de levier.

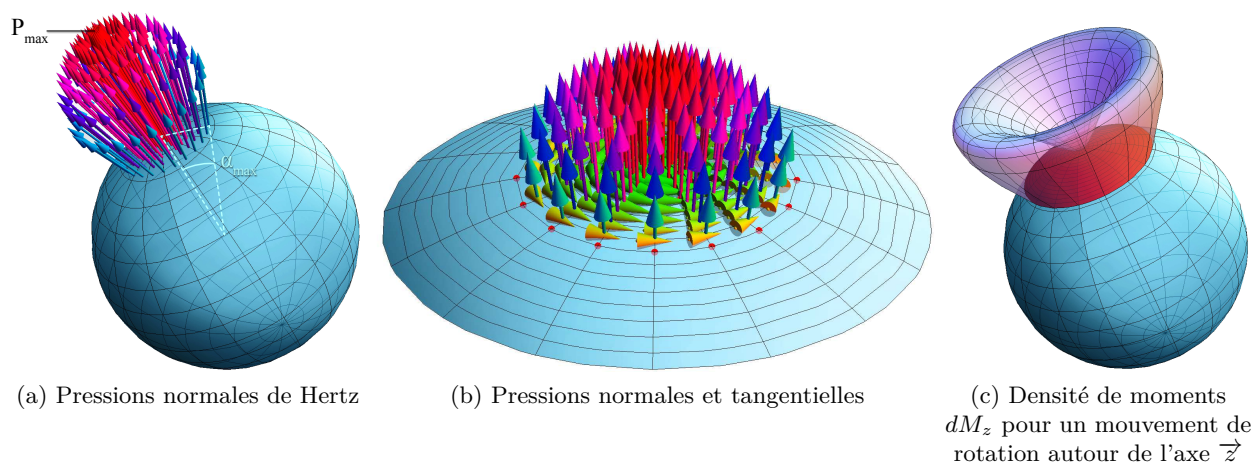


Fig. 5.21 – Mécanisme de la toupie

74 essais ont été réalisés en faisant varier les matériaux, les diamètres, la charge... Pour chaque essai, on calcule le coefficient de frottement de la liaison en fonction de la décélération. Comme nous n'avons pas pu mesurer le jeu radial des différents couples testés, nous avons fait une étude paramétrique de ce jeu sur le coefficient de frottement. On peut ainsi voir dans l'annexe E que le coefficient de frottement a été calculé pour différents jeux radiaux allant de 1 à 100 μm .

Pour faciliter la lecture des résultats, les valeurs de coefficients calculés qui sont inférieures aux bornes de la littérature ($[0,04 - 0,15]$) sont en italique orange dans le tableau et celles qui sont supérieures sont en italique rouge. On peut ainsi voir qu'un faible jeu radial tend à diminuer le

coefficient de frottement apparent. En comparant les essais qui ont produit du squeaking (essais 48, 49, 54, 55 en gras dans le tableau de l'annexe E) avec les mêmes tests sans squeaking, on peut voir que le grincement multiplie par 6 les coefficients de frottements apparents, quel que soit le jeu radial.

Pour chaque jeu radial, on calcule dans les deux dernières lignes du tableau la moyenne et l'écart type des résultats en excluant les essais où le squeaking était présent (car ils modifient significativement le comportement).

Les coefficients de frottement calculés s'étendent sur une plage de $[0,03 - 0,13]$ qui sont très voisins de ceux de la littérature de $[0,04 - 0,15]$. Ceci permet de valider le modèle et les hypothèses théoriques utilisées. On peut remarquer que l'augmentation du jeu radial tend à accroître le coefficient de frottement apparent de la liaison puisque les zones de contact diminuent, augmentant ainsi les pressions de contact locales.

En revanche les écarts-types représentent 65% de la moyenne des coefficients de frottement. Normalement, les coefficients de frottement calculés devraient être indépendants des paramètres d'essais (masse, rayon, etc.) et l'on devrait obtenir des écarts-types relativement faibles. Ceci tend à montrer les limites de la modélisation mise en place.

5.4.4 Analyse fréquentielle

À l'oreille, le son émit pour les 4 essais qui ont produit du squeaking avec la toupie était continu et plus aigu que celui produit avec le pendule. Ainsi on propose de faire une analyse fréquentielle similaire à celle de ce dernier (paragraphe §5.3.4.3 page 152).

L'enregistrement audio révèle une fréquence fondamentale du son produit à 7443 Hz. La plus proche fréquence propre donnée par une analyse expérimentale du portique de la toupie est de 6915 Hz et celle du bâti (pied vertical) de 7044 Hz.

L'analyse expérimentale des composants de la toupie est plus délicate en raison de cette haute fréquence recherchée. Comme nous l'avons vu lors de l'analyse fréquentielle des composants de la prothèse (paragraphe §1.3.1 page 24), la méthode expérimentale n'est pas adaptée pour l'analyse de fréquences qui se rapprochent des 10 000 Hz. Passée les 5000 Hz, elle révèle pour ces essais une multitude de fréquences propres qui peuvent être liées à des phénomènes parasites ce qui rend délicate l'analyse des résultats.

Cependant on constate qu'aucune fréquence propre des composants de la toupie n'est identique à celle du squeaking. Comme pour le pendule, cette analyse tend à confirmer le phénomène de couplage de modes ("mode lock-in").

5.4.5 Bilan

Ce dernier dispositif expérimental permet d'observer le comportement libre de la prothèse suivant un mouvement de rotation uni-axial vertical. Par cette approche, le mouvement angulaire est régulier et les frottements au sein de la prothèse peuvent être considérés comme axisymétriques si l'on néglige les défauts de forme.

Les modèles numériques associés à ce comportement permettent d'obtenir des coefficients de frottement similaires à ceux de la littérature ce qui semble confirmer les modèles mis en place. Toutefois les fortes dispersions obtenues nous amènent à remettre en cause certaines hypothèses comme celle de pièces sans défauts.

Pour affiner la compréhension du comportement de frottement au sein de la prothèse, des comparaisons sont nécessaires sur la base de données plus précises de la géométrie des composants. Une approche possible serait de simuler l'assemblage des composants avec la procédure mise en place dans le chapitre 4, puis d'utiliser les modèles de frottement de ce chapitre pour en déduire le coefficient apparent.

5.5 Synthèse

Ce chapitre propose une approche expérimentale pour étudier le comportement de la prothèse avec et sans phénomène de squeaking par l'intermédiaire de trois dispositifs.

La première approche est un test sur une machine de simulation qui permet de reproduire les conditions de mouvement et d'effort qu'une prothèse subit durant la marche. Nous avons testé la prothèse dans des conditions sèches jusqu'à apparition du squeaking. Grâce à une mesure des surfaces avant et après l'essai, on remarque l'apparition de petites marques qui s'apparentent à des particules de 3^{ème} corps.

Le deuxième dispositif utilisé permet une analyse cinématique du comportement vibratoire avec un mouvement pendulaire en oscillations libres. Pour cela, le squeaking est filmé avec des caméras rapides afin de reconstruire le mouvement vibratoire par une technique numérique de corrélation d'images. Cet essai permet de remettre en cause l'hypothèse du stick-slip et l'analyse du mouvement révèle plutôt un comportement de type sprag-slip.

Enfin la toupie est un assemblage qui semble valider notre modèle de frottement basé sur les lois de contact de Hertz mais qui souligne l'importance de la prise en compte des défauts de forme pour une analyse précise du comportement.

Ces approches expérimentales offrent de nombreuses possibilités d'approfondissement pour de futures recherches par des analyses similaires sur la base de connaissances précises de la géométrie des composants (défauts de forme).

Conclusion

Ce travail de thèse s'intéresse à l'influence des défauts de forme sur les performances d'assemblage pour le respect des exigences fonctionnelles. L'enjeu industriel était d'expliquer un comportement particulier des prothèses totales de hanche. Les travaux réalisés se situent à la frontière entre différentes thématiques scientifiques basées tout d'abord sur la caractérisation expérimentale des phénomènes vibrant en fonction de cinématiques libres ou maîtrisées. Ce point est complété par la caractérisation des interfaces de contact des pièces de liaison comme l'identification de défauts locaux ou la recherche de présence de particules par des approches métrologiques. Enfin, nous avons intégré à la fois des défauts de taille et position des pièces supportant les surfaces de contact ainsi que les contraintes induites par les sollicitations extérieures. Ainsi, face à cette problématique liée au domaine du biomédical, une hiérarchisation de phénomènes physiques à prendre en compte a été mise en place. Notre parti-pris est que les défauts de forme des surfaces en contact des prothèses totales de hanche jouent un rôle majeur dans l'apparition du squeaking. Ce manuscrit tend à démontrer leur influence.

Le premier chapitre présente la prothèse de hanche et son environnement biologique. L'analyse bibliographique du phénomène de squeaking révèle de multiples sources potentielles que l'on regroupe en trois facteurs clés impliqués dans l'apparition du squeaking : la présence de particules de troisième corps, les concentrations locales des efforts et les conditions de lubrification. L'analogie avec un instrument de musique permet de dissocier la source du squeaking (excitateur) et l'élément de résonance (résonateur). Par des analyses vibratoires, l'ensemble fémoral de la prothèse est identifié comme résonateur et l'interface insert/tête prothétique comme excitateur. Ainsi, il en ressort que les phénomènes responsables du grincement se situent au niveau de l'excitateur, plus précisément, au niveau de l'interface entre les surfaces frottantes.

Afin de quantifier les variations de pression de contact en fonction des défauts, le deuxième chapitre propose un état de l'art ciblé sur les modèles de déformation de surface. Deux modèles de comportement semblent particulièrement adaptés aux exemples d'assemblage étudiés dans ce manuscrit. Le premier correspond à un modèle d'érosion qui considère que les zones de contact subissent seulement des déformations plastiques (modèle adapté pour des pièces en matériau métallique). Le second est le modèle de Hertz qui considère que les zones de contact suivent une loi élastique (modèle adapté pour des pièces en matériau céramique). Pour caractériser les défauts de forme des assemblages, la méthode de décomposition modale discrète a été retenue. Cette approche générique est basée sur la théorie de vibration des structures. C'est une méthode parcimonieuse qui permet de décrire des défauts complexes pour tous types de surfaces. Enfin, l'intégration des écarts de position est réalisée par l'intermédiaire des torseurs de petits déplacements.

Dans le chapitre 3, l'ensemble des outils sélectionnés au deuxième chapitre est mis en place sur un premier exemple d'assemblage appelé la bride. Cet assemblage isostatique est composé d'une liaison appui plan et d'un centrage court. L'identification des zones de contact est basée sur le concept de la surface écart qui consiste à reporter l'ensemble des défauts des surfaces sur une seule, l'autre devenant ainsi plane. Un assemblage équivalent est alors obtenu où l'ensemble des facettes de contact potentielles est donné par les caractéristiques de la surface convexe de cette surface. La facette de contact est définie en fonction de la direction des efforts de serrage appliqués sur l'assemblage pour identifier une position d'équilibre. À partir de cette position, les déformations locales sont considérées via le modèle d'érosion. La position finale des surfaces est déterminée par une procédure d'optimisation et les écarts sont quantifiés par un torseur écart. Par la suite, une analyse de l'influence des défauts de forme sur trois objectifs différents d'assemblage est proposée.

- Le premier exemple se focalise sur la validation expérimentale de la procédure mise en place. Une comparaison entre le torseur écart calculé par la méthode et celui obtenu par l'assemblage de pièce tournée montre la pertinence de l'approche.
- Le deuxième exemple propose une étude stochastique en simulant l'assemblage de lots de 10 000 brides sans et avec défauts de forme. Cette approche montre que des pièces avec défauts de forme respectant les spécifications géométriques peuvent aboutir à des assemblages non-conformes. Elle remet ainsi en question les hypothèses classiquement prises lors d'études de tolérancement qui ne considèrent pas l'influence des défauts de forme. L'intégration des déformations locales montre que les efforts extérieurs ont aussi une influence sur la conformité de l'assemblage.
- Le dernier exemple étudie l'influence des défauts de forme sur une fonction d'étanchéité. Pour cela, on propose une étude statistique qui permet de hiérarchiser l'influence des défauts de forme sur la performance de l'assemblage.

Le chapitre 4 utilise la procédure d'assemblage pour l'adapter à une liaison de type rotule correspondant à la liaison mécanique équivalente de la prothèse totale de hanche. Le concept de surface écart permet de sélectionner la facette de contact sur des éléments sphériques avec défauts de forme. Les déformations locales de contacts sont calculées par le modèle de Hertz. Les mobilités de la liaison rotule sont étudiées en fonction de la cinématique de marche. Cette cinématique est identifiée par une norme de test d'usure des prothèses totales de hanche. Nous avons comparé ces courbes avec des données issues de mesures de marche de sujets sains. D'importantes variabilités ont pu être constatées. Enfin, une méthode de caractérisation de la cinématique est proposée sur la base d'analyse vidéo. Cette approche permet de décrire la marche de sujets spécifiques.

- L'exemple étudié dans ce chapitre utilise ainsi la simulation d'assemblage et les paramètres de mobilité pour étudier l'influence des défauts de forme sur les prothèses totales de hanche. La fonction d'assemblage observée est la pression maximale de contact. Nous proposons une approche stochastique pour étudier l'influence de cinq défauts typiques que l'on retrouve sur les implants. Les résultats montrent que certains défauts peuvent induire une augmentation de près de 50% des pressions locales maximales par rapport à celles calculées avec le rayon nominal de chaque composant.

Dans le dernier chapitre, nous proposons trois dispositifs expérimentaux pour approfondir nos connaissances sur le comportement de la prothèse pendant le squeaking et pour confronter les hypothèses prises au regard de ce phénomène. Le premier dispositif est un simulateur de marche qui permet de reproduire les conditions de mouvement et d'effort qu'une prothèse subit durant la marche. Des mesures sur les surfaces révèlent la présence de particules de 3^{ème} corps pour un essai ayant produit du squeaking. Deux autres dispositifs ont été développés sur la base d'analyses du comportement libre de la prothèse. Ils ont permis de caractériser la cinématique vibratoire de celle-ci pendant la marche et semblent valider le modèle théorique développé basé sur une loi de contact hertzien couplé à un modèle de frottement de Coulomb.

Les travaux présentés dans ce mémoire contribuent à la prise en compte des défauts de forme

dans les assemblages pour en analyser leur influence. De plus, au regard des investigations menées sur l'étude de la prothèse, nous pensons que les écarts entre les modèles et les essais sont en partie dus à leur non prise en compte dans l'estimation des dissipations d'énergie.

Perspectives

Ces travaux permettent de dégager différentes perspectives scientifiques, il sera nécessaire de généraliser les procédures d'assemblages de surface quelles que soient les surfaces étudiées. De plus, la généralisation de l'approche développée nécessite des développements informatiques afin de faciliter son utilisation. Une librairie de fonction dans un environnement informatique pourrait être un des éléments clé pour faire face ce type de contrainte.

Concernant les perspectives industrielles liées à l'étude de la prothèse de hanche. Il est primordial d'avancer dans le développement des modèles théoriques afin d'intégrer les défauts de forme dans l'estimation des dissipations d'énergie. Il faudra pour cela calculer des intégrales discrètes pour l'ensemble des positions en fonction des défauts locaux. Par la suite, il sera aussi nécessaire d'envisager d'autres campagnes de tests en ayant caractérisé les valeurs de jeu entre les pièces de la prothèse ainsi que les défauts réels de surfaces testées. Tout au long de cette étude, nous avons supposé que la prothèse devait ne pas être lubrifiée pour voir apparaître le squeaking. Il faudra faire évoluer les dispositifs expérimentaux afin de tester diverses configurations de lubrification. Toutefois, il reste encore de nombreuses incertitudes concernant des paramètres avancés dans la littérature comme par exemple les défauts d'implantation ou la caractérisation des particules rencontrés lors des essais. La finalité serait d'accompagner le laboratoire Tural à imaginer et concevoir des prototypes de prothèses de hanche qui ne présenteraient pas de squeaking.

A

- [ABDELOUNIS, 10] Abdelounis, H. B. (2010). *Dynamique et vibroacoustique du contact rugueux : expérimentation et modélisation*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon.
- [ABRAHAM *et al.*, 99] Abraham, B., Chipman, H., and Vijayan, K. (1999). Some risks in the construction and analysis of supersaturated designs. *Technometrics*, 41(2) :135–141.
- [ADRAGNA, 07] Adragna, P. (2007). *Tolérancement des Systèmes Assemblés, une approche par le Tolérancement Inertiel et Modal*. PhD thesis, Université de Savoie.
- [AFSSAPS, 02] Afssaps (2002). Décision du 22 juillet 2002 portant interdiction de mise sur le marché, de distribution, d’exportation et d’utilisation de certains lots de têtes de prothèses de hanche en céramique de zircone.
- [AKAY, 02] Akay, A. (2002). Acoustics of friction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111 :1525.
- [AMARANTINI, 03] Amarantini, D. (2003). *Estimation des efforts musculaires à partir de données périphériques : application à l’analyse de la coordination pluri-articulaire*. PhD thesis, Université Joseph-Fourier - Grenoble I.
- [ATESHIAN, 09] Ateshian, G. A. (2009). The role of interstitial fluid pressurization in articular cartilage lubrication. *Journal of Biomechanics*, 42(9) :1163 – 1176.
- [AUBLIN *et al.*, 92] Aublin, M., Boncompain, R., Boulaton, M., Caron, D., Jeay, E., Lacage, B., and Rea, J. (1992). *Systèmes mécaniques : théorie et dimensionnement*. Dunod.
- [AVICENNE, 05] Avicenne (2005). Avicenne développement - european orthopaedics market.
- [AYNARDI *et al.*, 09] Aynardi, M., Pulido, L., Parvizi, J., Sharkey, P. F., and Rothman, R. H. (2009). Early mortality after modern total hip arthroplasty. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 467(1) :213–218. PMID : 18846410 PMCID : PMC2600973.

B

- [BACK *et al.*, 05] Back, D. L., Dalziel, R., Young, D., and Shimmin, A. (2005). Early results of primary birmingham hip resurfacings. an independent prospective study of the first 230 hips. *The Journal of bone and joint surgery. British volume*, 87(3) :324–329. PMID : 15773639.
- [BAEK *et al.*, 08] Baek, S.-H. and Kim, S.-Y. (2008). Cementless total hip arthroplasty with alumina bearings in patients younger than fifty with femoral head osteonecrosis. *The Journal of bone and joint surgery. American volume*, 90(6) :1314–1320. PMID : 18519326.
- [BALLU *et al.*, 10] Ballu, A., Jay, A., and Darnis, P. (2010). Experimental evaluation of convex difference surface for planar joint study. In *Proceedings of IDMME - Virtual Concept*.
- [BALLU *et al.*, 99] Ballu, A. and Mathieu, L. (1999). Choice of functional specifications using graphs within the frame work of education. *C. Proceedings of 6th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing ISBN 0-7923-5654-3*, pages 197–206.
- [BENGISU *et al.*, 94] Bengisu, M. and Akay, A. (1994). Stability of friction-induced vibrations in multi-degree-of-freedom systems. *Journal of Sound and Vibration*, 171(4) :557–570.
- [BERRY *et al.*, 12] Berry, M. and Stanek, J. J. (2012). The PIP mammary prosthesis : A product recall study. *Journal of Plastic, Reconstructive & Aesthetic Surgery*, 65(6) :697–704.
- [BEYA *et al.*, 12] Beya, R., Dagrenat, D., Souillac, V., Tonetti, J., Vasse, B., and Devun, L. (2012). A multicentric prospective analysis of 344 ceramic on ceramic bearing in total hip arthroplasty. *Journal of clinical rheumatology & musculoskeletal medicine*.
- [BÖHLER *et al.*, 00] Böhler, M., Mochida, Y., Bauer, T. W., Plenck, H. J., and Salzer, M. (2000). Wear debris from two different alumina-on-alumina total hip arthroplasties. *The Journal of bone and joint surgery. British volume*, 82(6) :901–909. PMID : 10990321.
- [BHUSHAN *et al.*, 02] Bhushan, B. and Peng, W. (2002). Contact mechanics of multilayered rough surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 55(5) :435.
- [BOURDET *et al.*, 96] Bourdet, P. and Ballot, E. (1996). Geometrical behavior laws for computer-aided tolerancing. In Kimura, F., editor, *Computer-aided Tolerancing*, pages 119–131. Springer Netherlands.
- [BOURDET *et al.*, 96] Bourdet, P., Mathieu, L., Lartigue, C., and Ballu, A. (1996). The concept of the small displacement torsor in metrology. *Series on advances in Mathematics for Applied Sciences*, 40 :110–122.
- [BOUTIN, 72] Boutin, P. (1972). [total arthroplasty of the hip by fritted aluminum prosthesis. experimental study and 1st clinical applications]. *Revue de chirurgie orthopédique et réparatrice de l'appareil moteur*, 58(3) :229–246. PMID : 4265757.
- [BOUTIN, 00] Boutin, P. (2000). Total hip arthroplasty using a ceramic prosthesis. Pierre Boutin (1924-1989). *Clinical Orthopaedics and Related Research®*.
- [BOWDEN *et al.*, 64] Bowden, F. P. and Tabor, D. (1964). *The friction and lubrication of solids*, volume 2. Oxford university press.
- [BOX *et al.*, 60] Box, G. E. and Behnken, D. (1960). Some new three level designs for the study of quantitative variables. *Technometrics*, 2(4) :455–475.
- [BOX, 66] Box, M. (1966). A comparison of several current optimization methods, and the use of transformations in constrained problems. *The Computer Journal*, 9(1) :67–77.

- [BROCKETT *et al.*, 12] Brockett, C. L., Williams, S., Jin, Z., Isaac, G. H., and Fisher, J. (2012). Squeaking hip arthroplasties. *The Journal of Arthroplasty*.

C

- [CAPELLO *et al.*, 08] Capello, W. N., D'Antonio, J. A., Feinberg, J. R., Manley, M. T., and Naughton, M. (2008). Ceramic-on-ceramic total hip arthroplasty : Update. *The Journal of Arthroplasty*, 23(7, Supplement 1) :39–43.
- [CERAMTEC, 06] Ceramtec (2006). Biolo^x® delta – céramique de quatrième génération – informations scientifiques et données techniques.
- [CERAMTEC, 08] Ceramtec (2008). Ceranews - le magazine de ceramtec ag, medical products.
- [CERAMTEC, 12] Ceramtec (2012). Informations scientifiques sur les couples de frottement.
- [CHANG et GOSSARD, 97] Chang, M. and Gossard, D. C. (1997). Modeling the assembly of compliant, non-ideal parts. *Computer-aided design*, 29(10) :701–708.
- [CHANG *et al.*, 87] Chang, W. R., Etsion, I., and Bogy, D. B. (1987). An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces. *Journal of Tribology*, 109(2) :257–263.
- [CHARNLEY, 79] Charnley, J. (1979). *Low friction arthroplasty of the hip : theory and practice*. Springer.
- [CHARNLEY et HALLEY, 75] Charnley, J. and Halley, D. K. (1975). Rate of wear in total hip replacement. *Clinical orthopaedics and related research*, 1(112) :170–179. PMID : 1192630.
- [CHASE et PARKINSON, 91] Chase, K. W. and Parkinson, A. R. (1991). A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies. *Research in Engineering design*, 3(1) :23–37.
- [CHEN *et al.*, 12] Chen, W., Wu, P., Chen, C., Huang, C., Liu, C., and Chen, T. (2012). No significant squeaking in total hip arthroplasty. *The Journal of Arthroplasty*.
- [CHEVILLOTTE *et al.*, 12] Chevillotte, C., Trousdale, R., An, K.-N., Padgett, D., and Wright, T. (2012). Retrieval analysis of squeaking ceramic implants : Are there related specific features? *Orthopaedics & Traumatology : Surgery & Research*, 98(3) :281–287.
- [CHEVILLOTTE *et al.*, 08] Chevillotte, C., Trousdale, R., Guyen, O., Chen, Q., and Berry, D. (2008). Etude expérimentale des phénomènes de grincement ou "squeaking" avec les couples de frottement céramique/céramique dans les prothèses totales de hanche. *Journées Lyonnaises de Chirurgie de la Hanche*, pages 1–4.
- [CHEVILLOTTE *et al.*, 09] Chevillotte, C., Trousdale, R. T., Chen, Q., Guyen, O., and An, K. (2009). The 2009 frank stinchfield award hip squeaking : A biomechanical study of ceramic-on-ceramic bearing surfaces. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 468(2) :345–350.
- [CHLADNI, 87] Chladni, E. F. F. (1787). *Entdeckungen über die Theorie des Klanges*. Weidmanns, Erben und Reich.
- [CHOI *et al.*, 10] Choi, I.-Y., Kim, Y.-S., Hwang, K.-T., and Kim, Y.-H. (2010). Incidence and Factors Associated with Squeaking in Alumina-on-Alumina THA. *Clinical Orthopaedics and Related Research*®, 468(12) :3234–3239.

- [CID *et al.*, 04] Cid, G., Thiébaud, F., and Bourdet, P. (2004). Taking the deformation into account for components' tolerancing. In *Proceeding of the 5th International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering (IDMME 2004)*, Univ. of Bath, Bath, UK, page 40.
- [CLEMENT *et* BOURDET, 88] Clement, A. and Bourdet, P. (1988). A study of optimal-criteria identification based on the small-displacement screw model. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 37(1) :503–506.
- [CLOZEL, 01] Clozel, P. (2001). 3d tolerances analysis from preliminary study, proceedings of the 7th cirp seminar on computer aided tolerancing (ed. p. bourdet & l. mathieu). *Kluwer academic publisher*, pages 93—104.
- [COLLIGNAN, 11] Collignan, A. (2011). *Méthode d'optimisation et d'aide à la décision en conception mécanique : Application à une structure aéronautique*. PhD thesis, Université Sciences et Technologies - Bordeaux I.
- [COLLOMBIER, 96] Collombier, D. (1996). *Plans d'expérience factoriels : construction et propriétés des fractions de plans*, volume 21. Springer.
- [COUDERT, 05] Coudert, T. (2005). *Reconstruction tridimensionnelle du volume intérieur d'une chaussure : évaluation du chaussant*. PhD thesis, Ecole Supérieure d'Ingénieurs d'Annecy, Université de Savoie.
- [COUDEYRAS, 09] Coudeyras, N. (2009). *Analyse non-linéaire des instabilités multiples aux interfaces frottantes : application au crissement de frein*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon.
- [COUÉTARD, 00] Couétard, Y. (2000). *Caractérisation et étalonnage des dynamomètres à six composantes pour torseur associé à un système de forces*. PhD thesis, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I.
- [CURRIER *et al.*, 10] Currier, J. H., Anderson, D. E., and Citters, D. W. V. (2010). A proposed mechanism for squeaking of ceramic-on-ceramic hips. *Wear*, In Press, Corrected Proof.

D

- [D'APUZZO *et al.*, 98] D'Apuzzo, N., Plaenkers, R., Fua, P., Gruen, A., and Thalmann, D. (1998). Modeling human bodies from video sequences. In *Electronic Imaging'99*, pages 36–47. International Society for Optics and Photonics.
- [DENNIS *et al.*, 01] Dennis, D. A., Komistek, R. D., Northcut, E. J., Ochoa, J. A., and Ritchie, A. (2001). "In vivo" determination of hip joint separation and the forces generated due to impact loading conditions. *Journal of biomechanics*, 34(5) :623–629. PMID : 11311703.
- [DORLOT *et al.*, 89] Dorlot, J.-M., Christel, P., and Meunier, A. (1989). Wear analysis of retrieved alumina heads and sockets of hip prostheses. *Journal of Biomedical Materials Research*, 23(S14) :299–310.
- [DOWSON, 98] Dowson, D. (1998). History of tribology.
- [DRAPER *et al.*, 66] Draper, N. R., Smith, H., and Pownell, E. (1966). *Applied regression analysis*, volume 3. Wiley New York.
- [DUCASSE, 01] Ducasse, E. (2001). *Modélisation et simulation dans le domaine temporel d'instruments à vent à anche simple en situation de jeu : méthodes et modèles*. PhD thesis, Université du Maine.

- [DURAND *et al.*, 11] Durand, J., Yastrebov, V., Proudhon, H., Cailletaud, G., et al. (2011). Analyse du contact entre surfaces rugueuses par la méthode des éléments finis et par un nouveau modèle numérique. In *10e colloque national en calcul des structures*.
- [DURET et GIORDANO, 93] Duret, D. and Giordano, M. (1993). Clearance space and deviation space. application to three-dimensional chain of dimensions and positions. *Proceedings of 3rd CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing - Tolérancement Géométrique*, pages 179–196.
- [DUVIVIER, 10] Duvivier, P.-Y. (2010). *Étude expérimentale et modélisation du contact électrique et mécanique quasi statique entre surfaces rugueuses d’or : application aux micro-relais mems*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne.

E

- [ECKER *et al.*, 08] Ecker, T., Robbins, C., Flandem, G. V., et al. (2008). Squeaking in total hip replacement : No cause for concern. *Orthopedics*, 31(9) :875.
- [EICKMANN *et al.*, 03] Eickmann, T., Manaka, M., Clarke, I. C., and Gustafson, A. (2003). Squeaking and neck-socket impingement in a ceramic total hip arthroplasty. *Key Engineering Materials*, 240 :849–852.
- [ESPOSITO *et al.*, 10] Esposito, C., Walter, W. L., Campbell, P., and Roques, A. (2010). Squeaking in metal-on-metal hip resurfacing arthroplasties. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 468(9) :2333–2339. PMID : 20383616 PMCID : PMC2919861.
- [ESSIG *et al.*, 12] Essig, J., Nourissat, C., and Asencio, G. (2012). The abg ii prosthesis with alumina on alumina bearing – a continuous series at mean 8.5 years follow up. *Journal of Bone & Joint Surgery, British Volume*, 94-B(SUPP XXXVII) :333–333.
- [EVANS, 74] Evans, E. (1974). Statistical tolerancing : the state of the art. *Journal of Quality Technology*, 6(4) :188–195.

F

- [FAN et CHEN, 12] Fan, N. and Chen, G. (2012). Numerical study of squeaking suppresses for ceramic-on-ceramic hip endoprosthesis. *Tribology International*, 48 :172–181.
- [FAVRELIÈRE, 09] Favrelière, H. (2009). *Tolérancement modal, de la métrologie vers les spécifications*. PhD thesis, Université de Savoie.
- [FEDER, 08] Feder, B. J. (2008). That must be bob. i hear his new hip squeaking. *The New York Times*.
- [FLANNERY *et al.*, 11] Flannery, O., Green, C., Harmon, D., and Masterson, E. (2011). Chronic painful conditions of the hip. *Orthopaedics and Trauma*, 25(3) :223–229.
- [FORMOSA *et al.*, 07] Formosa, F., Samper, S., and Perpoli, I. (2007). Modal expression of form defects. *Models for Computer Aided Tolerancing in Design and Manufacturing*, Editor : J. K. Davidson :pp. 13–22.
- [FRITSCHÉ *et al.*, 08] Fritsche, A., Bialek, K., Mittelmeier, W., Simnacher, M., Fethke, K., Wree, A., and Bader, R. (2008). Experimental investigations of the insertion and deformation behavior of press-fit and threaded acetabular cups for total hip replacement. *Journal of orthopaedic science : official journal of the Japanese Orthopaedic Association*, 13(3) :240–247. PMID : 18528658.

G

- [GEESINK et HOEFNAGELS, 95] Geesink, R. G. and Hoefnagels, N. H. (1995). Six-year results of hydroxyapatite-coated total hip replacement. *Journal of Bone & Joint Surgery, British Volume*, 77-B(4) :534–547.
- [GERMAIN, 07] Germain, F. (2007). *Tolérance statistique tridimensionnel, intégration en CFAO*. PhD thesis, Université de Savoie.
- [GIORDANO *et al.*, 92] Giordano, M., Duret, D., Tichadou, S., and Arrieux, R. (1992). Clearance space in volumic dimensioning. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 41(1) :565–568.
- [GIORDANO *et al.*, 99] Giordano, M., Pairel, E., and Samper, S. (1999). Mathematical representation of tolerance zones. *Global Consistency of Tolerances*, pages 177–186.
- [GOÏC, 12] Goïc, G. L. (2012). *Qualité géométrique & aspect des surfaces : approches locales et globales*. PhD thesis, Université de Grenoble.
- [GREENWOOD et TRIPP, 70] Greenwood, J. and Tripp, J. (1970). The contact of two nominally flat rough surfaces. *Proceedings of the institution of mechanical engineers*, 185(1) :625–633.
- [GREENWOOD et WILLIAMSON, 66] Greenwood, J. A. and Williamson, J. B. P. (1966). Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 295(1442) :300–319.
- [GUPTA et TURNER, 93] Gupta, S. and Turner, J. U. (1993). Variational solid modeling for tolerance analysis. *Computer Graphics and Applications, IEEE*, 13(3) :64–74.

H

- [HALL et UNSWORTH, 97] Hall, R. and Unsworth, A. (1997). Friction in hip prostheses. *Biomaterials*, 18(15) :1017–1026.
- [HALLING, 75] Halling, J. (1975). *Principles of tribology*. MacMillan Press, London.
- [HAMADOUCHE *et al.*, 02] Hamadouche, M., Boutin, P., Daussange, J., Bolander, M. E., and Sedel, L. (2002). Alumina-on-alumina total hip arthroplasty : a minimum 18.5-year follow-up study. *The Journal of bone and joint surgery. American volume*, 84-A(1) :69–77. PMID : 11792782.
- [HANNOUCHE *et al.*, 05] Hannouche, D., Hamadouche, M., Nizard, R., Bizot, P., Meunier, A., and Sedel, L. (2005). Ceramics in total hip replacement. *Clinical orthopaedics and related research*, 430 :62–71.
- [HANNOUCHE *et al.*, 03] Hannouche, D., Nich, C., Bizot, P., Meunier, A., Nizard, R., and Sedel, L. (2003). Fractures of ceramic bearings : history and present status. *Clinical orthopaedics and related research*, 1(417) :19–26. PMID : 14646699.
- [HARRIS, 95] Harris, W. H. (1995). The problem is osteolysis. *Clinical orthopaedics and related research*, 1(311) :46–53. PMID : 7634590.
- [HAUSSELLE, 07] Hausselle, J. (2007). *Etude de la dégradation par chocs de têtes et cupules de prothèses de hanche en biocéramique*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne.
- [HEDRICK, 08] Hedrick, T. L. (2008). Software techniques for two- and three-dimensional kinematic measurements of biological and biomimetic systems. *Bioinspiration & Biomimetics*.

- [HENKE *et al.*, 99] Henke, R., Summerhays, K., Baldwin, J., Cassou, R., and Brown, C. (1999). Methods for evaluation of systematic geometric deviations in machined parts and their relationships to process variables. *Precision Engineering*, 23(4) :273–292.
- [HERNIGOU et BAHRAMI, 03] Hernigou, P. and Bahrami, T. (2003). Zirconia and alumina ceramics in comparison with stainless-steel heads polyethylene wear after a minimum ten-year follow-up. *Journal of Bone & Joint Surgery, British Volume*, 85(4) :504–509.
- [HERTZ, 81] Hertz, H. (1881). Über die berührung fester elastischer körper (À propos du contact entre corps élastiques). *J. für reine und angewandte Mathematik*, 92 :156–171.
- [HING *et al.*, 07] Hing, C. B., Back, D. L., Bailey, M., Young, D. A., Dalziel, R. E., and Shimmin, A. J. (2007). The results of primary birmingham hip resurfacings at a mean of five years. an independent prospective review of the first 230 hips. *The Journal of bone and joint surgery. British volume*, 89(11) :1431–1438. PMID : 17998177.
- [HÖLZER *et al.*, 12] Hölzer, A., Schröder, C., Woiczinski, M., Sadoghi, P., Müller, P. E., and Jansson, V. (2012). The transport of wear particles in the prosthetic hip joint : A computational fluid dynamics investigation. *Journal of Biomechanics*, 45(3) :602–604.
- [HOLLOWAY *et al.*, 09] Holloway, I., Walter, W. L., Zicat, B., and Walter, W. K. (2009). Osteolysis with a cementless second generation metal-on-metal cup in total hip replacement. *International Orthopaedics*, 33(6) :1537–1542. PMID : 18985349 PMCID : PMC2899158.
- [HOTHAN *et al.*, 11a] Hothan, A., Huber, G., Weiss, C., Hoffmann, N., and Morlock, M. (2011a). Deformation characteristics and eigenfrequencies of press-fit acetabular cups. *Clinical Biomechanics*, 26(1) :46–51.
- [HOTHAN *et al.*, 11b] Hothan, A., Huber, G., Weiss, C., Hoffmann, N., and Morlock, M. (2011b). The influence of component design, bearing clearance and axial load on the squeaking characteristics of ceramic hip articulations. *Journal of Biomechanics*, 44(5) :837–841.
- [HRON *et al.*, 10] Hron, J., Málek, J., Pustějovská, P., and Rajagopal, K. (2010). On the modeling of the synovial fluid. *Advances in Tribology*, 2010.
- [HU et CAMELIO, 06] Hu, S. J. and Camelio, J. (2006). Modeling and control of compliant assembly systems. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 55(1) :19–22.
- [HUANG *et al.*, 09] Huang, Q.-X., Wicke, M., Adams, B., and Guibas, L. J. (2009). Shape decomposition using modal analysis. *Comput. Graph. Forum*, 28(2) :407–416.
- [HUANG et CEGLAREK, 02] Huang, W. and Ceglarek, D. (2002). Mode-based Decomposition of Part Form Error by Discrete-Cosine-Transform with Implementation to Assembly and Stamping System with Compliant Parts. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 51(1) :21–26.
- [HUNTER et HUNTER, 78] Hunter, W. G. and Hunter, J. S. (1978). Statistics for experimenters. *Interscience, New York*, page 453.

I

- [ISO-10110-5, 07] ISO-10110-5 (2007). Optics and photonics – Preparation of drawings for optical elements and systems – Part 5 : Surface form tolerances.
- [ISO-1101, 06] ISO-1101 (2006). Geometrical Product Specifications (GPS) – Geometrical tolerancing – Tolerances of form, orientation, location and run-out.

- [ISO-12085, 96] ISO-12085 (1996). Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface texture : Profile method - Motif parameters.
- [ISO-12781-2, 11] ISO-12781-2 (2011). Geometrical Product Specifications (GPS) – Flatness – Part 2 : Specification operators.
- [ISO-14242-1, 12] ISO-14242-1 (2012). Implants chirurgicaux – Usure des prothèses totales de l’articulation de la hanche – Partie 1 : Paramètres de charge et de déplacement pour machines d’essai d’usure et conditions environnementales correspondantes d’essai.
- [ISO-25178-2, 12] ISO-25178-2 (2012). Spécification géométrique des produits (GPS) – État de surface : Surfaique – Partie 2 : Termes, définitions et paramètres d’états de surface.
- [ISO-25178-3, 12] ISO-25178-3 (2012). Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface texture : Areal – Part 3 : Specification operators.
- [ISO-4287, 97] ISO-4287 (1997). Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface texture : Profile method – Terms, definitions and surface texture parameters.
- [ISO-8785, 98] ISO-8785 (1998). Geometrical Product Specification (GPS) – Surface Imperfections – Terms, definitions and parameters.
- [ISO/TR 14638, 95] ISO/TR 14638 (1995). Spécification Géométrique des Produits (GPS) – Schéma directeur.

J

- [JARRETT *et al.*, 07] Jarrett, C. A., Ranawat, A., Bruzzone, M., Rodriguez, J., and Ranawat, C. (2007). The squeaking hip : An underreported phenomenon of ceramic-on-ceramic total hip arthroplasty. *The Journal of Arthroplasty*, 22(2) :302.
- [JARRETT *et al.*, 09] Jarrett, C. A., Ranawat, A. S., Bruzzone, M., Blum, Y. C., Rodriguez, J. A., and Ranawat, C. S. (2009). The Squeaking Hip : A Phenomenon of Ceramic-on-Ceramic Total Hip Arthroplasty. *The Journal of Bone and Joint Surgery*, 91(6) :1344–1349.
- [JAY *et al.*, 07] Jay, G. D., Torres, J. R., Warman, M. L., Laderer, M. C., and Breuer, K. S. (2007). The role of lubricin in the mechanical behavior of synovial fluid. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 104(15) :6194–6199.
- [JAZRAWI *et al.*, 99] Jazrawi, L. M., Bogner, E., Valle, D., J, C., Chen, F. S., Pak, K. I., Stuchin, S. A., Frankel, V. H., Cesare, D., and E, P. (1999). Wear rates of ceramic-on-ceramic bearing surfaces in total hip implants : A 12-year follow-up study. *The Journal of Arthroplasty*, 14(7) :781–787.
- [JENG et WANG, 03] Jeng, Y.-R. and Wang, P.-Y. (2003). An elliptical microcontact model considering elastic, elastoplastic, and plastic deformation. *Journal of Tribology*, 125(2) :232–240.
- [JIAN *et al.*, 07] Jian, A., Ameta, G., Davidson, J., and Shah, J. (2007). Tolerance analysis and allocation using tolerance-maps for a power saw assembly. In *Models for Computer Aided Tolerancing in Design and Manufacturing*, pages 267–276. Springer.
- [JOUHANEAU, 00] Jouhaneau (2000). *notions elementaires acoustique, electroacoustique 2e ed.* tec doc, 2 edition.

K

- [KADIN *et al.*, 06] Kadin, Y., Kligerman, Y., and Etsion, I. (2006). Unloading an elastic-plastic contact of rough surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54(12) :2652–2674.
- [KEURENTJES *et al.*, 08] Keurentjes, J. C., Kuipers, R. M., Wever, D. J., and Schreurs, B. W. (2008). High incidence of squeaking in thas with alumina ceramic-on-ceramic bearings. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 466(6) :1438–1443.
- [KIYAMA *et al.*, 13] Kiyama, T., Kinsey, T. L., and Mahoney, O. M. (2013). Can squeaking with ceramic-on-ceramic hip articulations in total hip arthroplasty be avoided? *The Journal of Arthroplasty*.

L

- [LASSEUX et MARIE, 08] Lasseux, D. and Marie, C. (2008). Apparatus for measuring the amount of leakage of a sealed arrangement. EP Patent 1,336,831.
- [LEARDINI *et al.*, 05] Leardini, A., Chiari, L., Croce, U. D., and Cappozzo, A. (2005). Human movement analysis using stereophotogrammetry : Part 3. soft tissue artifact assessment and compensation. *Gait & Posture*, 21(2) :212–225.
- [LEDOUX, 05] Ledoux, Y. (2005). *Optimisation des procédés d’emboutissage par caractérisation géométrique et essais numériques*. PhD thesis, Université de Savoie.
- [LEDOUX *et al.*, 11] Ledoux, Y., Lasseux, D., Favreliere, H., Samper, S., and Grandjean, J. (2011). On the dependence of static flat seal efficiency to surface defects. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*.
- [LIN, 95] Lin, D. K. (1995). Generating systematic supersaturated designs. *Technometrics*, 37(2) :213–225.
- [LINARES *et al.*, 05] Linares, J. M., Brocot, C., and Sprauel, J. (2005). Impact du filtrage mécanique sur l’association des surfaces en métrologie 3d. *I2M*, 5 :75–92.
- [LOMBARDI *et al.*, 00] Lombardi, A V, J., Mallory, T. H., Dennis, D. A., Komistek, R. D., Fada, R. A., and Northcut, E. J. (2000). An in vivo determination of total hip arthroplasty pistoning during activity. *The Journal of arthroplasty*, 15(6) :702–709. PMID : 11021445.
- [LUNDBERG *et al.*, 07] Lundberg, H. J., Pedersen, D. R., Baer, T. E., Muste, M., Callaghan, J. J., and Brown, T. D. (2007). Effects of implant design parameters on fluid convection, potentiating third-body debris ingress into the bearing surface during THA impingement/subluxation. *Journal of Biomechanics*, 40(8) :1676–1685.
- [LUSTY *et al.*, 07] Lusty, P., Tai, C., Sew-Hoy, R., Walter, W., Walter, W., and Zicat, B. (2007). Third-generation alumina-on-alumina ceramic bearings in cementless total hip arthroplasty. *J Bone Joint Surg Am*, 89(12) :2676–2683.
- [LUSTY et WALTER, 07] Lusty, P. and Walter, W. (2007). Minimising squeaking and edge loading when implanting a ceramic-on-ceramic hip arthroplasty.

M

- [MA et RAINFORTH, 12] Ma, L. and Rainforth, W. (2012). The effect of lubrication on the friction and wear of biolox®. *Acta Biomaterialia*, 8(6) :2348–2359.
- [MAHOMED *et al.*, 03] Mahomed, N. N., Barrett, J. A., Katz, J. N., Phillips, C. B., Losina, E., Lew, R. A., Guadagnoli, E., Harris, W. H., Poss, R., and Baron, J. A. (2003). Rates and outcomes of primary and revision total hip replacement in the united states medicare population. *The Journal of bone and joint surgery. American volume*, 85-A(1) :27–32. PMID : 12533568.
- [MAI *et al.*, 09] Mai, K., Verioti, C., Ezzet, K. A., Copp, S. N., Walker, R. H., and Colwell, C. W. (2009). Incidence of squeaking after ceramic-on-ceramic total hip arthroplasty. *Clinical Orthopaedics and Related Research®*, 468(2) :413–417.
- [MAK et JIN, 02] Mak, M. and Jin, Z. (2002). Analysis of contact mechanics in ceramic-on-ceramic hip joint replacements. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H : Journal of Engineering in Medicine*, 216(4) :231–236.
- [MANN et HASE, 99] Mann, D. J. and Hase, W. L. (1999). Computer simulation of sliding hydroxylated alumina surfaces. *Tribology Letters*, 7(2-3) :153–159.
- [MANN *et al.*, 01] Mann, D. J., Zhong, L., and Hase, W. L. (2001). Effect of surface stiffness on the friction of sliding model hydroxylated α -alumina surfaces. *The Journal of Physical Chemistry B*, 105(48) :12032–12045.
- [MANSUY, 12] Mansuy, M. (2012). *Aide au tolérancement tridimensionnel : Modèle des domaines*. PhD thesis, Université de Grenoble.
- [MARIE et LASSEUX, 07] Marie, C. and Lasseux, D. (2007). Experimental leak-rate measurement through a static metal seal. *Journal of fluids engineering*, 129(6) :799–805.
- [MARIE *et al.*, 03] Marie, C., Lasseux, D., Zahouani, H., and Sainsot, P. (2003). An integrated approach to characterize liquid leakage through metal contact seal : Launcher technology. *European journal of mechanical and environmental engineering*, 48(2) :81–86.
- [MATAR *et al.*, 10] Matar, W. Y., Restrepo, C., Parvizi, J., Kurtz, S. M., and Hozack, W. J. (2010). Revision hip arthroplasty for ceramic-on-ceramic squeaking hips does not compromise the results. *The Journal of Arthroplasty*, 25(6, Supplement 1) :81–86.
- [MATHIEU et BALLU, 03] Mathieu, L. and Ballu, A. (2003). Geospelling : a common language for specification and verification to express method uncertainty. In *Proc. of 8th CIRP seminar on computer aided tolerancing*, pages 28–29.
- [MATTEI *et al.*, 11] Mattei, L., Di Puccio, F., Piccigallo, B., and Ciulli, E. (2011). Lubrication and wear modelling of artificial hip joints : A review. *Tribology International*, 44(5) :532–549.
- [MAYEUR, 95] Mayeur, C. (1995). *Modélisation du contact rugueux élastoplastique*. PhD thesis, INSA Lyon.
- [MESKO *et al.*, 11] Mesko, J. W., D’Antonio, J. A., Capello, W. N., Bierbaum, B. E., and Naughton, M. (2011). Ceramic-on-ceramic hip outcome at a 5- to 10-year interval : Has it lived up to its expectations ? *The Journal of Arthroplasty*, 26(2) :172–177.
- [MINKOWSKI, 10] Minkowski, H. (1910). *Geometrie der zahlen*. BG Teubner.
- [MORIERE, 10] Moriere, S. (2010). *Contribution à l’étude des assemblages avec prise en compte des défauts de forme : modélisation et expérimentation*. PhD thesis, Aix Marseille 2.

- [MORLOCK, 08] Morlock, M. (2008). in : S.a.W. CeraNews, H. Usbeck (Eds.), Avoiding articulation noise. *CeramTec AG, Medical Products Division, Plochingen, Germany*, pages 1–2.
- [MURPHY, 08] Murphy, S. (2008). Proper implant selection can quiet ceramic hips. *Orthopedics Today*, pages 28–92.

N

- [NAYAK, 71] Nayak, P. R. (1971). Random process model of rough surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, 93 :398.
- [NELDER et MEAD, 65] Nelder, J. A. and Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 7(4) :308–313.
- [NEVELOS *et al.*, 00] Nevelos, J., Ingham, E., Doyle, C., Streicher, R., Nevelos, A., Walter, W., Fisher, J., and Eng, D. (2000). Microseparation of the centers of alumina-alumina artificial hip joints during simulator testing produces clinically relevant wear rates and patterns. *The Journal of Arthroplasty*, 15(6) :793–795.
- [NTN-SNR, 13] NTN-SNR (2013). Catalogue ntn-snr : Durée de vie des roulements. Technical report, NTN-SNR.

P

- [PASSUTI *et al.*, 09] Passuti, N., Philippeau, J., and Gouin, F. (2009). Friction couples in total hip replacement. *Orthopaedics & Traumatology : Surgery & Research*, 95(4, Supplement 1) :27–34.
- [PEI *et al.*, 05] Pei, L., Hyun, S., Molinari, J., and Robbins, M. O. (2005). Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(11) :2385–2409.
- [PERPOLI, 04] Perpoli, I. (2004). *Tolérancement des mécanismes flexibles : Application à une aile de carrosserie*. PhD thesis, Université de Savoie.
- [PETIT, 04] Petit, J.-P. (2004). *Spécification Géométrique des produits : méthode d'analyse de tolérances. Application en conception assistée par ordinateur*. PhD thesis, Université de Savoie.
- [PIERCE, 00] Pierce, J. (2000). *Le son musical : musique, acoustique et informatique*. Belin.
- [PIERRE *et al.*, 09] Pierre, L., Teissandier, D., and Nadeau, J. P. (2009). Integration of thermo-mechanical strains into tolerancing analysis. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, 3(4) :247–263.
- [PILLET, 03] Pillet, M. (2003). Inertial tolerancing in the case of assembled products. *Recent advances in integrated design and manufacturing in mechanical engineering*, 1(ISBN 1-4020-1163-6) :85–94.
- [PLACKETT et BURMAN, 46] Plackett, R. L. and Burman, J. P. (1946). The design of optimum multifactorial experiments. *Biometrika*, 33(4) :305–325.
- [POTTIER *et al.*, 13] Pottier, T., Louche, H., Samper, S., Favrelière, H., and Toussaint, F. (2013). A new filtering approach dedicated to heat sources computation from thermal field measurements. *Proceedings of the PhotoMechanics 2013 Conference*.

- [POTTIER *et al.*, 11] Pottier, T., Toussaint, F., and Vacher, P. (2011). Contribution of heterogeneous strain field measurements and boundary conditions modelling in inverse identification of material parameters. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 30(3) :373–382.
- [POURREYRON *et al.*, 08] Pourreyron, D., Zadegan, F., Raould, A., Nizard, R., and Sedel, L. (2008). Prothèse totale de hanche chez le patient jeune. *e-mémoires de l'Académie Nationale de Chirurgie*, 7(4) :42–46.
- [PR-XP-E-04-007, 12] PR-XP-E-04-007 (2012). Geometrical Product Specifications (GPS) – Discreet modal decomposition.
- [PREUSS *et al.*, 08] Preuss, R., Pandorf, T., and Merkert, P. (2008). Insertion of vibration-damping elements in prosthetic systems for the manipulation and damping of natural frequencies. Technical Report WO/2008/015286, CERAMTEC AG.
- [PRIA *et al.*, 10] Pria, P. D., Zagra, L., Esopi, P., and Masoni, D. (2010). Breakage and noises in ceramic on ceramic couplings. *European Orthopaedics and Traumatology*, 1(2) :53–59.

Q

- [QURESHI, 11] Qureshi, A. J. (2011). *Contributions à la maîtrise de la robustesse des produits : formalisation par logique formelle, applications à la conception ensembliste et au tolérancement*. PhD thesis, Arts et Métiers ParisTech.

R

- [REQUICHA, 83] Requicha, A. A. (1983). Toward a theory of geometric tolerancing. *The International Journal of Robotics Research*, 2(4) :45–60.
- [RESTREPO *et al.*, 10a] Restrepo, C., Matar, W., Parvizi, J., Rothman, R., and Hozack, W. (2010a). Natural history of squeaking after total hip arthroplasty. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 468(9) :2340–2345.
- [RESTREPO *et al.*, 08] Restrepo, C., Parvizi, J., Kurtz, S., Sharkey, P., Hozack, W., and Rothman, R. (2008). The Noisy Ceramic Hip : Is Component Malpositioning the Cause? *The Journal of Arthroplasty*, 23(5) :643–649.
- [RESTREPO *et al.*, 10b] Restrepo, C., Post, Z. D., Kai, B., and Hozack, W. J. (2010b). The effect of stem design on the prevalence of squeaking following ceramic-on-ceramic bearing total hip arthroplasty. *J Bone Joint Surg Am*, 92(3) :550–557.
- [RIVEST *et al.*, 94] Rivest, L., Fortin, C., and Morel, C. (1994). Tolerancing a solid model with a kinematic formulation. *Computer-Aided Design*, 26(6) :465 – 476.
- [ROY et LI, 99] Roy, U. and Li, B. (1999). Representation and interpretation of geometric tolerances for polyhedral objects. II. : size, orientation and position tolerances. *Computer-Aided Design*, 31(4) :273–285.

S

- [SAMPER, 10] Samper, S. (2010). *Tolérancement des défauts de forme et des systèmes souples*. Editions universitaires européennes.
- [SAMPER *et al.*, 09] Samper, S., Adragna, P.-A., and Favrelière, H. (2009). Modeling of 2d and 3d assemblies taking into account form errors of plane surfaces. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 9(4).
- [SAMPER *et* FORMOSA, 07] Samper, S. and Formosa, F. (2007). Form defects tolerancing by natural modes analysis. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 7 :44.
- [SARIALI *et al.*, 10a] Sariali, E., Fisher, J., Jin, Z., and Stewart, T. (2010a). Squeaking frequencies in ceramic-on-ceramic thp : Comparison of in-vivo and in-vitro values. *J Bone Joint Surg Br*, 92-B(SUPP_IV) :529–b.
- [SARIALI *et al.*, 12] Sariali, E., Jin, Z., Stewart, T., and Fisher, J. (2012). Spectral characterization of squeaking in ceramic-on-ceramic total hip arthroplasty : comparison of in vitro and in vivo values. *Journal of orthopaedic research : official publication of the Orthopaedic Research Society*, 30(2) :185–189. PMID : 21834123.
- [SARIALI *et al.*, 10b] Sariali, E., Stewart, T., Jin, Z., and Fisher, J. (2010b). In vitro investigation of friction under edge loading conditions for ceramic-on-ceramic total hip prosthesis. *Journal of Orthopaedic Research*, pages n/a–n/a.
- [SARIALI *et al.*, 10c] Sariali, E., Stewart, T., Jin, Z., and Fisher, J. (2010c). Three-dimensional modeling of in vitro hip kinematics under micro-separation regime for ceramic on ceramic total hip prosthesis : An analysis of vibration and noise. *Journal of Biomechanics*, 43(2) :326–333.
- [SCHRODER *et al.*, 10] Schroder, D., Bornstein, L., Bostrom, M. P. G., Nestor, B. J., Padgett, D. E., and Westrich, G. H. (2010). Ceramic-on-ceramic total hip arthroplasty : Incidence of instability and noise. *Clinical Orthopaedics and Related Research*.
- [SEDEL, 00] Sedel, L. (2000). Evolution of alumina-on-alumina implants : a review. *Clinical orthopaedics and related research*, 1(379) :48–54. PMID : 11039792.
- [SHAH, 13] Shah, Z. A. (2013). Estimating risk associated with total hip arthroplasty : We have an app for that! *JBJS Orthopaedic Highlights : Hip Surgery*, 3(2) :e4–e4.
- [SHON *et al.*, 05] Shon, W. Y., Baldini, T., Peterson, M. G., Wright, T. M., and Salvati, E. A. (2005). Impingement in total hip arthroplasty a study of retrieved acetabular components. *The Journal of arthroplasty*, 20(4) :427–435. PMID : 16124957.
- [SIMON, 11] Simon, E. (2011). Static output feedback design with the nelder-mead algorithm.
- [SKUTEK *et al.*, 06] Skutek, M., Bourne, R. B., and MacDonald, S. J. (2006). International epidemiology of revision THR. *Current Orthopaedics*, 20(3) :157–161.
- [SÖDERBERG *et al.*, 06] Söderberg, R., Lindkvist, L., and Dahlström, S. (2006). Computer-aided robustness analysis for compliant assemblies. *Journal of Engineering Design*, 17(5) :411–428.
- [SPINNLER, 97] Spinnler, G. (1997). *Conception des machines. Principes et applications. Volume 1, Dimensionnement*, volume 1. PPUR presses polytechniques.
- [SPURR, 61] Spurr, R. T. (1961). A theory of brake squeal. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers : Automobile Division*, 15(1) :33–52.

- [SQUIRE *et al.*, 06] Squire, M., Griffin, W. L., Mason, J. B., Peindl, R. D., and Odum, S. (2006). Acetabular component deformation with press-fit fixation. *The Journal of Arthroplasty*, 21(6, Supplement 1) :72–77.
- [STEWART *et al.*, 03] Stewart, T. D., Tipper, J. L., Insley, G., Streicher, R. M., Ingham, E., and Fisher, J. (2003). Long-term wear of ceramic matrix composite materials for hip prostheses under severe swing phase microseparation. *Journal of Biomedical Materials Research Part B : Applied Biomaterials*, 66B(2) :567–573.
- [SWANSON *et al.*, 10] Swanson, T. V., Peterson, D. J., Seethala, R., Bliss, R. L., and Spellmon, C. A. (2010). Influence of Prosthetic Design on Squeaking After Ceramic-on-Ceramic Total Hip Arthroplasty. *Journal of Arthroplasty*, 25(S) :36–42.

T

- [TABOR, 00] Tabor, D. (2000). *The Hardness of Metals*. Oxford University Press.
- [TAYLOR *et al.*, 07] Taylor, S., Manley, M. T., and Sutton, K. (2007). The Role of Stripe Wear in Causing Acoustic Emissions From Alumina Ceramic-On-Ceramic Bearings. *The Journal of Arthroplasty*, 22(7) :47–51.
- [TEISSANDIER *et al.*, 98] Teissandier, D., Couétard, Y., and Gérard, A. (1998). Three-dimensional functional tolerancing with proportioned assemblies clearance volume (u.p.e.l : Unions pondérées d’espaces de liberté) : application to setup planning. In ElMaraghy, H., editor, *Geometric Design Tolerancing : Theories, Standards and Applications*, pages 171–182. Springer US.
- [TEISSANDIER *et al.*, 99] Teissandier, D., Couétard, Y., and Gérard, A. (1999). A computer aided tolerancing model : proportioned assembly clearance volume. *Computer-Aided Design*, 31(13) :805–817.
- [TIPPER *et al.*, 01] Tipper, J., Firkins, P., Besong, A., Barbour, P., Nevelos, J., Stone, M., Ingham, E., and Fisher, J. (2001). Characterisation of wear debris from uhmwpe on zirconia ceramic, metal-on-metal and alumina ceramic-on-ceramic hip prostheses generated in a physiological anatomical hip joint simulator. *Wear*, 250(1-12) :120 – 128. 13th International Conference on Wear of Materials.
- [TRIBOS, 07] TribOS (2007). The norwegian arthroplasty register - annual report 2007, centre of excellence of joint replacements.
- [TURNER et WOZNY, 87] Turner, J. U. and Wozny, M. J. (1987). Tolerances in computer-aided geometric design. *The Visual Computer*, 3(4) :214–226.

U

- [UDUPA *et al.*, 00a] Udupa, G., Singaperumal, M., Sirohi, R. S., and Kothiyal, M. P. (2000a). Characterization of surface topography by confocal microscopy : I. principles and the measurement system. *Measurement Science and Technology*, 11(3) :305–314.
- [UDUPA *et al.*, 00b] Udupa, G., Singaperumal, M., Sirohi, R. S., and Kothiyal, M. P. (2000b). Characterization of surface topography by confocal microscopy : II. the micro and macro surface irregularities. *Measurement Science and Technology*, 11(3) :315–329.

V

- [VACHER *et al.*, 99] Vacher, P., Dumoulin, S., Morestin, F., and Mguil-Touchal, S. (1999). Bidi-mensional strain measurement using digital images. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 213(8) :811–817.
- [VALLET, 08] Vallet, C. (2008). *Fuite liquide au travers d'un contact rugueux : application à l'étanchéité interne d'appareils de robinetterie*. PhD thesis, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM.
- [VALLET *et al.*, 08] Vallet, C., Lasseux, D., Sainsot, P., and Zahouani, H. (2008). Numerical determination of sealing performance of a rough contact : Real versus synthetic fractal surfaces. In *Proceedings of the Pressure Vessels and Piping Conference*. ASME.
- [VALLET *et al.*, 09] Vallet, C., Lasseux, D., Sainsot, P., and Zahouani, H. (2009). Real versus synthesized fractal surfaces : Contact mechanics and transport properties. *Tribology International*, 42(2) :250–259.

W

- [WALTER *et al.*, 07] Walter, W. L., O'Toole, G. C., Walter, W. K., Ellis, A., and Zicat, B. A. (2007). Squeaking in ceramic-on-ceramic hips : The importance of acetabular component orientation. *The Journal of Arthroplasty*, 22(4) :496–503.
- [WALTER *et al.*, 08] Walter, W. L., Waters, T. S., Gillies, M., Donohoo, S., Kurtz, S. M., Ranawat, A. S., Hozack, W. J., and Tuke, M. A. (2008). Squeaking hips. *The Journal of Bone and Joint Surgery*, 90(Supplement 4) :102–111.
- [WALTER *et al.*, 10] Walter, W. L., Yeung, E., and Esposito, C. (2010). A review of squeaking hips. *The Journal of the American Academy of Orthopaedic Surgeons*, 18(6) :319–326. PMID : 20511437.
- [WANG *et al.*, 09] Wang, F., Zhao, S., Quiñonez, A. F., Xu, H., Mei, X., and Jin, Z. (2009). Nonsphericity of bearing geometry and lubrication in hip joint implants. *Journal of tribology*, 131(3).
- [WANG et JIN, 07] Wang, F. C. and Jin, Z. M. (2007). Effect of non-spherical bearing geometry on transient elastohydrodynamic lubrication in metal-on-metal hip joint implants. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, 221(3) :379–389.
- [WANG *et al.*, 93] Wang, K., Gustavson, L., and Dumbleton, J. (1993). The characterization of ti-12 mo-6 zr-2 fe : a new biocompatible titanium alloy developed for surgical implants. *Beta Titanium Alloys in the 1990s*, pages 49–60.
- [WEI et ZHANG, 09] Wei, D. and Zhang, Y. (2009). Friction between α -Al₂O₃(0001) surfaces and the effects of surface hydroxylation. *Surface Science*, 603(16) :L95–L98.
- [WEISS *et al.*, 10] Weiss, C., Gdaniec, P., Hoffmann, N. P., Hothan, A., Huber, G., and Morlock, M. M. (2010). Squeak in hip endoprosthesis systems : An experimental study and a numerical technique to analyze design variants. *Medical Engineering & Physics*, 32(6) :604–609.
- [WHITEHOUSE et ARCHARD, 70] Whitehouse, D. J. and Archard, J. (1970). The properties of random surfaces of significance in their contact. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 316(1524) :97–121.
- [WILLIAMS, 09] Williams, D. (2009). The delicate balancing act of metallic biomaterials. *Medical device technology*, 20(2) :8, 10. PMID : 19405336.

- [WILLIAMS *et al.*, 06] Williams, S., Jalali-Vahid, D., Brockett, C., Jin, Z., Stone, M. H., Ingham, E., and Fisher, J. (2006). Effect of swing phase load on metal-on-metal hip lubrication, friction and wear. *Journal of Biomechanics*, 39(12) :2274–2281.
- [WIRTZ, 89] Wirtz, A. (1989). Vectorial tolerancing. *Proceeding of CIRP Seminar on CAD-CAM*.
- [WIRTZ, 91] Wirtz, A. (1991). Vectorial tolerancing for production quality control and functional analysis in design. In *CIRP International Working Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, pages 77–84.
- [WOPENKA *et al.*, 05] Wopenka, B. and Pasteris, J. D. (2005). A mineralogical perspective on the apatite in bone. *Materials Science and Engineering : C*, 25(2) :131–143.

X

- [XIE *et al.*, 07] Xie, K., Wells, L., Camelio, J. A., and Youn, B. D. (2007). Variation propagation analysis on compliant assemblies considering contact interaction. *Journal of manufacturing science and engineering*, 129(5) :934–942.

Y

- [YANG *et al.*, 06] Yang, C., Tartaglino, U., and Persson, B. N. J. (2006). A multiscale molecular dynamics approach to contact mechanics. *The European Physical Journal E*, 19(1) :47–58.
- [YEO *et al.*, 10] Yeo, C.-D., Katta, R. R., Lee, J., and Polycarpou, A. A. (2010). Effect of asperity interactions on rough surface elastic contact behavior : Hard film on soft substrate. *Tribology International*, 43(8) :1438–1448.
- [YU *et al.*, 96] Yu, M. M.-H. and Bhushan, B. (1996). Contact analysis of three-dimensional rough surfaces under frictionless and frictional contact. *Wear*, 200(1-2) :265–280.

Z

- [ZHAO *et al.*, 00] Zhao, Y. and Chang, L. (2000). A model of asperity interactions in elastic-plastic contact of rough surfaces. *Journal of Tribology*, 123(4) :857–864.
- [ZHAO *et al.*, 00] Zhao, Y., Maietta, D. M., and Chang, L. (2000). An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow. *Journal of Tribology*, 122(1) :86–93.

Publications associées à ces travaux

Revues internationales à comité de lecture

- 2013 GRANDJEAN, J., LEDOUX, Y., and SAMPER, S. (2013). On the role of form defects in assemblies subject to local deformations and mechanical loads. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 65(9-12) :1769–1778.
- 2012 GRANDJEAN, J., LE GOIC, G., FAVRELIERE, H., LEDOUX, Y., SAMPER, S., FORMOSA, F., DEVUN, L., and GRADEL, T. (2012). Multi-scalar analysis of hip implant components using modal decomposition. *Measurement Science and Technology*, 23(12) :125702.
- 2011 LEDOUX, Y., LASSEUX, D., FAVRELIERE, H., SAMPER, S., and GRANDJEAN, J. (2011). On the dependence of static flat seal efficiency to surface defects. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 88(11-12) :518–529.

Communications orales et colloques à comité de lecture

- 2013 GRANDJEAN, J., LEDOUX, Y. et SAMPER, S. (2013). Analyse des assemblages avec défauts de forme des surfaces, approche théorique et expérimentale. *21^{ème} Congrès Français de Mécanique, Bordeaux, France*.
- SAMPER, S., GRANDJEAN, J., LEDOUX, Y., DEVUN, L. et GRADEL, T. (2013). Mesure du squeaking d'une Prothèse Totale de Hanche à l'aide d'un tribomètre pendulaire. *25^{èmes} Journées Internationales Francophones de Tribologie, Lyon, France*.
- GRANDJEAN, J., SAMPER, S., LEDOUX, Y., BILLARD R., VACHER, P., DEVUN, L. et GRADEL, T. (2013). Characterization of the squeaking phenomenon for total hip implants with high-speed cameras. *25^{èmes} PhotoMechanics 2013, Montpellier, France*.

- 2012 GRANDJEAN, J., LEDOUX, Y., SAMPER, S. et FAVRELIERE, H. (2012). Form errors impact in a rotating plane surface assembly. *12th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, Huddersfield, Angleterre.*
- GRANDJEAN, J., LE GOÏC, G., FAVRELIERE, H., LEDOUX, Y., SAMPER, S., FORMOSA, F., DEVUN, L. et GRADEL, T. (2012). Metrological characterisation of hip implant by using discrete modal decomposition. *Proceedings of 3rd International Conference on Surface Metrology, Annecy, France.*
- 2011 GRANDJEAN, J., SAMPER, S., and LEDOUX, Y. (2011). Influence des défauts de forme dans les assemblages de surfaces planes. *20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon, France.*
- GRANDJEAN, J., LEDOUX, Y. et SAMPER, S. (2011). Influence of form errors in plane surface assemblies. *IMProVe International conference on Innovative Methods in Product Design, Venise, Italie.*
- GRANDJEAN, J., LE GOÏC, G., FAVRELIERE, H., LEDOUX, Y., SAMPER, S., DEVUN, L. et GRADEL, T. (2011). Analyse multi-échelle des composants articulaires d'une prothèse de hanche par la méthode modale. *Congrès International Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques CMSM'2011, Sousse, Tunisie.*

ANNEXES

Annexe A : Quantification de l'écoulement

La quantification de la fuite du calcul mis en place par l'équipe de chercheurs du laboratoire *I2M* de Bordeaux est exprimée par un tenseur de transmissivité K [LEDOUX *et al.*, 11]. La transmissivité relie linéairement le débit de fuite visqueux au gradient de pression. K est ainsi un paramètre intrinsèque qui est suffisant pour caractériser le comportement de la liaison vis-à-vis de l'étanchéité. Il est calculé en résolvant les équations qui régissent l'écoulement d'un fluide incompressible de viscosité dynamique μ saturant l'interface lorsqu'un différentiel de pression est appliqué entre les bords intérieur (rayon r_i) et extérieur (rayon r_e) de la surface annulaire. Dans le cas de notre étude, l'écoulement est considéré suffisamment lent pour appliquer les hypothèses de Stokes où les effets d'inertie et d'accélération sont négligeables. En outre, lorsque les aspérités de surface ont une faible pente (ce qui est toujours le cas pour des surfaces usinées [DOWSON, 98]), l'équation de Stokes peut être pré-intégrée suivant la direction normale au plan moyen. Cette simplification conduit au modèle de Reynolds sous forme continue (équations A.1).

$$\begin{aligned} q &= -\frac{h^3}{12\mu} \nabla p \\ \nabla \cdot q &= 0 \\ q \cdot n &= 0 \text{ sur } C_{sf} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Où C_{sf} représente les contours des surfaces de contact q et le débit volumique local par unité de longueur exprimé par l'équation A.2.

$$q_{wi} = \frac{dQ_{wi}(x, y)}{dw_2} w_1 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} Q_{wi}(x, y) : & \text{débit volumique local dans la direction } w_1 \\ w_2 = & x, y \\ w_1 \neq & w_2 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Le facteur $\frac{h^3}{12}$ de l'équation A.1 représente le facteur de transmissivité local. La résolution de cette équation est effectuée en associant des conditions limites de pression et de débit aux bords de la surface (équation A.3).

$$\begin{aligned} p(x=0) &= P_e \\ p(x=L_x) &= P_i \\ p(y=0) &= p(y=L_y) \\ q(y=0) &= q(y=L_y) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Les équations A.1 à A.3 correspondent à un problème de type diffusion permettant de calculer le champ hétérogène de facteurs de transmissivité locale $\frac{h^3}{12}$. La solution de ce problème est obtenu numériquement en discrétisant la surface sur la base du maillage utilisé dans le procédé de génération de surface. Un algorithme de gradients conjugué pré-conditionnés est utilisé pour résoudre le système linéaire et calculer le champ des débits q_x .

La moyenne surfacique $\langle q_x \rangle$ du champ q_x calculé sur la surface totale de contact S (équation A.4) conduit enfin à la transmissivité macroscopique K_{xx} du contact suivant l'axe \vec{x} par le modèle de Reynolds dans l'équation A.5.

$$\langle q_x \rangle = \frac{1}{S} \int_S q_x dA \quad (\text{A.4})$$

$$\langle q_x \rangle = \frac{K_{xx}}{\mu} \frac{P_i - P_e}{L_x} \quad (\text{A.5})$$

Le coefficient de transmissivité K_{xx} est le paramètre clef qui caractérise la performance de l'étanchéité de la liaison pour une pression de serrage donnée. Plus ce paramètre sera faible, meilleures seront les performances d'étanchéité.

Annexe B : Modélisation du pendule avec contact ponctuel

Modèle cinématique

Nous proposons de mettre en place un modèle cinématique du pendule pesant. Afin de simplifier l'approche, les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- pas de jeu entre les pièces ;
- contact maintenu entre les pièces ;
- pas de défaut de surfaces ;
- comportement de frottement selon les lois de Coulomb ;
- mouvement plan.

Compte tenu du fait que le jeu radial est très faible entre le rayon de la tête et celui de l'insert,, on peut simplifier le problème en supposant que la distance $O_{\text{tête}} - O_{\text{insert}}$ est nulle. Le modèle correspondant est montré dans la figure B.1. Le contact avec frottement a lieu au point I aligné avec le bras du pendule. Il n'y a pas de roulement sans glissement au point de contact.

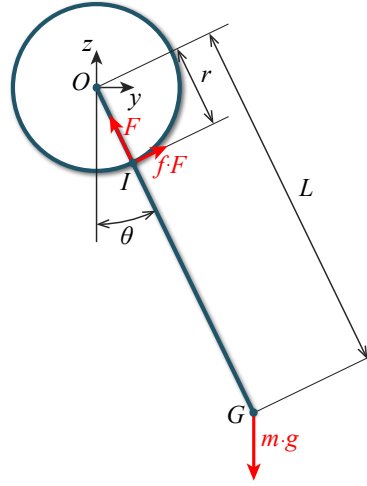


Fig. B.1 – Pendule rigide sans jeu

Le Principe Fondamental de la Dynamique appliqué au pendule fournit le système d'équations B.1 :

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{\gamma}_G \\ \sum \vec{M}_{\text{ext}} = I_O \ddot{\theta} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Le contact au point I implique un couple de frottement C_f lié au poids exprimé par l'équation B.2.

$$C_f = f \cdot F \cdot r \quad (\text{B.2})$$

Avec F est l'effort appliqué par le pendule au point de contact, r le rayon de la sphère et f le coefficient de frottement. Ainsi l'équilibre des moments du système B.1 est développé dans l'équation B.3.

$$I_{(O,x)} \cdot \ddot{\theta} = -m \cdot g \cdot L \cdot \sin(\theta) - C_f \cdot \text{signum}(\dot{\theta}) \quad (\text{B.3})$$

On supposant que nous sommes en petites oscillations, on peut linéariser cette équation (équation B.4).

$$I_{(O,x)} \cdot \ddot{\theta} + m \cdot g \cdot L \cdot \theta = -C_f \cdot \text{signum}(\dot{\theta}) \quad (\text{B.4})$$

La solution de cette équation différentielle sans second membre (*ssm*) est de la forme :

$$\theta_{ssm}(t) = \Theta_{ssm} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t - \phi_{ssm}) \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot L}{I_{(O,x)}}} \quad (\text{B.5})$$

On peut par ailleurs déduire de cette équation la période d'oscillation du pendule :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{(O,x)}}{m \cdot g \cdot L}} \quad (\text{B.6})$$

ϕ_{ssm} est calculé à partir des conditions initiales. La solution particulière s'écrit :

$$\theta_p(t) = \Theta_p = \text{constante} \Rightarrow m \cdot g \cdot L \cdot \Theta_p = -C_f \cdot \text{signum}(\dot{\theta}) \Rightarrow \Theta_p = -\frac{C_f \cdot \text{signum}(\dot{\theta})}{m \cdot g \cdot L} \quad (\text{B.7})$$

D'où l'écriture de la solution générale B.8 :

$$\begin{aligned} \theta_g(t) = \theta_{ssm}(t) + \theta_p(t) &= \Theta_{ssm} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t - \phi_{ssm}) - \frac{C_f \cdot \text{signum}(\dot{\theta})}{mgL} \\ &= \Theta_{ssm} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t - \phi_{ssm}) - c \cdot \text{signum}(\dot{\theta}) \quad \text{avec} \quad c = \frac{C_f}{m \cdot g \cdot L} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Avec pour condition initiale $\theta(0) = \theta_0 > 0$ et une vitesse angulaire nulle, la vitesse angulaire devient instantanément négative sous l'effet du poids $m \cdot g$. On en déduit :

$$\begin{aligned} \phi_{ssm} &= 0 \quad (\text{vitesse nulle}) \\ \Theta_{ssm} \cdot \cos(0) + c &= \theta_0 \Rightarrow \Theta_{ssm} = \theta_0 - c \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

En condition de frottement sec, le mouvement est donné pour chaque demi période (changement de signe de la vitesse) nous donnons donc à cette première oscillation le numéro 1 que nous incrémentons. Nous appelons θ_1 cette première amplitude tel que $\theta_1 = \theta_0 - c$. D'où

$$\begin{aligned} \theta_1(t) &= \theta_1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + c \\ &= (\theta_0 - c) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + c \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Ainsi la seconde oscillation s'écrit :

$$\theta_2(t) = \theta_2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - c \quad (\text{B.11})$$

La constante c est cette fois ci soustraite puisque la vitesse a changé de signe pour devenir positive. θ_2 doit être jointive avec θ_1 en $t = T_0/2$ ce qui donne :

$$\begin{aligned} \theta_2(T_0/2) &= \theta_1(T_0/2) \\ \theta_2 \cos(\omega_0 \cdot T_0/2) - c &= (\theta_0 - c) \cdot \cos(\omega_0 \cdot T_0/2) + c \\ -\theta_2 - c &= -\theta_0 + c + c \quad \text{car} \quad \omega_0 \cdot T_0/2 = \pi \\ \theta_2 &= \theta_0 - 3c \\ \theta_2 &= \theta_1 - 2c \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

La solution générale d'un pendule pesant oscillant est alors donnée en fonction de chaque demi période i par l'équation B.13 :

$$\theta_i(t) = (\theta_0 - c \cdot (2i - 1)) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - c \quad (\text{B.13})$$

Cette solution est donc définie par morceaux. Avec l'hypothèse des petites oscillations, la valeur de F est proche du poids $m \cdot g$. On en déduit :

$$C_f = m \cdot g \cdot f \cdot r \quad (\text{B.14})$$

Cette hypothèse permet de simplifier la constante c définie par l'équation B.8.

$$c_{\text{théorique}} = \frac{C_f}{m \cdot g \cdot L} = \frac{f \cdot r}{L} \quad (\text{B.15})$$

La solution générale B.13 d'un pendule pesant oscillant indique qu'à chaque demi période d'oscillation, l'amplitude est réduite de la valeur de $2c$. Puisque l'on connaît la durée de mouvement du pendule avant son arrêt t_{fin} . On peut calculer la valeur $c_{\text{expérimental}}$ en sachant que l'angle initial est θ_0 et qu'il y a t_{fin}/T_0 périodes (donc $2 \cdot t_{\text{fin}}/T_0$ demi-périodes) :

$$c_{\text{expérimental}} = \frac{T_0 \cdot \theta_0}{4 \cdot t_{\text{fin}}} \quad (\text{B.16})$$

Le coefficient de frottement théorique selon ce modèle de contact est calculé en utilisant les équations B.15 et B.16 avec les résultats de chaque essai expérimental :

$$f = \frac{L \cdot T_0 \cdot \theta_0}{4 \cdot t_{\text{fin}} \cdot r} \quad (\text{B.17})$$

La figure B.2 ci-dessous montre l'évolution des oscillations pour un pendule dont les données (θ_0, c) sont issues des essais ($t_{\text{fin}}, r, m, I_{(O,x)}, L, T_0$).

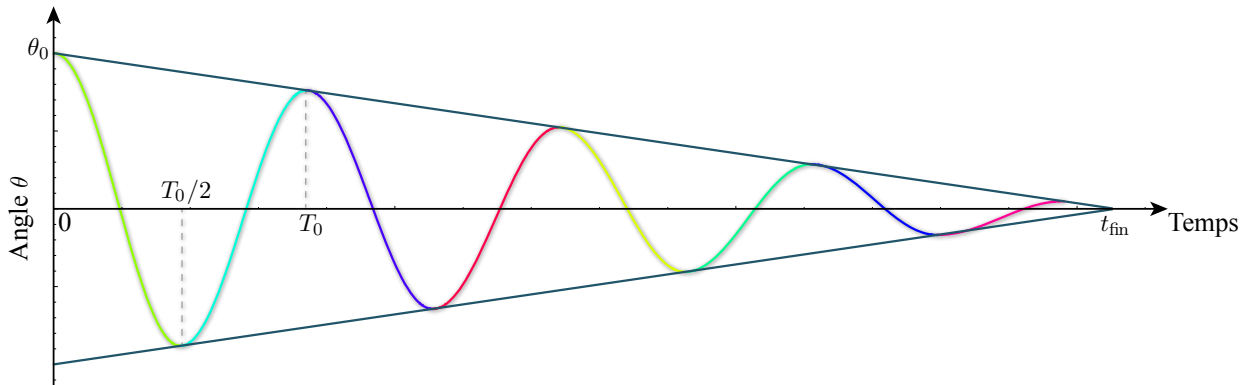


Fig. B.2 – Oscillations du pendule en fonction du temps selon les données d'un essai

Modèle énergétique

En considérant que l'énergie potentielle initiale du pendule est entièrement dissipée pendant les oscillations par le frottement de la prothèse, on peut écrire une équation de bilan énergétique :

$$\begin{aligned} E_{\text{initiale}} &= E_{\text{dissipée}} \\ m \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos(\theta_0)) &= \text{couple} \cdot \text{parcours angulaire total du pendule} \\ m \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos(\theta_0)) &= m \cdot g \cdot f \cdot r \cdot \theta_{\text{total}} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Cette simplification suppose que les angles d'oscillations sont petits. À partir de la figure B.2, on peut voir que tous les quarts de période, le pendule parcourt une demi-amplitude. L'amplitude moyenne est de $\theta_0/2$. Le nombre de périodes est égal à $t_{\text{fin}} \cdot T_0$, donc le parcours angulaire total du pendule vaut (en supposant qu'il n'y ait pas de déphasage initial et que le nombre de périodes soit entier) :

$$\theta_{\text{total}} = \frac{4 \cdot \theta_0 \cdot \text{fin}}{2 \cdot T_0} = \frac{2 \cdot \theta_0 \cdot \text{fin}}{T_0} \quad (\text{B.19})$$

D'où

$$f = \frac{L \cdot T_0 \cdot \theta_0}{4 \cdot t_{\text{fin}} \cdot r} \quad (\text{B.20})$$

Annexe C : Modélisation du pendule avec jeu et contact hertzien

Sur la base de l'annexe B, nous proposons une nouvelle approche en considérant les déformations élastiques de contact de la liaison rotule dans le modèle cinématique du pendule pesant.

Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- contact maintenu entre les pièces ;
- pas de défaut de surfaces ;
- déformation locale élastique (contact de Hertz) ;
- comportement de frottement (modèle de Coulomb) ;
- mouvement plan.

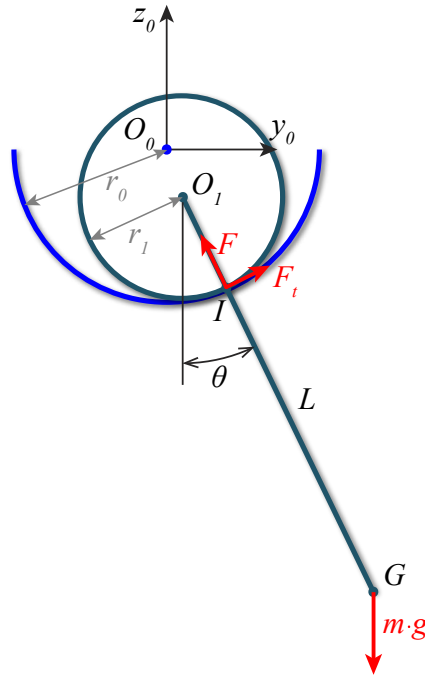


Fig. C.1 – Pendule rigide avec jeu

Le modèle correspondant à cette approche est montré dans la figure B.1. Compte tenu du fait que le jeu radial est très faible entre le rayon de la tête et celui de l'insert, on peut simplifier le problème en supposant que la distance $O_{\text{tête}} - O_{\text{insert}}$ est nulle. Le contact avec frottement a lieu au point I aligné avec le bras du pendule.

Le mouvement du pendule avec le modèle de Coulomb est composé de deux phases, à savoir le glissement et l'adhérence. Ce comportement correspond à l'instabilité de contact de type stick-slip expliquée au paragraphe §5.3.4.2 page 150. Dans le cas de l'adhérence, le pendule roulera au niveau du point de contact I entre la tête et la cupule (déplacement de ce point sans vitesse relative)(figure C.1).

On suppose pour cette approche que le pendule ne roule pas et que le point de contact I est toujours aligné avec le bras du pendule.

En isolant le pendule, nous pouvons écrire le Principe Fondamental de la Dynamique réduit à une équation de moment en O_1 :

$$\begin{aligned} \sum \overrightarrow{M_{\text{ext}}} &= I_{O_1} \cdot \ddot{\theta} \\ I_{(O_1, x)} \cdot \ddot{\theta} &= F_t \cdot r_1 - m \cdot g \cdot L \cdot \sin(\theta) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

La condition d'adhérence de Coulomb s'écrit de la façon suivante :

$$F_t \leq F \cdot C'_f \quad \text{avec } C'_f \text{ coefficient d'adhérence} \quad (\text{C.2})$$

La zone de contact étant restreinte, nous exploitons le modèle de Hertz pour définir les relations entre les champs de pression et les efforts en I (poids et moments).

La théorie du contact de Hertz tient compte des données géométriques, des matériaux et du chargement dans une liaison sphérique avec jeu. Nous supposons que le cotyle est semi-infini (hypothèse de Hertz) tout en sachant que cette hypothèse le rend plus rigide qu'il ne l'est vraiment. Les conséquences de cette hypothèse sont l'augmentation de la pression et la réduction de la zone de contact par rapport à un cotyle d'épaisseur réduite. Les raideurs de contact sont données par l'équation C.3.

$$k_0 = \frac{1 - \nu_0^2}{\pi \cdot E_0} \quad k_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi \cdot E_1} \quad (\text{C.3})$$

Avec E_0 et E_1 les modules de Young des éléments en contact et ν_0 et ν_1 leur coefficient de Poisson. Le rayon équivalent de contact r (il s'agit du rayon d'une sphère qui serait en contact sur un plan et donnant les mêmes champs de pression) vaut :

$$r = \frac{r_0 \cdot r_1}{r_0 + r_1} \quad (\text{C.4})$$

Où r_1 (positif car convexe) est le rayon de la tête et où r_0 est celui du cotyle (négatif car il est concave). Dans le cas d'une prothèse totale de hanche, $r_0 = -(r_1 + j_r)$ avec j_r étant le jeu radial.

La théorie du contact de Hertz donne les résultats suivants :

$$R_{\text{contact}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot F \cdot r \cdot \left(\frac{r}{j_r} + 1\right) \cdot \left(\frac{1 - \nu_0^2}{E_0} + \frac{1 - \nu_1^2}{E_1}\right)} \quad (\text{C.5})$$

$$\delta_x = \sqrt[3]{\frac{9\pi^2 \cdot F^2 \cdot (k_0 + k_1)^2}{4 \cdot r}} \quad (\text{C.6})$$

$$P_{\text{max}} = \frac{3 \cdot F}{\pi \cdot R_{\text{contact}}^2} \quad (\text{C.7})$$

R_{contact} est la valeur du rayon de la zone de contact. δ_x est la valeur de l'enfoncement du contact, P_{max} est la valeur de la pression maximale selon Hertz.

La forme du champ de pression normale selon Hertz est elliptique (figure C.2a). Elle s'écrit pour un palier (sphérique ou cylindrique) selon la formule suivante :

$$P_n(\alpha) = P_{\text{max}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_{\text{max}}^2}} \quad (\text{C.8})$$

Avec α_{max} pour angle maximal de contact et α l'angle où on observe la pression P .

La valeur de l'angle du cône de contact α_{max} , nécessaire pour l'analyse des champs de pression, est obtenue par l'équation C.9.

$$\alpha_{\text{max}} = \arcsin\left(\frac{R_{\text{contact}}}{r_1}\right) \quad (\text{C.9})$$

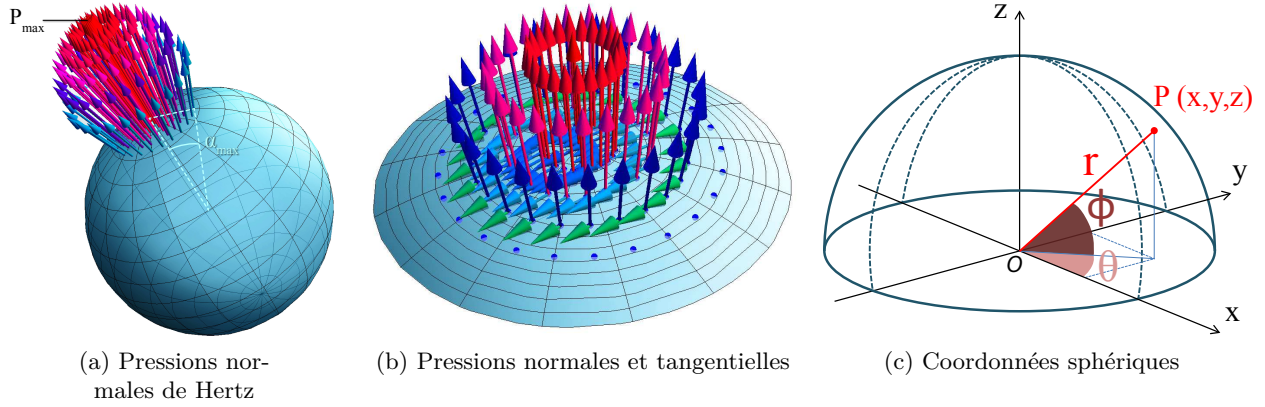


Fig. C.2 – Pression normale et système de coordonnées

On applique ensuite au modèle de Hertz un modèle de frottement de Coulomb. Ce faisant, on impose à Hertz une dérogation par rapport à ses hypothèses (pressions normales). La pression tangentielle P_t est donnée par l'équation C.10. Elle est orientée selon le sens du mouvement local (rotation autour de \vec{x} , figure C.2b).

$$P_t = -f \cdot P_n \cdot \text{signum}(\dot{\theta}) \quad (\text{C.10})$$

On peut exprimer cette relation dans un système de coordonnées sphériques (figure C.2c) par un champ de vecteurs tangents relatifs au sens du mouvement (équation C.11). Pour des raisons de manipulations de figures et de formules, on utilise l'angle α tel que $\alpha = \pi/2 - \phi$ et on suppose que la zone de contact est centrée en $\alpha = 0$ ($\phi = \pi/2$).

$$\overrightarrow{P_t(\theta, \alpha)} = \overrightarrow{t(\theta, \alpha)} \cdot f \cdot P_n(\alpha) \quad (\text{C.11})$$

Le vecteur tangent \vec{t} est obtenu en faisant le produit scalaire d'un vecteur rotation unitaire par la position de chaque point considéré.

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} 0 \\ -r \cdot \cos(\alpha) \\ r \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{C.12})$$

La pression tangentielle est donnée par :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{P_t(\theta, \alpha)} &= \vec{t} \cdot f \cdot P_n(\alpha) \\ &= \vec{t} \cdot f \cdot P_{\max} \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_{\max}^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

La valeur de la pression tangentielle en chaque point de coordonnées sphériques (θ, α) est ainsi donnée par :

$$P_t(\theta, \alpha) = f \cdot P_{\max} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_{\max}^2}} \cdot (\sin^2(\alpha) \cdot \sin^2(\theta) + \cos^2(\alpha)) \quad (\text{C.14})$$

On peut alors exprimer la densité du moment tangentielle en chaque point par l'équation :

$$dM_x = r_{\text{local}}(\theta, \alpha) \cdot P_t(\theta, \alpha) \cdot r^2 \cdot \cos(\alpha) \, d\alpha d\theta \quad (\text{C.15})$$

Où r_{local} est le bras de levier de la pression tangentielle par rapport à l'axe de rotation :

$$r_{\text{local}} = r \cdot \sqrt{\sin^2(\alpha) \cdot \sin^2(\theta) + \cos^2(\alpha)} \quad (\text{C.16})$$

On en déduit :

$$dM_x = f \cdot P_{\text{max}} \cdot r^3 \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_{\text{max}}^2}} \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(\sin^2(\alpha) \cdot \sin^2(\theta) + \cos^2(\alpha) \right)^{3/2} d\alpha d\theta \quad (\text{C.17})$$

La figure C.3 ci-dessous montre le champ de moment appliqué à la sphère lorsque la rotule effectue un mouvement pendulaire autour de l'axe \vec{x} . On peut voir qu'il y a une dissymétrie entre les axes \vec{x} et \vec{y} du fait des variations de la pression normale et de la vitesse angulaire.

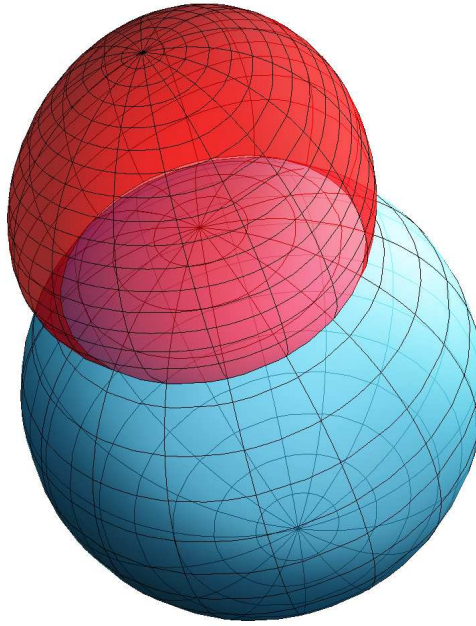


Fig. C.3 – Densité de moments dM_x pour un mouvement de rotation autour de l'axe \vec{x}

On peut intégrer l'équation C.17 sur l'ensemble du contact pour obtenir le couple de contact :

$$C_x = \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_{\text{max}}} dM_x \, d\alpha d\theta \quad (\text{C.18})$$

d'où :

$$C_x = \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_{\text{max}}} f \cdot P_{\text{max}} \cdot r^3 \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_{\text{max}}^2}} \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(\sin^2(\alpha) \cdot \sin^2(\theta) + \cos^2(\alpha) \right)^{3/2} d\alpha d\theta \quad (\text{C.19})$$

Cette intégration ne donne pas de solution analytique. Il est alors nécessaire de la résoudre par intégration numérique. Nous procédons ainsi à une interpolation du moment en fonction de l'angle de contact par un polynôme de degré 10 afin d'en déduire la relation entre C_x et α_{max} . Ce calcul est effectué pour chaque lot de données.

Ainsi, en développant l'ensemble du calcul, le couple peut-être exprimé en fonction des paramètres r, j_r, f, F, E_1 et E_2 sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 C_x(r, j_r, f, F, E_1, E_2) = & \frac{1}{j_r \cdot E_1 \cdot E_2} \cdot f \cdot r \cdot \left(\frac{F \cdot j_r^2 \cdot E_1^2 \cdot E_2^2}{r^2(j_r + r)^2 \cdot (E_1 + E_2)^2 \cdot (-1 + \nu^2)^2} \right)^{1/3} \\
 & \cdot \left(2.5939 j_r r^2 E_1 E_2 \left(-\frac{F(j_r + r)(E_1 + E_2)(-1 + \nu^2)}{j_r r^2 E_1 E_2} \right)^{1/3} \right. \\
 & + F(j_r + r)(E_1 + E_2) \left(-0.656099 + 0.202143 \left(-\frac{F(j_r + r)(E_1 + E_2)(-1 + \nu^2)}{j_r r^2 E_1 E_2} \right)^{2/3} \right. \\
 & \left. \left. + \nu^2 \left(0.656099 - 0.202143 \left(-\frac{F(j_r + r)(E_1 + E_2)(-1 + \nu^2)}{j_r r^2 E_1 E_2} \right)^{2/3} \right) \right) \right)
 \end{aligned}$$

L'identification du couple expérimental C_x peut être faite selon plusieurs modèles, dont la mesure d'un couple sous la tête (comme un couplemètre). Nous proposons d'utiliser la mesure de la décélération afin d'en déduire le couple associé.

Cette déduction se fait selon le modèle Coulomb rigide. L'amélioration de ce modèle consiste alors à prendre en compte la souplesse de contact mais pas sa mobilité ni l'instabilité glissement/adhérence.

À partir de l'équation B.17 de l'annexe B, le couple expérimental peut s'écrire :

$$C_{x/\text{exp}} = \frac{m \cdot g \cdot L \cdot T_0 \cdot \theta_0}{4 \cdot T_{\text{fin}}} \quad (\text{C.20})$$

Grâce à cette valeur de $C_{x/\text{exp}}$, la valeur du coefficient de frottement extraite de la formulation $C_x(r, j_r, f, F, E_1, E_2)$.

Annexe D : Modèle cinématique de la toupie avec jeu

On propose l'analyse des champs de pression de la liaison rotule pour un mouvement de rotation uni-axial vertical. Cette configuration cinématique apparente la liaison rotule à une crapaudine (butée d'axe vertical) qui frotte et dissipe l'énergie lors du mouvement du portique mobile (toupie) par rapport au bâti fixe. La mesure de cette atténuation permet d'accéder à un coefficient frottement apparent de ce contact. L'identification de la nature du champs de pression est ainsi fondamentale pour relier les actions tangentielles aux actions normales.

Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- contact maintenu entre les pièces ;
- pas de défaut de surfaces ;
- déformation locale élastique (contact de Hertz) ;
- comportement de frottement (modèle de Coulomb) ;

Sur la base de l'annexe C, nous proposons une approche en considérant les déformations élastiques de contact de la liaison rotule (modèle de pression de Hertz).

Ainsi, la forme du champ de pression normale s'écrit de la façon suivante (issu de l'équation C.8) :

$$P_n(\alpha) = P_{\max} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_{\max}^2}} \quad (\text{D.1})$$

La valeur de la pression tangentielle en fonction de α est ainsi donnée par :

$$P_u(\alpha) = f \cdot P_n \quad (\text{D.2})$$

La figure D.1 ci-dessous montre les pressions normales et tangentielles associées à ce type de contact, on peut voir qu'elles sont axisymétriques.

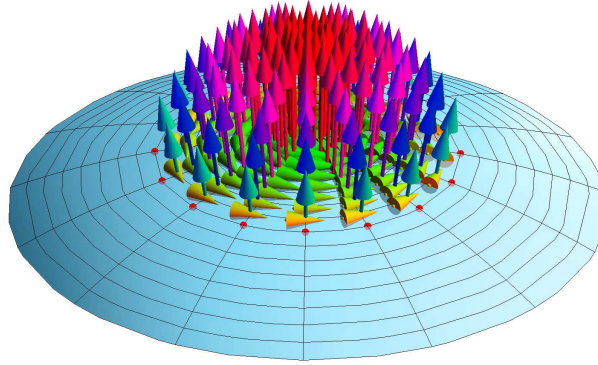


Fig. D.1 – Pressions normales et tangentielles

On peut alors exprimer la valeur de densité du moment tangentiell en fonction de la pression tangente et du rayon apparent par l'équation :

$$\begin{aligned} dM_z &= p_u(\alpha) \cdot r_{\text{app}} \cdot dS && \text{avec } r_{\text{app}} \text{ le bras de levier sur } z \\ &= p_u(\alpha) \cdot r_{\text{app}} \cdot (2\pi \cdot r_{\text{app}}) \cdot r \cdot d\alpha && dS \text{ intégré sur } \alpha \\ &= p_u(\alpha) \cdot r \cdot \sin(\alpha) \cdot ((2\pi \cdot r \cdot \sin(\alpha)) \cdot r \cdot d\alpha) \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Les densités de moments dM_z sont affichées dans la figure D.2 ci-dessous.

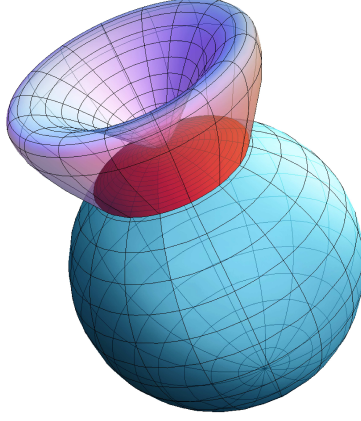


Fig. D.2 – Densité de moments dM_z pour un mouvement de rotation autour de l'axe \vec{z}

On peut intégrer l'équation D.3 sur l'ensemble du contact pour obtenir le couple de contact :

$$C_z = \int_0^{\alpha_{\max}} dM_z d\alpha \quad (\text{D.4})$$

De la même manière que pour l'annexe C, l'intégration de ce champ de moment nécessite une interpolation numérique pour exprimer C_z .

$$C_z(r, j_r, f, F, E_1, E_2) = \frac{2}{\pi^{2/3}} \cdot 6^{1/3} \cdot f \cdot r^3 \cdot \left(\frac{F}{r^2 \left(1 + \frac{r}{j_r}\right)^2 \left(\frac{1-\nu^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu^2}{\pi E_2}\right)^2} \right)^{1/3} \\ \cdot \left(0.462638 \cdot \frac{F \left(\frac{1}{j_r} + \frac{1}{r}\right) \left(\frac{1-\nu^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu^2}{\pi E_2}\right)}{r} - 0.13653 \cdot \left(\frac{F \left(\frac{1}{j_r} + \frac{1}{r}\right) \left(\frac{1-\nu^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu^2}{\pi E_2}\right)}{r} \right)^{5/3} \right)$$

La valeur du coefficient de frottement est ensuite extraite de cette formulation en identifiant le couple expérimental à partir de la mesure de la décélération.

Annexe E : Ensemble des tests et calculs de la toupie

n° test	#mat tête	#mat insert	Rayon tête (mm)	Masse (kg)	Décélération (rad.s-2)	Inertie (kg.m2)	Jeu radial (micron)						
							1	5	10	20	30	50	100
1	ZrO2	ZrO2	16	6	-0,13	0,31	0,05	0,08	0,10	0,13	0,15	0,18	0,22
2	ZrO2	ZrO2	16	6	-0,12	0,31	0,04	0,08	0,09	0,12	0,14	0,16	0,20
3	ZrO2	ZrO2	16	6	-0,12	0,31	0,04	0,08	0,09	0,12	0,14	0,16	0,20
4	ZrO2	ZrO2	16	6	-0,18	0,31	0,07	0,11	0,14	0,18	0,20	0,24	0,31
5	ZrO2	ZrO2	16	6	-0,19	0,31	0,07	0,12	0,15	0,19	0,22	0,26	0,32
6	ZrO2	ZrO2	16	6	-0,17	0,31	0,06	0,11	0,13	0,17	0,19	0,23	0,29
7	ZrO2	ZrO2	16	6	-0,14	0,31	0,05	0,09	0,11	0,14	0,16	0,19	0,24
8	ZrO2	ZrO2	16	26	-0,08	1,56	0,02	0,04	0,05	0,06	0,06	0,08	0,10
9	ZrO2	ZrO2	16	26	-0,09	1,56	0,02	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09	0,11
10	ZrO2	ZrO2	16	26	-0,09	1,56	0,02	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09	0,11
11	ZrO2	ZrO2	16	26	-0,1	1,56	0,03	0,04	0,06	0,07	0,08	0,10	0,12
12	ZrO2	ZrO2	16	56	-0,06	3,43	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06
13	ZrO2	ZrO2	16	56	-0,08	3,43	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06	0,08
14	ZrO2	ZrO2	16	56	-0,21	3,43	0,05	0,08	0,09	0,12	0,13	0,16	0,20
15	ZrO2	ZrO2	16	56	-0,21	3,43	0,05	0,08	0,09	0,12	0,13	0,16	0,20
16	ZrO2	ZrO2	16	56	-0,07	3,43	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,07
17	ZrO2	ZrO2	16	56	-0,09	3,43	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09
18	ZrO2	ZrO2	18	6	-0,2	0,31	0,07	0,12	0,15	0,18	0,21	0,25	0,31
19	ZrO2	ZrO2	18	6	-0,2	0,31	0,07	0,12	0,15	0,18	0,21	0,25	0,31
20	ZrO2	ZrO2	18	6	-0,21	0,31	0,07	0,12	0,15	0,19	0,22	0,26	0,33
21	ZrO2	ZrO2	18	6	-0,21	0,31	0,07	0,12	0,15	0,19	0,22	0,26	0,33
22	ZrO2	ZrO2	18	26	-0,12	1,56	0,03	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,13
23	ZrO2	ZrO2	18	26	-0,12	1,56	0,03	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,13
24	ZrO2	ZrO2	18	26	-0,12	1,56	0,03	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,13
25	ZrO2	ZrO2	18	26	-0,12	1,56	0,03	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,13
26	ZrO2	ZrO2	18	56	-0,08	3,43	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
27	ZrO2	ZrO2	18	56	-0,08	3,43	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
28	ZrO2	ZrO2	18	56	-0,09	3,43	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08
29	ZrO2	ZrO2	18	56	-0,08	3,43	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
30	ZrO2	Al2O3	16	6	-0,1	0,31	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17
31	ZrO2	Al2O3	16	6	-0,11	0,31	0,04	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,19
32	ZrO2	Al2O3	16	6	-0,11	0,31	0,04	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,19
33	ZrO2	Al2O3	16	6	-0,1	0,31	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17
34	ZrO2	Al2O3	16	26	-0,08	1,56	0,02	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10
35	ZrO2	Al2O3	16	26	-0,08	1,56	0,02	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10
36	ZrO2	Al2O3	16	26	-0,07	1,56	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09
37	ZrO2	Al2O3	16	26	-0,07	1,56	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09
38	ZrO2	Al2O3	16	56	-0,06	3,43	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06
39	ZrO2	Al2O3	16	56	-0,06	3,43	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06
40	ZrO2	Al2O3	16	56	-0,06	3,43	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06
41	ZrO2	Al2O3	16	56	-0,06	3,43	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06
42	Al2O3	Al2O3	14	6	-0,09	0,31	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17
43	Al2O3	Al2O3	14	6	-0,09	0,31	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17
44	Al2O3	Al2O3	14	6	-0,12	0,31	0,05	0,09	0,11	0,14	0,16	0,18	0,23
45	Al2O3	Al2O3	14	6	-0,1	0,31	0,04	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,19
46	Al2O3	Al2O3	14	6	-0,53	0,31	0,22	0,38	0,48	0,60	0,69	0,81	1,02
47	Al2O3	Al2O3	14	6	-0,5	0,31	0,21	0,36	0,45	0,57	0,65	0,77	0,96
48	Al2O3	Al2O3	14	6	-0,09	0,31	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17
49	Al2O3	Al2O3	14	6	-0,09	0,31	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17
50	Al2O3	Al2O3	14	26	-0,05	1,56	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,07
51	Al2O3	Al2O3	14	26	-0,06	1,56	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
52	Al2O3	Al2O3	14	26	-0,06	1,56	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
53	Al2O3	Al2O3	14	26	-0,06	1,56	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
54	Al2O3	Al2O3	14	26	-0,36	1,56	0,11	0,18	0,23	0,29	0,33	0,39	0,50
55	Al2O3	Al2O3	14	26	-0,62	1,56	0,19	0,32	0,40	0,50	0,57	0,68	0,85
56	Al2O3	Al2O3	14	26	-0,05	1,56	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,07
57	Al2O3	Al2O3	14	26	-0,05	1,56	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,07
58	Al2O3	Al2O3	14	56	-0,03	3,43	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03
59	Al2O3	Al2O3	14	56	-0,03	3,43	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03
60	Al2O3	Al2O3	14	56	-0,09	3,43	0,02	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10
61	Al2O3	Al2O3	14	56	-0,03	3,43	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03
62	Al2O3	Al2O3	14	56	-0,05	3,43	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05
63	Al2O3	Al2O3	16	6	-0,04	0,31	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
64	Al2O3	Al2O3	16	6	-0,04	0,31	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
65	Al2O3	Al2O3	16	6	-0,04	0,31	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
66	Al2O3	Al2O3	16	6	-0,05	0,31	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09
67	Al2O3	Al2O3	16	26	-0,06	1,56	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06	0,08
68	Al2O3	Al2O3	16	26	-0,05	1,56	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06
69	Al2O3	Al2O3	16	26	-0,05	1,56	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06
70	Al2O3	Al2O3	16	26	-0,05	1,56	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06
71	Al2O3	Al2O3	16	56	-0,04	3,43	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
72	Al2O3	Al2O3	16	56	-0,04	3,43	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
73	Al2O3	Al2O3	16	56	-0,04	3,43	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
74	Al2O3	Al2O3	16	56	-0,03	3,43	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03
Moyenne : 1,73							0,03	0,05	0,06	0,07	0,09	0,10	0,13
Ecart-type : 1,31							0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08

Résumé

INFLUENCE DES DÉFAUTS DE FORME SUR LES PERFORMANCES D'ASSEMBLAGES Application aux prothèses totales de hanche

La performance des mécanismes est intimement liée à la précision des surfaces qui composent les liaisons. La démarche habituelle de l'analyse de ces surfaces est basée sur des hypothèses fortes concernant leurs comportements. Ainsi, les défauts de forme et de rugosité sont négligés et les surfaces sont supposées infiniment rigides.

L'objectif principal de ces travaux est de développer une méthode permettant d'étudier l'influence des défauts de forme sur les performances des assemblages. Elle repose sur une méthodologie et des outils pour l'identification des défauts qui vont optimiser ou pénaliser les exigences fonctionnelles de l'assemblage. Dans ce manuscrit, deux cas d'étude sont proposés.

Dans un premier temps, un montage de type bride (centrage court, appui plan) est étudié afin de valider l'ensemble de la démarche développée. Les outils utilisés reposent essentiellement sur la décomposition et composition modale des défauts, le concept de surface écarts, la recherche de zone d'appui stable ainsi que la quantification des déformations de surfaces de contact basées sur des modèles analytiques ou numériques. L'influence des défauts de forme sur la précision de mise en position est quantifiée par un domaine écart de liaison. Une confrontation entre la démarche théorique et un dispositif expérimental permet de valider l'approche.

Par la suite, une liaison sphérique est considérée constituant une prothèse totale de hanche en matériau céramique. Pour ce cas d'étude, l'objectif est d'identifier, au regard des typologies de défauts, leurs conséquences sur l'apparition d'un phénomène sonore assimilable à du grincement appelé le squeaking. La démarche reprend les mêmes étapes que celles utilisées avec l'étude de la bride. Différents dispositifs expérimentaux sont mis en place confirmant la pertinence de cette approche. Des mesures spécifiques apportent des éléments d'analyse et de compréhension sur le comportement dégradé de la liaison.

Ce travail de thèse s'inscrit dans une collaboration entre 3 laboratoires : SYMME d'Annecy, I2M-IMC de Bordeaux-Talence, et la société Tural localisée à Marignier (74), laboratoire de recherche industrielle qui travaille sur des implants médicaux.

Mots clés

simulation, assemblage, défauts de forme, déformations locales, prothèse totale de hanche, bride, squeaking

Abstract

INFLUENCE OF FORM ERRORS ON ASSEMBLIES PERFORMANCE Application to total hip implants

The performance of a mechanism is closely correlated with the accuracy of the surfaces that make up the mechanical joint. The most common approach used to study these surfaces is based on strong assumptions about their behavior. Form errors and roughness are neglected and the surfaces are assumed infinitely rigid.

The main objective of this work is to develop an original approach to study the impact of form errors on the assemblies. It is mainly based on a methodology and associated tools to predict which defects will optimize or penalize the functional requirements of the assembly. In this manuscript, two case studies are proposed.

In a first step, a plate flange (ball and cylinder joints added to a planar joint) is designed to validate the overall approach. Modal decomposition of defects, sum-surface concept, the determination of a stable contact area and quantification of contact deformation of surfaces correspond to the main theoretical tools used in this framework. The influence of form errors on the positioning accuracy is quantified by a clearance domain. Comparisons between theoretical approach and experimental setup are used to validate the models.

Subsequently, a spherical joint is considered corresponding to a total hip implant with ceramic material. The objective of this study is to identify which type of form errors can impact the appearance of the squeaking phenomena. The same procedure is followed as for the first example. In parallel, several experimental devices are designed to validate the relevance of this approach. Specific measurements provide some key elements to understand the behavior of the implant subject to squeaking.

This work is part of a collaboration between three laboratories : SYMME Annecy, I2M-IMC Bordeaux, and Tural company located in Marignier (74), an industrial research laboratory working on medical implants.

Key words

simulation, assembly, form errors, local deformations, total hip implant, plate flange, squeaking
